

# 单帧低分辨率图像的 SFMAP 高分辨率重建算法<sup>\*</sup>

孟庆武<sup>1</sup> 柏秀云<sup>2</sup>

(哈尔滨工业大学航天学院信息与通信工程博士后科研流动站 哈尔滨150001)<sup>1</sup>

(大庆油田有限责任公司勘探开发研究院 大庆163712)<sup>2</sup>

**摘要** 卫星图像的超分辨率处理是基础性和标志性的空间技术。一般情况下很难得到可供处理的一序列卫星图像,单帧图像的超分辨率处理尤为重要。我们提出由单帧欠采样的低分辨率噪声卫星图像重建高清晰卫星图像的最大后验概率估计(SFMAP)算法。通过插值生成多帧低分辨率图像族,模拟亚像元位移的低分辨率图像,参与空域迭代过程,以满足其空域代数方程组的超定问题,在一定程度上解开输入低分辨率图像的混叠,得到高分辨率重建图像。实际处理显示出较好的效果。

**关键词** 欠采样, 混叠参数, 运动参数, MAP 估计

## SFMAP Algorithm of High-Resolution Reconstruction from Single Frame Low-Resolution Image

MENG Qing-Wu<sup>1</sup> BAI Xiu-Yun<sup>2</sup>

(The Research Station on Information and Communication Engineering for Postdoctoral Fellows, School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)<sup>1</sup>

(Research Institute of Exploration and Development, Daqing Oilfield Co., Ltd., Daqing 163712)<sup>2</sup>

**Abstract** Super-resolution processing of satellite images is the basic and symbolic technology in space research. Generally it is hard to get satellite image sequences that can be processed, so super-resolution processing of single frame is more important in practice. We propose a sort of SFMAP high-resolution image estimation algorithm using single frame undersampled noisy image. A group of low-resolution images are generated by interpolation to simulate its displacements of sub-pixel. These images participate iteration in space domain in order to satisfy the over determined problem of algebra equations. The aliasing of input image is undone to a certain degree and high-resolution image can be reconstructed. Simulations demonstrate the power of the proposed methodology.

**Keywords** Undersample, Aliasing parameters, Registration parameters, MAP estimation

## 1 引言

1984年 R. Y. Tsai 首次提出由多帧低分辨率图像来恢复高分辨率图像。利用一序列低分辨率图像中包含的丰富信息重建一帧高分辨率图像,可以获得高于记录图像中所用相机分辨率的清晰图像,拓宽输入图像的频谱范围,这是典型的超分辨率处理。比较流行的方法有频域算法、凸集投影(POCS)算法以及最大后验概率(MAP)算法。

频域算法认为欠采样低分辨率图像的频谱是由实际景物的频谱混叠构成。利用傅立叶变换的位移特性,推导出欠采样图像频谱与连续图像频谱之间的频率混叠公式。如果有足够的帧数,就可以解出实际景物的频谱,再通过反傅立叶变换得到未混叠的景物图像。频域解混叠算法要求实际景物图像频谱满足有限带宽。

S. P. Kim 在文[1]中考虑了噪音对频域算法的影响。把高斯噪音加入欠采样的低分辨率图像 S. P. Kim 在文[1]中考虑了噪音对频域算法的影响。把高斯噪音加入欠采样的低分辨率图像,再通过最小平方算法解出这组频域方程组,达到对噪音的抑制作用。S. P. Kim 又在文[2]中进一步引入了模糊,并在频域对病态问题进行 Tychonov 正则化处理。处理结果不够稳定,同时噪音的影响也较大。

凸集投影(POCS)算法是与频域算法相对应的空域高分辨率图像重建方法。它由猜测的初始图像开始迭代,并按照模拟误差逐次修正图像。

A. M. Tekalp, A. J. Patti 以及 Mehmet 等人在文[3~5]中很好地发展了 POCS 算法,提出应用集理论恢复(Set Theoretic Restoration)来处理含噪音并模糊的多帧低分辨率图像。把未知图像假设为一个适宜的希尔伯特(Hilbert)空间中的一个元素,关于未知图像的每一个先验知识或约束限制了希尔伯特空间中的一个封闭凸集的解,导出求解未知图像的迭代公式,由初始估计迭代计算高分辨率图像。空域迭代 POCS 算法的实时性较差。

R. R. Schultz 在文[6,7]中提出利用统计估计方法来解决多帧低分辨率图像的高分辨率重建问题,并实现了 Maximum a Posteriori(MAP)最大后验概率重复递归算法。使用边缘保持 Huber-markov 随机场做为图像先验模型,块匹配算法计算帧间位移,依据贝叶斯准则,通过最大化条件概率函数得到未知图像的 MAP 估计。

Russel C. Hardie 在文[8]中采取循环协同下降的优化算法,使代价函数对高分辨率图像和位移参数同时达到最小化。每次迭代过程中位移参数都根据最新计算的高分辨率图像更新,这样就有效利用了所有观测资料。

MAP 估计算法同时考虑了图像模糊、欠采样和噪声等图像降质因素。与频域算法和 POCS 算法相比,既没有频域算法出现的病态问题,又比 POCS 算法在运算速度上快许多。在多帧欠采样低分辨率图像的超高分辨率处理中,MAP 算法表现出很好的稳定性和处理效果。

多帧图像的超分辨率处理利用包含在低分辨率图像序列

<sup>\*</sup> 本文得到国家高技术研究发展计划资助(No. 2002AA716071)。孟庆武 博士后,高级工程师,主要研究领域为图像处理。

中丰富的附加信息,重建一帧高清晰的图像,其效果是比较明显的。但在通常情况下,我们很难得到可供处理的一序列卫星图像,许多实际应用也要求我们针对单帧图像做超分辨率处理。

受传感器物理条件,即光学 CCD 器件排列密度的限制,成像系统不能够获得实际景物的理想采样,实测图像信号相互混叠。提高分辨率的关键是解开实测低分辨率图像中的信号混叠。我们改进了文[8]的成像模型,使之符合实际成像的信号混叠过程。

在超分辨率处理中,如果足够的输入帧数,就可以完全解开欠采样低分辨率图像与高分辨率图像之间组成的空域代数方程组。在只有单帧输入的情况下,可以借助模拟的多帧低分辨率图像,部分解开输入欠采样低分辨率图像的混叠,重建高分辨率图像。我们提出的 SFMAP 算法先通过插值生成多帧低分辨率图像族,用来模拟亚像元位移的低分辨率图像。这些生成的图像参与空域迭代估计,满足了空域代数方程组的超定问题,在一定程度上提高其分辨率,部分解开卫星图像的混叠。实际卫星图像及靶标图像的处理都显示出较好的效果。

## 2 成像模型

文[8]中实现的 MAP 最大后验概率算法,为建模和编程的易实现性,使用近似的成像模型(图1),不符合实际成像过程。

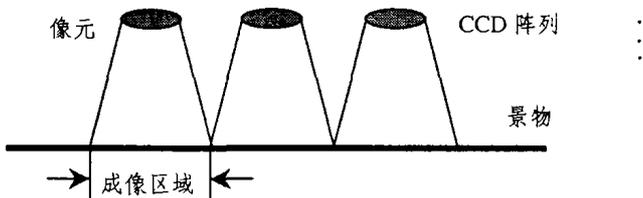


图1 MAP 成像模型

像元是一定区域景物的成像结果,不能近似地认为成像区域之间截然分开互不迭加,即成像区域内的所有点对临近像元都没有影响。实际上各个成像区域之间有很大一部分是相互重叠的,重叠区域的大小正反映了所摄景物图像的混叠程度。我们采用如下成像模型(图2)。

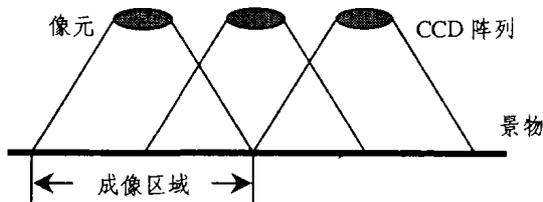


图2 SFMAP 成像模型

## 3 数学模型

上面成像模型的系统矩阵不是托普利茨矩阵,不能通过过渡矩阵将其对角化,再利用快速傅立叶变换来求解联立方程组。MAP 算法依据贝叶斯准则,通过最大化条件概率密度函数  $P(Z/Y)$  得到对高分辨率图像  $Z$  的 MAP 估计,首先要把低分辨率图像与待恢复的高分辨率图像用数学关系表示出来,也就是退化模型的数学化。

已知  $p$  帧低分辨率的图像  $Y = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_p^T]^T = [y_1, y_2, \dots, y_{pM}]^T$ , 其中  $M = N_1 N_2$ 。假设待重构的高分辨率图像  $Z = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T$ , 其中  $N = L_1 N_2 L_1 N_2$ 。第  $k$  帧低分辨率图像

与高分辨率图像之间的关系用下面数学模型表示:

$$Y_{k,m} = \sum_{r=1}^N w_{k,m,r}(S_k, D_k) z_r + \eta_{k,m} \quad (1)$$

其中  $m=1, 2, \dots, M, K=1, 2, \dots, p$ 。  $w_{k,m,r}(S_k, D_k)$  代表高分辨率图像  $Z$  的第  $r$  个像素与第  $k$  帧低分辨率图像  $y_k$  的第  $m$  个像素之间的关系,由成像模型的 PSF 函数确定。向量  $S_k = [h_k, v_k]^T$  是第  $k$  帧低分辨率图像的位移参数。向量  $D_k = [D_{k,x}, D_{k,y}]^T$  是第  $k$  帧低分辨率图像的混叠参数。 $\eta_{k,m}$  是方差为  $\sigma_\eta^2$  的加性高斯噪音,其多元概率密度函数表示如下:

$$P_{r,m} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{pM}{2}} \sigma_\eta^{pM}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} n^T n\right\} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{pM}{2}} \sigma_\eta^{pM}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_{m=1}^{pM} \eta_m^2\right\} \quad (2)$$

成像模型改进以后系统矩阵由  $w_{k,m,r}(S_k)$  变为  $w_{k,m,r}(S_k, D_k)$ ,增加了混叠参数,并且系统矩阵的取值区域成倍增大(图3、图4)。

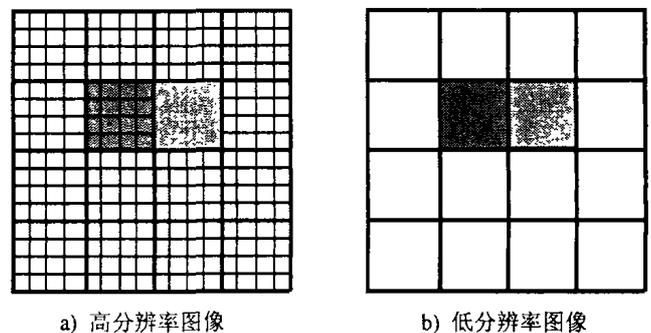


图3 MAP 算法系统矩阵  $w_{k,m,r}(S_k)$  的取值范围

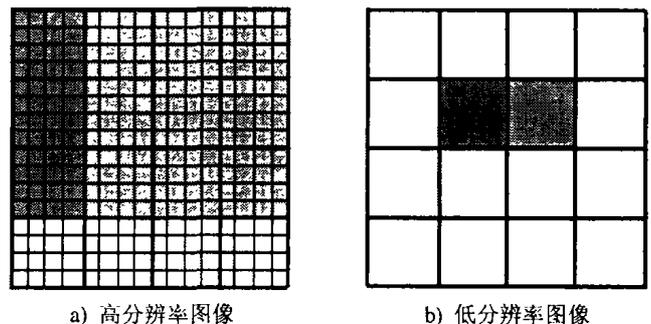


图4 SFMAP 算法系统矩阵  $w_{k,m,r}(S_k, D_k)$  的取值范围

## 4 MAP 估计

给定低分辨率图像的 MAP 高分辨率图像估计可用下式表示:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmax}} Pr(Z, S, D | Y) \quad (3)$$

由贝叶斯准则知:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmax}} \frac{Pr(Y | Z, S, D) Pr(Z, S, D)}{Pr(Y)} \quad (4)$$

其中分母  $Pr(Y)$  不是  $Z, S$  或  $D$  的函数,且  $Z, S$  和  $D$  互为独立变量,高分辨率图像  $Z$  的 MAP 估计可以改写为:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmax}} Pr(Y | Z, S, D) Pr(Z) Pr(S) Pr(D) \quad (5)$$

(5)式等价于下式:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmin}} L(Z, S, D) = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmin}} \{-\log[Pr(Y | Z, S, D)] - \log[Pr(Z)] - \log[Pr(S)] - \log[Pr(D)]\} \quad (6)$$

由低分辨率图像  $Y$  直接估计高分辨率图像  $Z$  通常是病

态的反问题,导致噪音过度放大。合适地选择概率密度函数  $Pr(Z)$  可以起到正则化的作用。我们用如下 Gibbs 模型反映随机场  $Z$  的统计特征:

$$Pr(z) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_z|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} z_j\right)^2\right\} \quad (7)$$

运动参数由观测图像明显超定,无需依靠先验模型作出估计。

根据数学模型和噪音概率密度函数确定条件概率密度函数  $Pr(Y|Z, S, D)$ :

$$Pr(Y|Z, S, D) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{EM}{2}} \sigma_y^{EM}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_y^2} \sum_{m=1}^{PM} \left(Y_m - \sum_{r=1}^N w_{m,r}(S, D) z_r\right)^2\right\} \quad (8)$$

忽略与  $Z, S$  或  $D$  无关的项, MAP 估计变成:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmin}} L(Z, S, D) = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{1}{2\sigma_y^2} \sum_{m=1}^{PM} \left(Y_m - \sum_{r=1}^N w_{m,r}(S, D) z_r\right)^2 + \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} z_j\right)^2 \right\} \quad (9)$$

上式中求  $L(Z, S, D)$  对  $S, D$  的微分是很不容易的,同时估计  $Z$  和  $S, D$  使  $L(Z, S, D)$  达到极小就更为困难。但是如果给定  $Z$ , 就可以按一定算法搜索确定一组有限的离散运动参数和混叠参数,使  $L(Z, S, D)$  对  $S, D$  达到极小。给定了运动参数  $S$  和混叠参数  $D, L(Z, S, D)$  构成的关于  $Z$  的二次函数就可以比较容易地对  $Z$  极小化。采用周期性下降的循环方法可以求解代价函数  $L(Z, S, D)$  的极值问题,得到高分辨率图像的 MAP 估计。

$L$  帧输入卫星图像对应着  $L$  个空域代数方程组。至少有  $L \geq R^2 = M^2/N^2$  帧线性无关的大小为  $N \times N$  的低分辨率图像,才能使空域代数方程组超定,可靠重建大小为  $M \times M$  的高分辨率图像。

我们将位于高分辨率采样栅格点上的帧间位移点称为标

准位移点,帧间位移在标准位移点的低分辨率图像称为标准帧图像。非标准帧的输入图像会使超分辨率处理产生病态问题。单帧输入时  $L=1, L \times N^2 < M^2$ , 空域代数方程组是欠定的。输入帧通常也不是标准帧,将不可避免地发生畸变,我们通过标准帧重建解决。

采用三次样条函数网格化卫星图像数据,将偏离标准位移点的输入帧映射到标准位移点,插值生成一系列标准帧图像族用于重建迭代(图5)。

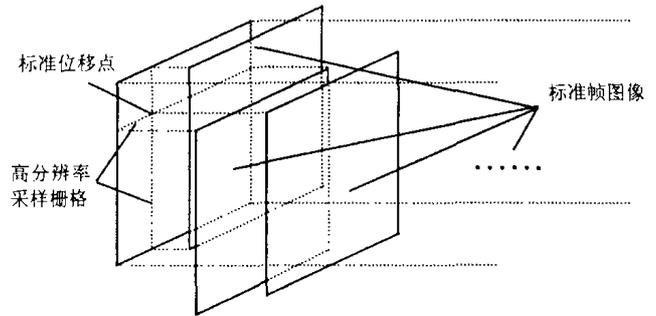


图5 标准帧图像族

迭代中先给定  $Z$  作为高分辨率图像  $\hat{Z}^n = [\hat{z}_1^n, \hat{z}_2^n, \dots, \hat{z}_N^n]^T$  的当前估计,由下式计算运动参数和混叠参数:

$$\hat{S}^n, \hat{D}^n = \underset{S, D}{\operatorname{argmin}} L(\hat{Z}^n, S, D) = \underset{S, D}{\operatorname{argmin}} \left\{ (Y - W_{S, D} \hat{Z}^n)^T (Y - W_{S, D} \hat{Z}^n) \right\} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

用于第  $n$  次迭代,使  $\nabla_z L(Z, S, D)|_{S=\hat{S}^n, D=\hat{D}^n} = 0$ , 解出第  $n+1$  次迭代估计:

$$\hat{Z}^{n+1} = [W_{\hat{S}^n, \hat{D}^n}^T W_{\hat{S}^n, \hat{D}^n} + \sigma_y^2 C_z^{-1}]^{-1} W_{\hat{S}^n, \hat{D}^n}^T Y \quad (11)$$

反复迭代得到重构的高分辨率图像。

实现中采用如下处理框图(图6)。

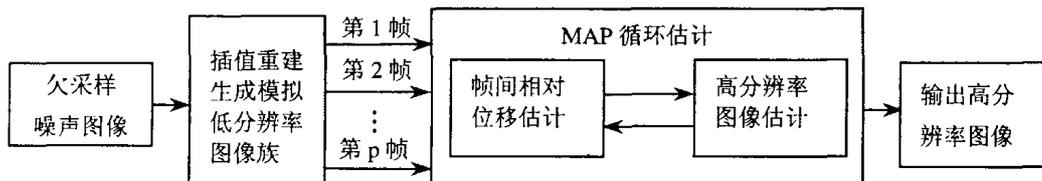


图6 SFMAP 单帧欠采样噪声图像超分辨率处理框图

## 5 实验结果

我们用美国卫星图像来测试算法的性能,并与 IEEE 中 MAP 实现的算法进行了比较。



图7 输入单帧卫星图像



图8 IEEE 中 MAP 算法输出图像

图11是总参二部提供的靶标图像,经 SFMAP 算法处理后分辨率提高了一个等级(如图12所示)。

实验结果表明,在只有单帧低分辨率图像输入的情况下,



图9 SFMAP 算法输出图像

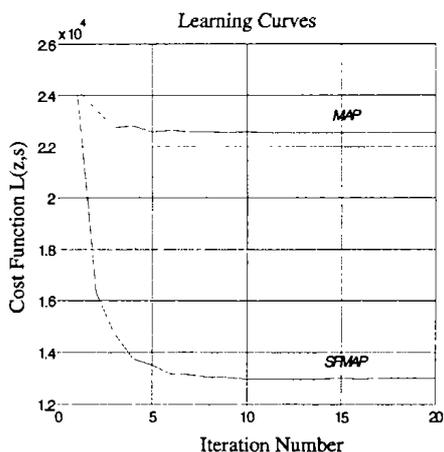


图10 代价函数-迭代次数学习曲线对比

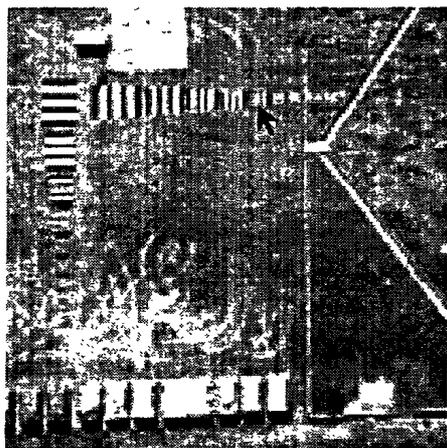


图11 输入单帧靶标图像

IEEE 中实现的 MAP 算法没有处理效果,学习曲线显示其陷入局部最优,无法解开低分辨率输入图像中的信号混叠;改进后的 SFMAP 算法可以部分解开单帧输入图像的混叠,处理效果较为理想。

**结论** 单帧低分辨率图像的超分辨率处理在图像处理领域具有重要意义,它的实现拥有广阔的应用前景。依据多帧低

分辨率图像的超分辨率处理,我们对只有单帧输入的情况下,利用有限信息进行超分辨率处理做了尝试,实验结果表明单帧输入可以部分解开低分辨率图像的混叠,一定程度上重构高分辨率图像。

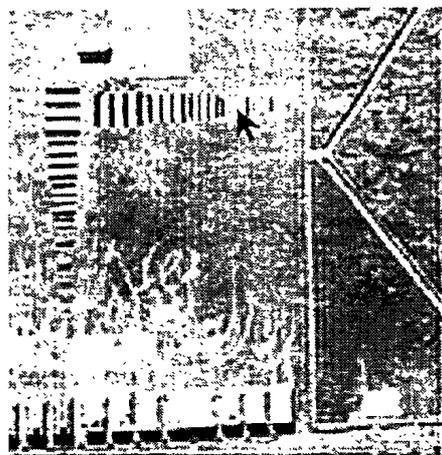


图12 SFMAP 算法输出图像

### 参考文献

- 1 Kim S P, Bose N K, Valenzuela H M. Recursive Reconstruction of High-Resolution Image from Noisy Undersampled Multiframes. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1990, 38(6): 1013~1027
- 2 Kim S P, Su W-Y. Recursive High-resolution Reconstruction of Blurred Multiframe Images. In: *IEEE Intl. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*. Toronto: IEEE Press, 1991. 2977~2980
- 3 Tekalp A M, Ozkan M K, Sezan M I. High-resolution Images Reconstruction from Lower-resolution Images Sequences and Space Varying Images Restoration. In: *IEEE Intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. San Francisco: IEEE Press, 1992. 169~172
- 4 Patti A J, Sezan M I, Tekalp A M. High-Resolution Image Reconstruction from a Low-resolution Image Sequence in the Presence of Time-varying Motion Blur. In: *IEEE Intl. Conf. on Image Processing (ICIP)*. Austin: IEEE Press, 1994. 343~347
- 5 Mehmet K A, Murat T, Sezan M I. POCS-Based Restoration of Space-Varying Blurred Images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1994, 3(4): 450~454
- 6 Schultz R R, Stevenson R L. Improved Definition Video Frame Enhancement. In: *IEEE Intl. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*. Detroit: IEEE Press, 1995. 2169~2172
- 7 Schultz R R, Stevenson R L. Extraction of High-resolution Frames from Video Sequences. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996, 5(6): 996~1011
- 8 Hardie R C, Barnard K J, Armstrong E E. Joint MAP Registration and High-Resolution Image Estimation Using a Sequence of Undersampled Images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, 38(6): 1621~1633