

基于方向关系组合运算表的定性推理^{*}

郭平¹ 刘然¹ 林勇² 董晓华²

(重庆大学计算机学院 重庆400044)¹ (重庆大学城市学院 重庆400030)²

摘要 方向关系的定性推理是GIS中的一个重要的理论问题。本文介绍基于并字空间的方向关系定性表示,着重讨论基于方向关系组合运算表的定性推理,最后给出一个基于方向关系组合运算表的定性推理算法。

关键词 定性推理,方向关系,GIS

Qualitative Reasoning Based on Composition Operation Table of Directional Relation

GUO Ping¹ LIU Ran¹ LIN Yong² DONG Xiao-Hua²

(College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing400044)¹

(College of City, Chongqing University, Chongqing400030)²

Abstract Qualitative reasoning of directional relation is one of the key theoretical issues in GIS. This paper focuses on the qualitative reasoning based on composition operation table of directional relation. First, the qualitative representation of directional relation based on space with neutral zone is introduced. Then, the qualitative reasoning based on composition operation table of directional relation is mainly discussed. Finally, a qualitative reasoning algorithm based on composition operation table of directional relation is also given.

Keywords Qualitative reasoning, Directional relation, GIS

1 引言

空间关系是指地理实体之间存在的一些具有空间特性的关系^[1]。在GIS中,空间关系主要有拓扑关系、方向关系、度量关系三大类。其中方向关系描述了对象在空间中的某种排序,如前后、东西等等。

空间推理是指利用空间理论和人工智能技术对空间对象进行建模、描述和表示,并据此对空间对象间的空间关系进行定性或定量分析和处理的过程^[4]。而定性的空间推理是空间推理的重要组成部分,是处理常识性空间知识的一种人工智能方法^[7]。空间推理在GIS空间查询、空间分析、规划决策等过程中起着重要的作用。

由于空间问题固有的复杂性和不确定性,近年来空间关系的表示和推理普遍采用定性的方法^[6]。因此,定性空间表示和推理逐渐成为研究的热点^[1,3,5,6]。但是,深入研究基于并字空间的方向关系定性推理的文献还较少。本文首先介绍了基于并字空间的方向关系定性表示,然后重点讨论了基于并字空间的方向关系组合运算表的定性推理,给出了强方向关系组合运算表和定性推理算法。

2 基于并字空间的方向关系定性表示

方向关系的定性表示有多种方法^[1,2,6],目前人们更趋向于用带中心区域的二维坐标系空间(我们称为并字空间)来表示。这种表示方法以参照对象为中心(为简便有效,常采用空间对象的最小边界矩形MBR表示空间对象本身。这样,并字空间表示方法可看作是一种基于区域的表示方法),将整个空间划分为正东(RE)、正南(RS)、正西(RW)、正北(RN)、西北(NW)、东北(NE)、东南(SE)、西南(SW)和中心区域(OC)9个区域,通过各对象本身与9个区域之间的交的结果来描述它

与参照对象之间的方向关系。并字空间的表示见图1。下面我们给出并字空间中方向关系的定义:

定义1 设 $D = \{NE, RN, NW, RW, SW, RS, SE, RE, 0\}$ 表示方向关系的符号集合,其中0是表示“同位”方向关系的符号(当两个对象的最小边界矩形的内部有交点时,用“同位”表示其方向)。设 2^D 表示集合 D 的幂集,则对象 A (目标对象)与 B (参照对象)的方向关系可表示为二元函数 $dir(A, B)$, $dir(A, B) \in 2^D$ 。其中 $\{NE\}$ 、 $\{RN\}$ 、 $\{NW\}$ 、 $\{RW\}$ 、 $\{SW\}$ 、 $\{RS\}$ 、 $\{SE\}$ 、 $\{RE\}$ 、 $\{0\}$ 称为强方向关系。空关系 \emptyset 表示不能确定或存在矛盾的方向关系。

在实际应用中,还可以使用分辨率更低一点的方向关系。这些低分辨率的方向关系集合中的元素定义如下:

定义2 $E \equiv_{def} NE \vee RE \vee SE$; $W \equiv_{def} NW \vee RW \vee SW$; $S \equiv_{def} SW \vee RS \vee SE$; $N \equiv_{def} NW \vee RN \vee NE$; $SH \equiv_{def} RN \vee 0 \vee RS$; $SL \equiv_{def} RW \vee 0 \vee RE$

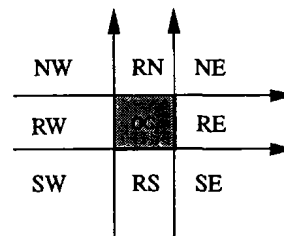


图1 并字空间

3 基于并字空间的方向关系组合运算表的定性推理

研究定性表示的目的主要是为了进行定性推理。基于并

^{*} 本课题得到国家自然科学基金项目(编号:50378903)和重庆大学基础及应用基础研究项目(编号:717411038)共同资助。郭平 主要研究方向:数据挖掘,定性推理,GIS技术。刘然 主要研究方向:数据挖掘,GIS技术。

字空间的方向关系组合运算表的定性推理的主要任务,就是要从某些对象之间的已知方向关系推导出另一些对象之间的方向关系。为此,我们需要在井字空间上定义一些运算,并且构造这些运算的运算表。

3.1 方向关系组合运算表

定义3(方向关系的反转运算) 任意对象 A, B , 方向 $dir(A, B)$ 的反转运算记为 $inv(dir(A, B))$, 其值为 $dir(B, A)$ 。 inv 称为方向关系的反转运算。

9种强方向关系及空关系 Φ 的反转运算表如表1所示。

表1 强方向关系及空关系 Φ 的反转运算表

$dir(A, B)$	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}	Φ
inv ($dir(A, B)$)	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{RN}	{NE}	{SW}	{SE}	{0}	Φ

定义4(方向关系的组合运算) 设 ∞ 是建立在集合 2^D 上的运算, 且对任意对象 A, B 和 $C, dir(A, B) \infty dir(B, C) =_{def} dir(A, C)$, ∞ 称为方向关系的组合运算。

方向关系的组合运算是方向关系推理的主要形式。有了方向关系组合运算的定义, 就可以根据它来构造组合运算表。不过, 假如严格按照定义1来构造组合运算表的话, 那么得出的组合运算表不但庞大复杂, 而且也不符合人们日常的认知习惯, 偏离了定性表示的初衷。为简化问题的复杂性, 真正体现定性表示的特点, 在大尺度空间中, 我们可以忽略任意两个对象的大小的差别, 把它们 MBR 看成大小相等, 并且当 $dir(A, B) = \{0\}$ 时, 认为它们完全相等(此时在确定 A, B 与其它对象的方向关系时, 可视需要任选 A, B 之一为准)。

在上述约定下, 可以得到近似的强方向关系组合运算表, 如表2所示, 这些组合运算实际上就是强方向关系的推理。

对于空间对象, 我们有如下性质:

性质1 对任意空间对象 $A, dir(A, A) = \{0\}$

证明: 不妨设 $dir(A, B) = \{0\}$, 则 $dir(B, A) = inv(dir(A, B)) = inv(\{0\})$, 由表1可得, $inv(\{0\}) = \{0\}$ 。故 $dir(B, A) = \{0\}$ 。因此, $dir(A, A) = dir(A, B) \infty dir(B, A) = \{0\} \infty \{0\}$, 由表2得 $\{0\} \infty \{0\} = \{0\}$, 故 $dir(A, A) = \{0\}$ 。

表2 近似的强方向关系组合运算表 ($dir(A, B) \infty dir(B, C)$)

$dir(A, B) \backslash dir(B, C)$	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{RN}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{NE}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{RE}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{SE}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{RS}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{SW}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{RW}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{NW}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}
{0}	{RN}	{NE}	{RE}	{SE}	{RS}	{SW}	{RW}	{NW}	{0}

3.2 基于方向关系组合运算表的定性推理

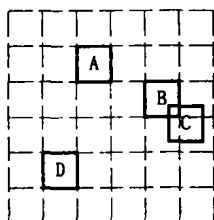


图2 井字空间中的对象及其方向关系推理

图2给出了一个基于表2的定性推理的例子(已知 $dir(A, B) = \{NW\}$, $dir(B, C) = \{0\}$, $dir(B, D) = \{NE\}$ 。为便于使用

表2, 下面所讨论的推理, 给定的对象之间的已知方向关系都是强方向关系):

- (i) $dir(A, C) = dir(A, B) \infty dir(B, C) = \{NW\}$
- (ii) $dir(A, D) = dir(A, B) \infty dir(B, D) = \{N\}$
- (iii) $dir(C, D) = inv(dir(B, C)) \infty dir(B, D) = \{NE\}$

上面罗列推理结果的方法并不直观, 我们可以采用方向关系矩阵来直观表示基于组合运算表的推理过程和结果。

定义4(方向关系矩阵) 设 R 是 n 阶方阵 (n 是空间对象的个数), 若 R 的元素 $d_{ij} (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n)$ 表示空间对象 O_i 和 O_j 的方向关系, 即 $d_{ij} = dir(O_i, O_j)$, 则称 R 为空间对象之间的方向关系矩阵。

基于组合运算表的推理, 反映在方向关系矩阵 R 中就是根据已知元素查表2填写矩阵中的未知元素的过程。根据定义3, $d_{ij} = inv(d_{ji})$; 又根据性质1, $d_{ii} = \{0\}$ 。因此, 推理时可以只考虑方向关系矩阵的上三角的元素。图2中空间对象之间的方向关系矩阵如图3所示。其中斜体元素表示推理得到的元素, 箭头线表示了具体的推理过程。

	A	B	C	D
A	{0}	{NW}	<i>{NW}</i>	<i>{N}</i>
B		{0}	{0}	{NE}
C			{0}	<i>{NE}</i>
D				{0}

图3 图2例子中对应的方向关系矩阵

定理1 设方向关系推理过程中得到的每个结果都是强方向关系。要推理出 n 阶方向关系矩阵上三角矩阵的所有元素, 则上三角矩阵每列至少有一个已知元素。

证明: 我们可以借助空间对象的方向关系图来证明这个命题。

定义5(方向关系图) 设加权有向图 $G = (V, E)$, V 表示空间对象 $O_i (1 \leq i \leq n)$ 的集合, 有向边 $e_j = (O_{i_1}, O_{i_2}) \in E (1 \leq j \leq \epsilon(G))$, 每一条有向边 e_j 的权 $W(e_j) = dir(O_{i_1}, O_{i_2})$, 则称图 G 为空间对象的方向关系图。

设有 n 阶方向关系矩阵 R 。根据定义4和定义5, 如果 R 的上三角的某一列 j 没有一个已知元素, 那么 R 对应的初始状态的方向关系图 G 中的顶点 O_j 的次数 $deg(O_j) = 0$, 故 G 是非连通图, O_j 是孤立点, 从而无法推知 O_j 与其它对象的方向关系。因此如果某一列没有一个已知元素的话, 一定不能通过组合运算推得上三角的所有元素。

下面证明如果 R 的上三角的每一列有一个已知元素(即 $n-1$ 个已知元素), 则可以通过组合运算推得上三角的所有元素。首先我们证明此时(初始状态) R 对应的方向关系图 G 是一棵树, 分两步证明:

①由定义4和定义5可知, 此时 R 对应的初始状态的方向关系图 G 中 $\epsilon(G) = n-1 = v(G)-1$ 。

②下面用归纳法证 G 是连通图。

(1) 当 R 的上三角子阵阶数 $j = 2$ 时, $R_{jj} = R_{22} = \begin{bmatrix} \{0\} & d_{12} \\ & \{0\} \end{bmatrix}$ 。因为 R 的上三角的任一列有一个已知元素, 所以此时 $d_{12} = dir(O_1, O_2)$ 已知, 故 R_{22} 对应的方向关系图 G_{22} 是一个连通图。

(2) 假设 R 的上三角子阵 $R_{jj} = \begin{bmatrix} \{0\} & d_{12} & \dots & \dots \\ & \{0\} & \dots & d_{mj} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \{0\} \end{bmatrix}$ 对

应的方向关系图 G_j 是连通图。

(3) 当上三角阵阶数为 $j+1$ 时, 如 $R_{j+1,j+1} = \begin{bmatrix} \{0\} & d_{12} & \dots & \dots \\ & \{0\} & \dots & d_{pq} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \{0\} \end{bmatrix}$, 设它的第 $j+1$ 列的元素 $d_{pq} = dir$

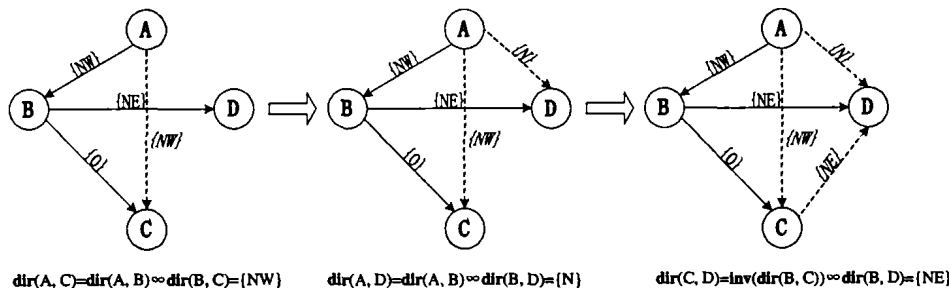
$(O_p, O_q) (1 \leq p \leq j, q = j+1)$ 已知, 则方向关系图 $G_{j+1,j+1}$ 可看成 G_j 添加一条有向边 $\overline{O_p O_q}$ 构成, 其中 $O_p \in V_{G_j}$ 。由假设, G_j 是连通图, 可知 $G_{j+1,j+1}$ 也是连通图。综合(1)、(2)和(3), 由数学归纳法知, 对任意 $R_j (2 \leq j \leq n)$, 对应的 G_j 是连通图。因此当 $j=n$ 时, $R_{nn} = R$ 对应的方向关系图是连通图。

由①、②知, R 对应的初始状态的方向关系图 G 连通, 且 $\epsilon(G) = n-1 = v(G) - 1$, 因此 G 是一棵树。

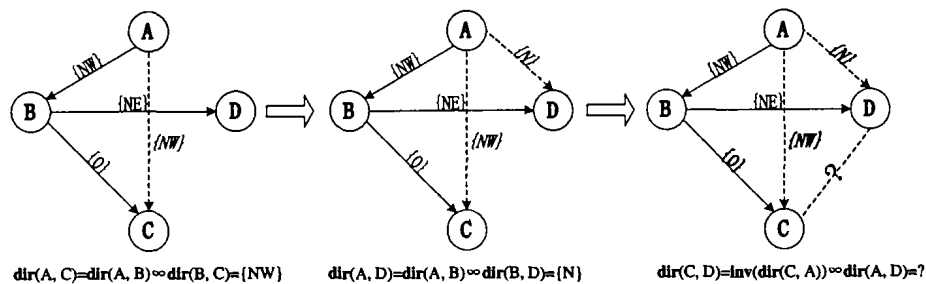
其次, 我们要证明采用组合运算, 通过初始状态 G 这棵树可以推得一个完全图 G' 。由于基于组合运算表的推理, 反映在方向关系图 G 中就是根据已知两相邻边的权查表2得到第三边及其权的过程, 因此我们可以对树的顶点数 v 用数学归纳法来证明这个命题(由于我们总可以通过反转运算将两相邻边的权的组合运算转化成 $dir(O_1, O_2) \circ dir(O_2, O_3)$ 的形式, 因此下面的归纳法中我们把有向树当作无向树处理)。

(1) 当 $v=3$ 时, 结论显然成立。

(2) 假设 $v=j$ 时, 采用组合运算, 通过树 G , 可以推得一



(i) 第一种推理过程



(ii) 第二种推理过程

图4 图2中的例子的两种推理过程

算法 Reasoning-composition (通过对象之间已知方向关系推理得到未知方向关系)

S : 方向关系图中已知边的集合, $|S| \leq n-1$ 。

T : 推理得到的边的集合。

输入: 对象之间的方向关系图 G 。

输出: 对象之间的方向关系图 G_R 。

步骤:

Reasoning-composition

$S := \{ \text{方向关系图 } G \text{ 中的已知边} \}$;

$T := \Phi$;

for 每个 $e = \overline{O_i O_j} \in S$, 通过反转运算使得 $W(e) = W(\overline{O_j O_i})$, ($p \leq q$);

for each $O_i \in V$ do
for each $O_j \in V$ and ($j > i$) do

if $\overline{O_i O_j} \notin S \cup T$ then

① if $\exists O_k \in V$, 使 $\{ \overline{O_i O_k}, \overline{O_k O_j} \} \subseteq S$ or $\{ \overline{O_i O_k}, \overline{O_k O_i} \} \subseteq S$ or $\{ \overline{O_i O_k}, \overline{O_j O_k} \} \subseteq S$ then

求解 $dir(O_i, O_k)$ 和 $dir(O_k, O_j)$;

$W(\overline{O_i O_j}) := dir(O_i, O_k) \circ dir(O_k, O_j)$;

$T := T + \overline{O_i O_j}$; $G := G + \overline{O_i O_j}$;

else

② if $\exists O_k \in V$, 使 $\{ \overline{O_i O_k}, \overline{O_k O_j} \} \subseteq T$ or $\{ \overline{O_i O_k}, \overline{O_k O_i} \} \subseteq T$ or $\{ \overline{O_i O_k}, \overline{O_j O_k} \} \subseteq T$ and 它们的边权是强方向关系 then

求解 $dir(O_i, O_k)$ 和 $dir(O_k, O_j)$;

$W(\overline{O_i O_j}) := dir(O_i, O_k) \circ dir(O_k, O_j)$;

$T := T + \overline{O_i O_j}$; $G := G + \overline{O_i O_j}$;

end if

end if

end for

end for

算法中两个 for 循环相当于对 G 所对应的方向关系矩阵 R 的上三角的每一个元素进行处理, 需要进行 $(n^2 - n) / 2$ 次。

故这两个 for 循环的时间复杂度为 $O(n^2)$; 又因为循环内部时间复杂度最高的是语句①和②, 为 $O(n)$, 从而该算法的时间复杂度为 $O(n^3)$ 。

结束语 上述的定理和算法为基于井字空间的方向关系组合运算表的定性推理提供了有效的方法和手段。由于 GIS 中空间数据具有海量的特点, 基于这些特点改进算法, 使其符合实际的 GIS 的应用, 并将其结合到定性推理中还需要作深入的研究。

参 考 文 献

1 陈军, 赵仁亮. GIS 空间关系的基本问题与研究进展. 测绘学报, 1999, 28(2): 95~102
 2 Frank A U. Qualitative spatial reasoning: cardinal directions as an

example [J]. INT. J Geographical Information Systems, 1996, 10 (3): 269~290
 3 Cohn A G, Bennett B, Gooday J, Gotts N M. Qualitative Spatial Representation and Reasoning with the Region Connection Calculus. Geoinformatica, Kluwer Academic Publishers, Boston. Manufactured in The Netherlands. 1, 1997. 1~44
 4 刘亚彬, 刘大有, 等. 定性空间表示与定性空间的研究与发展. 计算机科学, 2003, 30(3): 65~67
 5 应新洋. 地理信息系统中拓扑空间关系及空间推理研究: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆大学, 2003
 6 曹茵, 陈军等. 方向关系与距离关系的定性描述与推理. 西安石油学院学报(自然科学版), 2001, 16(1): 68~72
 7 廖士中, 石纯一. 定性空间推理的研究与进展. 计算机科学, 1998, 25(4): 11~13

(上接第32页)

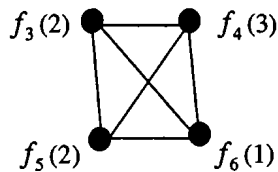


图4 子图

表1 分组调度统计表

流 ID	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
周期 T 内传输的时槽数量	5.25	1.75	2.0	3.0	2.0	1.0	7.0
归一化的传输速率	0.57	0.57	1.0	1.0	1.0	1.0	0.43

5.3.2 性能分析 (1) 在每个周期 T 内实现了带权 max-min 公平。该算法把时间 t 按照周期 T 进行了分割, 在每个周期内, 该算法是带权 max-min 公平的。这是因为, 在一个调度周期内, 每个流均被调度, 并且任一流 i 的传输速率 $(\frac{W_i C_i}{W})$ 与传输时槽 $(\frac{W_i}{W} W)$ 之积等于 $W_i C_i$, 归一化后恰好等于该流 i 的权重 W_i 。表1给出了一个直观的验证。

(2) 带宽利用率为100%。这是因为算法 S 是在可以同时传输的流之间实现带宽的带权分配, 于是, 在任一时刻, 带宽均处于完全被利用的状态。

总结与展望 对 ad hoc 无线网分组调度算法公平性的研究是近期网络领域的一个热点同时也是难点。本文在系统地研究公平调度算法的基础上, 提出了一种新的分组调度算法。理论分析和模拟结果都表明该算法实现了带权 max-min 公平及带宽资源的最大利用。但是就该公平调度算法本身而言, 我们认为仍有许多值得研究的地方:

(1) 全分布式地实现。本文提出的算法在计算极大集群速率的时候仍然需要全局流的信息, 比如权重。虽然可以预留专门的信道来传播权重等信息, 但是在网络拓扑非常巨大的时候, 传播信息的通信量则不能忽略, 从而会对算法性能造成影响。如何实现完全意义上的“分布式”算法, 则是下一阶段研究的目标。

(2) 动态权重下的公平。本文定义的权重都是静态意义上的权重, 即在调度之前每个流的权重就已经确定, 并且在算法执行的过程中均不会变化。这当然有广泛的应用背景, 但是对于权重无法在初始时刻静态分配的应用, 如何实现动态权重

下的公平, 同样是一亟待解决的问题。

参 考 文 献

1 Demers A, Keshav S, Shenker S. Analysis and simulation of a fair queueing algorithm. In: Proc. of ACM SIGCOMM'89, 1989
 2 Bennett J, Zhang H. WFQ: worst-case fair weighted fair queueing. In: Proc. of IEEE INFOCOM'96, 1996
 3 Goyal P, Vin H, Chen H. Start-time fair queueing: A scheduling algorithm for integrated service access. In: Proc. of ACM SIGCOMM'96, 1996
 4 Bhagwat P, Bhattacharya P, Krishma A, Tripathi S. Enhancing throughput over wireless LANs using channel state dependent packet scheduling. In: Proc. of IEEE INFOCOM'97, 1997
 5 Lu S, Nandagopal T, Bharghavan V. Fair scheduling in wireless packet networks. In: Proc. of ACM MOBICOM'98, 1998
 6 Lu S, Bharghavan V, Srikant R. Fair scheduling in wireless packet networks. In: Proc. of ACM SIGCOMM'97, 1997
 7 Ramanathan P, Agrawal P. Adapting packet fair queueing algorithms to wireless networks. In: Proc. of ACM MOBICOM'98, 1998
 8 Eugene Ng T, Stoica I, Zhang H. Packet fair queueing algorithms for wireless networks with location-dependent errors. In: Proc. of IEEE INFOCOM'98, 1998
 9 Kelly F, Maulloo A, Tan D. Rate control in communication networks: shadow prices, proportional fairness and stability. Journal of the Operational Research Society, 1998, 49: 237~252
 10 Bertsekas D, Gallager R. Data networks. Prentice-Hall, 1987
 11 Radunovic B, Le Boudec J Y. A unified framework for max-min and min-max fairness with applications: [Technical report IC-200248]. EPFL, July 2002
 12 Tassioulas L, Sarkar S. Max-min fair scheduling in wireless networks. In: Proc. of IEEE INFOCOM'02, 2002
 13 Rubenstein D, Kurose J, Towsley D. The impact of multicast layering on network fairness. IEEE/ACM Trans. Networking, 2002, 10(2)
 14 Shenker S. Fundamental design issues for the future internet. IEEE Journal on Selected Areas in Communications (JSAC), 1995, 13: 1176~1188
 15 Nandagopal T, Kim T, Gao X, Bharghavan V. Achieving MAC layer fairness in wireless packet networks. In: Proc. of ACM MOBICOM'00, 2000
 16 Kunniyur S, Srikant R. End-to-end congestion control schemes: utility functions, random losses and ECN marks. In: Proc. of IEEE INFOCOM'00, 2000
 17 Massoulié L, Roberts J. Bandwidth sharing: Objectives and algorithms. In: Proc. of IEEE INFOCOM'99, 1999
 18 Luo H, Lu S. A topology-independent fair queueing model in ad hoc wireless networks. In: Proc. of IEEE ICNP'00, 2000
 19 Luo H, Medvedev P, Cheng J, Lu S. A self-coordinating approach to distributed fair queueing in ad hoc wireless networks. In: Proc. of IEEE INFOCOM'01 2001
 20 Wu X, Yuen C, Gao Y, Wu H, Li B. Fair scheduling with bottleneck consideration in wireless ad-hoc networks. In: Proc. of IEEE IC3N'01, 2001
 21 Luo H, Lu S, Bharghavan V, Cheng J, Zhong G. A packet scheduling approach to QoS Support in multihop wireless networks. ACM Journal of Mobile Networks and Applications (MONET), Special Issue on QoS in Heterogeneous Wireless Networks, 2002
 22 Xue Y, Li B, Nahrstedt K. Price-based resource allocation in wireless ad hoc networks. In: Proc. of IEEE INFOCOM'03, 2003
 23 Augustson J, Minker J. An analysis of some graph theoretical cluster techniques. Journal of the Association for Computing Machinery, 1970, 17(4)