

# 联合估计混叠度,运动参数和高分辨率图像的 JEMAP 算法<sup>\*</sup>

孟庆武<sup>1</sup> 孟新<sup>2</sup>

(哈尔滨工业大学航天学院信息与通信工程博士后科研流动站 哈尔滨150001)<sup>1</sup>

(黑龙江大学计算中心 哈尔滨150001)<sup>2</sup>

**摘要** 本文提出一种空域联合估计混叠度,运动参数和高分辨率图像的 JEMAP 算法,以提高超分辨率处理的适应性,在地面上稳定地获得高于实测卫星图像中所用 CCD 设备成像精度的高清晰图像。算法根据星载 CCD 设备的成像机理,定义卫星图像的混叠度,确定超分辨率处理模型,通过空域迭代联合估计混叠度,运动参数和高分辨率图像。实际卫星图像处理表明 JEMAP 算法具有很好的适应性和稳定性,包含先验约束能力较强,可以解开欠采样低分辨率输入图像的混叠,重构清晰卫星图像。

**关键词** 成像模型,混叠度,运动参数,高分辨率图像,联合 MAP 估计

## Joint Estimation MAP Algorithm of Aliasing Degree, Registration Parameters and High-Resolution Image

MENG Qing-Wu<sup>1</sup> MENG Xin<sup>2</sup>

(The Research Station on Information and Communication Engineering for Postdoctoral Fellows, School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)<sup>1</sup>

(Computer Center, Heilongjiang University, Harbin 150001)<sup>2</sup>

**Abstract** This paper presents the joint estimation MAP algorithm of aliasing degree, registration parameters and high-resolution image in space domain to improve the flexibility of super-resolution processing of satellite images and get higher resolution image stably on the ground than that CCD camera used in satellite can differentiate. According to imaging mechanism, the satellite image definition of aliasing degree is given and super-resolution model of processing is determined. Aliasing degree, registration parameters and high-resolution image are estimated simultaneously by space domain iteration. Practical processing of satellite images has shown strong flexibility and stability of JEMAP algorithm. It can undo the aliasing of undersampled frames of input and reconstruct high-resolution image with ideal accuracy.

**Keywords** Imaging model, Aliasing degree, Registration parameters, High-resolution image, Joint MAP estimation

### 1 引言

超分辨率处理方法主要分为两类:频域方法和空域方法。频域方法基于傅立叶变换的位移特性,认为欠采样低分辨率图像的频谱是由实际景物的频谱混叠构成的,频率混叠公式:

$$F_k(m, n) = \frac{1}{T_x T_y} \sum_{m'=-L_x}^{L_x} \sum_{n'=-L_y}^{L_y} F_k \left( \frac{2\pi m}{MT_x} + i\omega_x, \frac{2\pi n}{NT_y} + i\omega_y \right) \quad k=1, 2, \dots, p \quad (1)$$

其中  $F_k(m, n)$  是第  $k$  帧欠采样低分辨率图像的频谱,  $p$  为帧数,  $F_k$  为第  $k$  帧非混叠的实际景物频谱。第  $k$  帧图像相对于第1帧图像的位移为  $\delta_{x,k}$  和  $\delta_{y,k}$ ,  $T_x, T_y$  分别为  $x, y$  轴的采样间隔,  $\omega_x = 2\pi/T_x, \omega_y = 2\pi/T_y$  分别为采样频率,  $M, N$  分别为  $x, y$  轴的重复周期内的采样点数,  $L_x, L_y$  是满足下式的最小正整数:

$$|F^*(u, v)| = 0 \quad |u| > L_x \omega_x \quad |v| > L_y \omega_y \quad (2)$$

其中  $F^*$  表示没有位移的实际景物的频谱。利用频谱变换理论的位移定理,经公式推导得到

$$F_p = \frac{1}{T_x T_y} \phi F^* \quad (3)$$

其中  $F_p$  是由  $p$  帧欠采样的低分辨率图像的频谱组成,每个图像的频谱都是混叠的。 $\phi$  是由  $p$  帧低分辨率图像的平移关系构成的矩阵,维数为  $p \times 4L_x L_y$ 。这个位移矩阵方程是一组

线性方程,表示了欠采样图像的频谱与相应连续图像的频谱之间的关系。频域算法在已知  $p$  帧低分辨率图像时,  $p \geq 4L_x L_y$ , 由位移矩阵方程解出非混叠的频谱  $F^*$ , 完成频率混叠问题的求解<sup>[1]</sup>。

空域方法基于给定的优化算法重构高分辨率图像,其中研究较多的是凸集投影 POCS 算法和最大后验概率 MAP 算法。

凸集投影 POCS (Projections onto Convex Sets) 算法将未知图像看作一个希尔伯特(Hilbert)空间中的一个元素,有关未知图像的先验信息或约束限制了希尔伯特空间中的一个封闭凸集的解。 $m$  个信息就对应着  $m$  个封闭的凸集  $C$ , 封闭凸集  $C$ , 与它们各自的投影算子  $P_i$  产生如下投影序列:

$$\hat{f}_{k+1} = P_m P_{m-1} \dots P_1 \hat{f}_k \quad k=1, 2, \dots, m \quad (4)$$

假设退化函数  $H$  和噪声过程的统计是已知的,对于退化图像的每个像素则可以定义下列封闭的凸集限制条件:

$$C_{n_1, n_2, \dots, k} = \{f_i(m_1, m_2) : |r_k^{(f_i)}(n_1, n_2)| \leq \delta_0\} \\ 0 \leq n_1 \leq N-1, 0 \leq n_2 \leq N-1, k=1, 2, \dots, L \quad (5)$$

其中

$$r_k^{(f_i)}(n_1, n_2) = g_k(n_1, n_2) - \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=0}^{M-1} f_i(m_1, m_2) h_k(m_1, m_2; n_1, n_2) \quad (6)$$

<sup>\*</sup> Supported by the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No. 2002AA716071 (国家高技术研究发展计划)。  
孟庆武 博士后,高级工程师,主要研究领域为图像处理。

参数  $\delta_0$  是反映统计置信度的先验边界, 被设置为  $c\sigma$ , 其中  $\sigma$  是噪声的标准偏差,  $c \geq 0$  确定一个适当的统计置信度范围。这些设置用来定义高分辨率图像。在每一次迭代时限制其

$$P_{n_1, n_2, i, k}[f_i(m_1, m_2)] = \begin{cases} f_i(m_1, m_2) + \frac{r_k^{(f_i)}(n_1, n_2) - \delta_0}{\sum_o \sum_p h_{ik}^2(o, p, n_1, n_2)} h_{ik}(m_1, m_2; n_1, n_2) & r_k^{(f_i)}(n_1, n_2) > \delta_0 \\ f_i(m_1, m_2) & -\delta_0 < r_k^{(f_i)}(n_1, n_2) < \delta_0 \\ f_i(m_1, m_2) + \frac{r_k^{(f_i)}(n_1, n_2) + \delta_0}{\sum_o \sum_p h_{ik}^2(o, p, n_1, n_2)} h_{ik}(m_1, m_2; n_1, n_2) & r_k^{(f_i)}(n_1, n_2) < -\delta_0 \end{cases} \quad (7)$$

POCS 算法通过投影算子  $P_{n_1, n_2, i, k}[f_i(m_1, m_2)]$  的逐次投影迭代来计算高分辨率图像的估算值<sup>[2]</sup>。

最大后验概率估计, 即 MAP 估计算法, 由 Schultz 和 Stevenson 在 1995 年提出。他们把加性噪声, 被测量图像  $Y$  和要求的理想图像  $Z$  等均看作是随机信号, 依据贝叶斯准则, 通过最大化条件概率函数  $P(Z/Y)$  得到未知图像  $Z$  的 MAP 估计  $\hat{Z}$ 。

高分辨率的原始图像经过平移, 模糊以及严重欠采样和噪声污染后得到几帧低分辨率退化图像:

$$Y_k = D_k C_k F_k Z + E_k \quad 1 \leq k \leq p \quad (8)$$

其中  $p$  是严重欠采样低分辨率退化图像的帧数,  $Y_k$  是排列成  $N \times 1$  矢量的第  $k$  帧低分辨率图像,  $N = M_k \times M_k$  为像素总数。如果  $L$  是在每个方向分辨率增强的倍数, 那么  $X$  是一帧排列成  $L^2 N \times 1$  的高分辨率图像。 $F_k$  是  $L^2 N \times L^2 N$  的平移矩阵, 用于描述第  $k$  帧与参考帧之间的相对运动;  $C_k$  是  $L^2 N \times L^2 N$  的模糊矩阵;  $D_k$  是  $N \times L^2 N$  的均匀欠采样的矩阵。 $E_k$  是  $N \times 1$  的加性噪声矢量。每帧低分辨率退化图像都提供了关于原高分辨率图像的不同信息。它实际上是  $p$  个线性方程, 把这  $p$  个方程结合起来, 就可以得到:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ \dots \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 C_1 F_1 \\ \vdots \\ D_p C_p F_p \end{bmatrix} Z + \begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_p \end{bmatrix} Z + E \Leftrightarrow Y = HZ + E \quad (9)$$

假定所测定的加性噪声是零均值且自相关矩阵为  $W^{-1}$  的高斯随机过程,  $Z$  也是零均值且自相关矩阵为  $Q$  的高斯随机过程, MAP 估计变成最小均方差估计器 MMSE。经过推导可以得到:

$$R\hat{Z}_{MAP} = P \quad (10)$$

$$\text{其中 } R = Q^{-1} + H^T W H = Q^{-1} + \sum_{k=1}^p H_k^T W_k H_k, P = H^T W Y = \sum_{k=1}^p H_k^T W_k Y_k.$$

给定不同的关于  $Z$  的先验模型, 可以形成不同的 MAP 估计算法<sup>[3-5]</sup>。

频域方法基于傅立叶变换的位移特性, 具有直观的超分辨率处理机制。但其理论简单, 运算复杂度低, 包含空域先验知识的能力有限。它只能局限于全局平移运动和线性空间不变降质模型, 很难考虑图像混叠度等重要空域信息对超分辨率处理的影响, 算法的稳定性和适应性是较差的。

空域方法其观测模型涉及全局和局部运动, 光学模糊, 帧内运动模糊, 空间可变点扩散函数, 非理想采样以及其他一些内容, 具有很强的包含空域先验约束的能力, 可以直接将混叠度参数引入到图像的超分辨率处理中, 提高算法的稳定性和适应性。

在国内外关于 POCS 和 MAP 等空域方法的文献中, 其超分辨率处理模型没有考虑图像混叠参数的影响。POCS 算法的凸集限制条件一般定义为低分辨率图像到高分辨率图像之间的投影误差。MAP 算法大都是利用不同的正则化操作, 通过给出不同的先验模型, 按照不同的概率密度函数来反映

估算值, 使得在每个像素上由低分辨率到高分辨率图像之间的投影误差小于一个预定的边界。定义  $f_i(m_1, m_2)$  向  $C_{n_1, n_2, i, k}$  上的投影  $P_{n_1, n_2, i, k}[f_i(m_1, m_2)]$  为:

平稳随机场的统计特征, 从而提出不同的 MAP 实现算法。

混叠度是实测低分辨率图像的重要参数, 反映了光学系统的成像精度。忽略它就有可能导致迭代过程中代价函数  $L$  呈降低趋势而实际上绝对误差并没有降低或反而升高, 因为代价函数  $L$  不能反映混叠参数这一重要因素, 会导致算法的盲目迭代和不稳定性, 不可避免地陷入局部最优。

要获取高于相机分辨率的清晰图像, 我们根据星载 CCD 设备的成像机理, 确定影响卫星图像成像精度的主要参数, 给出超分辨率处理模型。同时结合超程序自适应性控制的需要, 给出可操作性的卫星图像混叠度定义, 用于空域处理中的迭代控制, 在空域联合估计混叠度, 运动参数和高分辨率图像。实际卫星图像处理显示空域 JEMAP 算法具有很好的适应性和稳定性, 没有频域算法的条件限制, 可以很好地重构高分辨率卫星图像。

## 2 CCD 成像模型

星载 CCD 成像设备的有限栅格区和有限过孔时间决定了侦察图像的成像精度。用下面模型表示 CCD 相机的成像过程。

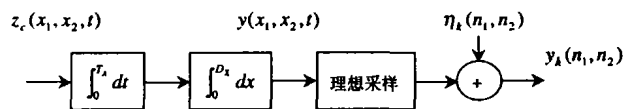


图1 CCD 成像模型

成像模型反映了光学系统和 CCD 器件的物理条件对成像精度的限制, 包含了光感栅格区和过孔时间等因素对成像的影响。在传感面和过孔时间内的积分以及低于奈奎斯特频率采样共同引起信号的混叠, 造成对实测低分辨率侦察图像的破坏。

成像模型的第一个子系统表示图像点在过孔时间  $T_A$  内沿运动轨迹的瞬时积分, 连续输入的实际景物经过第一个子系统后形成一个信号损失的视频图像:

$$y_m(x_1, x_2, t) = \frac{1}{T_A} \int_0^{T_A} z_c(x_1, x_2, t - \zeta) d\zeta \quad (11)$$

对于理想的视频源模型,  $z_c(x_1, x_2, t)$  表示一个瞬时孔径形成的理想的连续视频, 可以等效地写成在单个瞬时  $\tau$  上的空间积分:

$$z_c(x_1, x_2, t) = z_c(c_1(\tau; x_1, x_2, t), c_2(\tau; x_1, x_2, t), \tau) \quad (12)$$

其中  $c(\tau; x_1, x_2, t) = (c_1(\tau; x_1, x_2, t), c_2(\tau; x_1, x_2, t))$  是图像平面点的运动轨迹函数, 定义了参考点  $(x_1, x_2)$  在时间  $t_0$  的水平垂直坐标。

第二个子系统模拟在传感面上沿有限栅格区上的积分, 视频图像的信号进一步遭到破坏:

$$y(x_1, x_2, t) = \frac{1}{D_x} \int_0^{D_x} y_m(x_1 - v, x_2, t) dv \quad (13)$$

栅格区上的积分用空间点扩散函数  $w_a(x_1, x_2)$  来模拟。取参考时间  $\tau$  位于通过  $(x_1, x_2, t - \zeta)$ ,  $0 < \zeta < T_A$  的所有

运动轨迹的瞬时时间间隔内,位于 $(t-T_A, t)$ 时间间隔内的所有点 $(x_1, x_2)$ ,均可以利用理想的视频源模型在 $\tau$ 时刻的平面上确

$$w_m(u_1, u_2, \tau; x_1, x_2, t) = \begin{cases} \frac{1}{T_A} J(u_1, u_2, \tau) \delta(u_2 - c_2(\tau, x_1, x_2, c_1^{-1}(\tau, x_1, x_2, u_1))) & c_1(\tau; x_1, x_2, t - T_A) < u_1 < c_1(\tau; x_1, x_2, t) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (14)$$

其中 $J(u_1, u_2, \tau)$ 是一个雅可比行列式, $u_1 = c_1(\tau; x_1, x_2, t_0)$ 时 $c_1^{-1}(\tau, x_1, x_2, u_1)$ 对应的的时间 $t_0$ 在 $(t - T_A, t)$ 区间内。 $w_m(u_1, u_2, \tau; x_1, x_2, t)$ 是空间平移变化的,也是在参考时间 $\tau$ 时刻的一条运动轨迹,它被在区间 $c_1(\tau; x_1, x_2, t - T_A) < u_1 < c_1(\tau; x_1, x_2, t)$ 内取值的一维 $\delta$ 函数数字化,由将所有点 $(x_1, x_2, t - \zeta), 0 < \zeta < T_A$ 映射至时间获得。

代表实际景物的理想视频源图像(输入图像),通过成像模型的两个子系统后,得到观测的侦察图像(输出图像), $\tau$ 时刻图像点在过孔时间 $T_A$ 内沿运动轨迹 $D_Y$ 以及在传感面上沿有限栅格区 $D_X$ 上的双重积分:

$$y(x_1, x_2, t) = \int_0^{D_Y} \int_0^{D_X} z_c(u_1, u_2, \tau) w(u_1, u_2, \tau; x_1, x_2, t) du_1 du_2 \quad (15)$$

其中

$$w(u_1, u_2, \tau; x_1, x_2, t) = w_a(x_1, x_2) * w_m(u_1, u_2, \tau; x_1, x_2, t) \quad (16)$$

表示组合以后的实际平移变化点扩散函数,其成像模型如下:

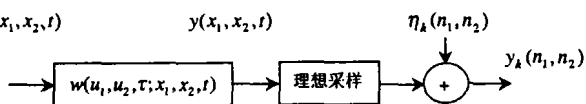


图2 CCD 成像模型

输出的视频图像要在一个三维分辨率点阵 $\Lambda_1$ 上被采样,而且附加噪音以构成离散的观测图像:

$$y_k(n_1, n_2) = y(x_1, x_2, t) |_{[x_1, x_2]^T = V_i [n_1, n_2]^T} + \eta_k(n_1, n_2) \quad (17)$$

其中 $V_i$ 是低分辨率点阵 $\Lambda_1$ 的采样矩阵。 $y(x_1, x_2, t)$ 应是带限的,在 $x_1, x_2$ 和 $t$ 方向上的采样间隔大于相应的奈奎斯特间隔,以得到混叠图像。

### 3 卫星图像的混叠度

实测侦察图像的混叠程度是星载 CCD 设备成像精度的表现,而其成像精度又直接由星载 CCD 设备的物理条件所限定。

通过上节分析我们知道,CCD 器件的光感栅格区的数量直接决定了 CCD 成像设备在 $X$ 方向上的物理成像精度,即 $X$ 方向上像素的多少。但技术条件和卫星有效载荷限制了光敏元件的增多。感光扫描速度决定了 CCD 成像设备在 $Y$ 方向上的物理成像精度,即 $Y$ 方向上像素的多少。而在成像过程中沿传感面和过孔时间内运动轨迹的积分又直接破坏了图像的精度,引起信号的混叠。

我们假定 CCD 阵列中的光敏元件具有一致的光学性质,用 $d_x$ 和 $d_y$ 分别表示其在 $X$ 方向和 $Y$ 方向上的混叠因子。 $d_x$ 是成像过程中沿传感面上的积分长度, $d_y$ 是过孔时间内图像点运动轨迹长度。 $N_1$ 是成像设备在 $X$ 方向上的物理成像精度, $N_2$ 是成像设备在 $Y$ 方向上的物理成像精度。定义测量得到的低分辨率图像其混叠度 $D$ 为:

$$D = \left( \frac{d_x d_y}{N_1 \times N_2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

从上面定义可以看到,在 CCD 相机光学性质不变的情况

定,相应的空间点扩散函数为:

下,物理成像精度 $N_1, N_2$ 的降低会导致图像混叠的增大,也就是说欠采样会导致图像的信号混叠。

### 4 超分辨率处理模型

我们根据 CCD 成像模型建立超分辨率处理模型。以便由一组低分辨率观测值 $y_k(n_1, n_2)$ 重构高分辨率图像。对于高分辨率视频图像:

$$z_i(m_1, m_2) = z_c(x_1, x_2, t) |_{[x_1, x_2]^T = V_h [m_1, m_2]^T}$$

其中 $V_h$ 是高分辨率采样栅格的采样矩阵。其采样频率高于奈奎斯特频率,每个高分辨率像素中连续强度模型变化很小,因而对于任何一个通过 $(n_1, n_2, k)$ 的运动轨迹的空间间隔内的帧 $i$ ,由 CCD 成像模型有:

$$y_k(n_1, n_2) \approx z_i(m_1, m_2) \int_0^{D_Y} \int_0^{D_X} w(u_1, u_2, \tau; x_1, x_2, t) du_1 du_2 \quad (19)$$

其中 $[x_1, x_2, t]^T = V_i [n_1, n_2, k]^T, [u_1, u_2, \tau]^T = V_h [m_1, m_2, i]^T, (u_1, u_2) = c(\tau, x_1, x_2, t)$ 。定义

$$w_{ik}(m_1, m_2; n_1, n_2) = \int_0^{D_Y} \int_0^{D_X} w(u_1, u_2, \tau; x_1, x_2, t) du_1 du_2 \quad (20)$$

那么就得到反映高分辨率帧与低分辨率帧关系的处理模型:

$$y_k(n_1, n_2) = \sum_{m_1} \sum_{m_2} w_{ik}(m_1, m_2; n_1, n_2) z_i(m_1, m_2) + \eta_k(n_1, n_2) \quad (21)$$

### 5 MAP 联合估计

上面超分辨率处理模型表示第 $k$ 帧低分辨率图像 $Y_k$ 等于高分辨率图像 $Z$ 与成像核函数 $W$ 的二维卷积加上高斯噪音 $\eta_k$ :

$$Y_{k,m} = \sum_{r=1}^N W_{k,m,r}(D_k, S_k) Z_r + \eta_{k,m} \quad (22)$$

其中 $m=1, 2, \dots, M, k=1, 2, \dots, p, W_{k,m,r}(D_k, S_k)$ 代表高分辨率图像 $Z$ 的第 $r$ 个像素与第 $k$ 帧低分辨率图像 $Y_k$ 的第 $m$ 个像素之间的关系。向量 $D_k = [d_{k,x}, d_{k,y}]^T$ 是第 $k$ 帧低分辨率图像的混叠参数。向量 $S_k = [h_k, v_k]^T$ 是第 $k$ 帧低分辨率图像的位移参数。 $\eta_{k,m}$ 是方差为 $\sigma_\eta^2$ 的加性高斯噪音,其多元概率密度函数表示如下:

$$P_{r,(n)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{PM}{2}} \sigma_\eta^{PM}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} n^T n\right\} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{PM}{2}} \sigma_\eta^{PM}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_{m=1}^{PM} \eta_m^2\right\} \quad (23)$$

上述处理模型的系统矩阵不是托普利茨矩阵,不能通过过渡矩阵将其对角化,再利用快速傅立叶变换来求解联立方程组。MAP 算法依据贝叶斯准则,通过最大化条件概率密度函数 $P(Z/Y)$ 得到对高分辨率图像 $Z$ 的 MAP 估计。

在给定低分辨率图像 $Y$ 的情况下,对高分辨率图像 $Z$ ,位移 $S$ 和混叠度 $D$ 同时做出估计,用下式表示:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmax}} \Pr(Z, S, D | Y) \quad (24)$$

经过公式推导得到:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmax}} \Pr(Y | Z, S, D) \Pr(Z) \Pr(S) \Pr(D) \quad (25)$$

即求下面代价函数  $L(Z, S, D)$  的极值:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmin}} L(Z, S, D) = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmin}} \{-\log[\Pr(Y|Z, S, D)] - \log[\Pr(Z)] - \log[\Pr(S)] - \log[\Pr(D)]\} \quad (26)$$

用高斯模型反映随机场  $Z$  的统计特征, 其概率密度函数如下:

$$P_{r(z)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_z|^{1/2}} \exp\{-\frac{1}{2} Z^T C_z^{-1} Z\} \quad (27)$$

其中  $C_z$  是  $Z$  的  $N \times N$  协方差矩阵。

将指数项中的  $C_z^{-1}$  表示成因子相乘的形式:

$$P_{r(z)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_z|^{1/2}} \exp\{-\frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N Z^T d_i d_i^T Z\} \quad (28)$$

其中  $d_i = [d_{i,1}, d_{i,2}, \dots, d_{i,N}]^T$  是系数向量,  $\lambda$  是控制参数。先验模型变为:

$$P_{r(z)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_z|^{1/2}} \exp\{-\frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N (\sum_{j=1}^N d_{i,j} Z_j)^2\} \quad (29)$$

根据数学模型和噪声概率密度函数, 写出条件概率密度函数  $Pr(Y|Z, S, D)$ :

$$Pr(Y|Z, S, D) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} \sigma_y^M} \exp\{-\frac{1}{2\sigma_y^2} \sum_{m=1}^M (Y_m - \sum_{r=1}^N W_{m,r}(S, D) Z_r)^2\} \quad (30)$$

经推导 MAP 估计变成:

$$\hat{Z}, \hat{S}, \hat{D} = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmin}} L(Z, S, D) = \underset{Z, S, D}{\operatorname{argmin}} \{\frac{1}{2\sigma_y^2} \sum_{m=1}^M (Y_m - \sum_{r=1}^N W_{m,r}(S, D) Z_r)^2 + \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N (\sum_{j=1}^N d_{i,j} Z_j)^2\} \quad (31)$$

迭代中先给定  $Z$  做为高分辨率图像  $\hat{z}^n = [z_1^n, z_2^n, \dots, z_N^n]^T$  的当前估计, 由下式计算运动参数和混叠参数:

$$\hat{S}^n, \hat{D}^n = \underset{S, D}{\operatorname{argmin}} L(\hat{Z}^n, S, D) = \underset{S, D}{\operatorname{argmin}} \{(Y - W_{S, D} \hat{Z}^n)^T (Y - W_{S, D} \hat{Z}^n)\} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (32)$$

实际处理表明, 在混叠度未知的情况下可以由多帧图像



图3 原始卫星图像

图9的代价函数-迭代次数曲线表明, 用国外文献中实现的 MAP 算法处理, 无法解开欠采样低分辨率输入图像的混叠, 陷入了局部最优。

从图10的平均绝对误差曲线可以看出, 双线性内插和双三次内插处理结果的误差比较大。而对于国外文献实现的 MAP 算法, 尽管代价函数学习曲线随迭代次数的增加而下降, 但是处理结果的平均绝对误差却呈略微上升的趋势, 这正是因为其构造的代价函数  $L(Z, S)$  没有考虑混叠参数的影

求准帧位移。我们先由下式估计运动参数:

$$\hat{S}_k^n = \underset{S_k}{\operatorname{argmin}} \{\sum_{m=1}^M (Y_{k,m} - \sum_{r=1}^N W_{k,m,r}(S_k) \hat{Z}_r^n)^2\} \quad k=1, 2, \dots, p \quad (33)$$

然后再利用已知的运动参数确定混叠参数:

$$\hat{D}_k^n = \underset{D_k}{\operatorname{argmin}} \{\sum_{m=1}^M (Y_{k,m} - \sum_{r=1}^N W_{k,m,r}(S_k, D_k) \hat{Z}_r^n)^2\} \quad k=1, 2, \dots, p \quad (34)$$

代价函数  $L(z, s, d)$  在向量  $Z$  方向上的梯度为:

$$\nabla_z L(Z, S, D) = \frac{1}{\sigma_y^2} (W_{S, D}^T W_{S, D} Z - W_{S, D}^T Y) + C_z^{-1} Z \quad (35)$$

其中

$$\nabla_z L(Z, S, D) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L(Z, S, D)}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial L(Z, S, D)}{\partial Z_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial L(Z, S, D)}{\partial Z_N} \end{bmatrix} \quad (36)$$

将  $S = \hat{S}^n, D = \hat{D}^n$  用于第  $n$  次迭代, 使  $\nabla_z L(Z, S, D)|_{S=\hat{S}^n, D=\hat{D}^n} = 0$ , 解出第  $n+1$  次迭代估计:

$$\hat{Z}^{n+1} = [W_{\hat{S}^n, \hat{D}^n}^T W_{\hat{S}^n, \hat{D}^n} + \sigma_y^2 C_z^{-1}]^{-1} W_{\hat{S}^n, \hat{D}^n}^T Y \quad (37)$$

经过反复迭代直至  $\|\hat{Z}^{n+1} - \hat{Z}^n\| / \|\hat{Z}^n\| < \epsilon$ ,  $\epsilon$  为误差门限, 就得到了重构的高分辨率图像。

## 6 实验结果

仿真处理采用实际卫星图像。图3是一幅美国卫星图像, 经过平移、模糊以及严重欠采样和噪声污染后得到四幅模拟的低分辨率欠采样图像, 做为超分辨率处理的多帧输入, 图4是其中的一帧。图5是双线性内插结果。图6是双三次内插结果。图7是用美国 IEEE 文献中提出的 MAP 算法进行处理的结果。图8是 JEMAP 联合估计算法的处理结果。

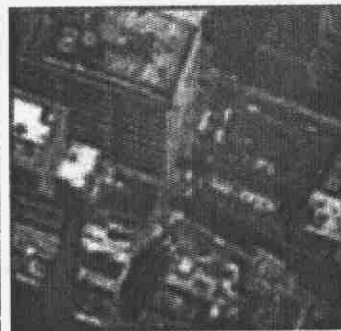


图4 第一帧输入图像

响, 不可避免地导致了算法的盲目和不稳定性。

图9、图10显示了联合估计混叠度、运动参数和高分辨率图像的 JEMAP 算法以很快的速度收敛, 解开了低分辨率输入图像的混叠, 重建高分辨率图像的效果比较理想。

结论 空域超分辨率处理算法包含先验约束的能力很强。我们根据程序稳定性和自适应性控制的需要, 定义了能够反映星载 CCD 设备成像精度的卫星图像混叠度表达式, 确定超分辨率处理模型和合适的代价函数, 在空域联合估计混叠

度,运动参数和高分辨率图像。

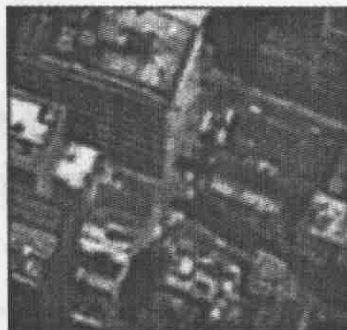


图5 输入图像的双线性插值结果



图6 输入图像的双三次插值结果



图7 IEEE 中 MAP 算法处理结果



图8 JEMAP 联合估计算法处理结果

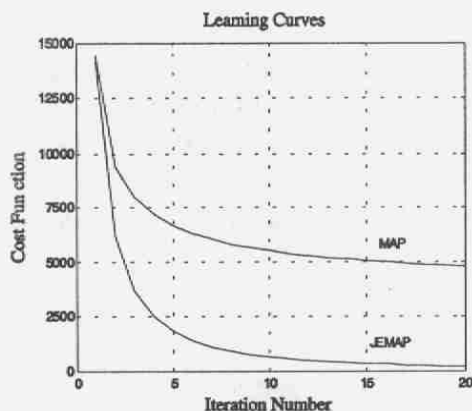


图9 代价函数学习曲线对比

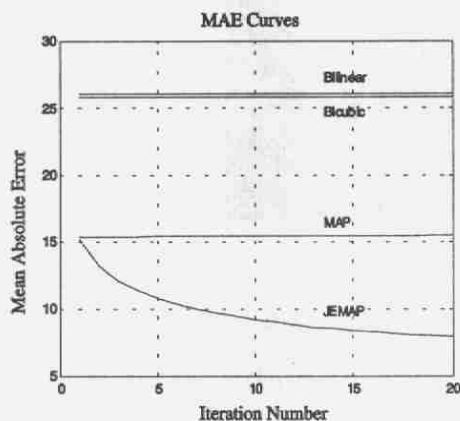


图10 平均绝对误差曲线对比

JEMAP 算法不象频域算法那样要求有较高的条件限制,它在迭代的过程中通过误差梯度的优化来确定输入图像合适的混叠度,避免了超分辨率处理的盲目性,提高了算法的适应性,解开输入图像 FL 的信号混叠,高品质地重构清晰卫星图像,具有很强的应用性。

### 参考文献

- 1 Kim S P, Bose N K, Valenzuela H M. Recursive Reconstruction of High-Resolution Image from Noisy Undersampled Multiframes. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1990, 38(6): 1013~1027
- 2 Mehmet K A, Murat T, Sezan M I. POCS-Based Restoration of Space-Varying Blurred Images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1994, 3(4): 450~454
- 3 Schultz R R, Stevenson R L. Extraction of High-resolution Frames from Video Sequences. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996, 5(6): 996~1011
- 4 Elad M, Feuer A. Restoration of a Single Superresolution Image from Several Blurred, Noisy, and Undersampled measured Images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, 6(12): 1646~1658
- 5 Hardie R C, Barnard K J, Armstrong E E. Joint MAP Registration and High-Resolution Image Estimation Using a Sequence of Undersampled Images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, 38(6): 1621~1633