

直觉模糊数决策粗糙集

陈玉金 李续武

(空军工程大学防空反导学院 西安 710051)

摘要 决策粗糙集模型的代价函数不包含模糊概念,不能够细腻地描述包含模糊信息的决策。针对上述不足,首先将模型中精确值的代价函数拓展为直觉模糊数,构建直觉模糊数决策粗糙集模型。然后,通过分析基于直觉模糊数下、上理想的决策预期代价函数,形成保守、激进、可变的决策策略和相应的决策规则,并分析其相关数学性质。最后,通过对战略目标防空部署策略的风险分析来说明模型的具体应用过程。

关键词 决策粗糙集,代价函数,直觉模糊数,下理想,上理想

中图法分类号 TP181 文献标识码 A DOI 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.02.044

Intuitionistic Fuzzy Numbers Decision-theoretic Rough Sets

CHEN Yu-jin LI Xu-wu

(Air and Missile Defense College, Air-force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract The cost function of decision-theoretic rough set does not include fuzzy concept, which can not describe the decision of the fuzzy information discreetly. For the above shortage, firstly, the concept of precise value of loss function was generalized to intuitionistic fuzzy numbers and the intuitionistic fuzzy numbers decision-theoretic rough set was established. Then, the expected loss with intuitionistic fuzzy numbers based on down-ideal and up-ideal was analyzed. The strategies based on conservatism, activism and variable semantics were described and decision rules were derived. The corresponding propositions of the intuitionistic fuzzy numbers decision-theoretic rough sets were analyzed. Finally, an example of disposition schemes for strategic target air-defense operation was given to illuminate the proposed model in applications.

Keywords Decision-theoretic rough sets, Loss function, Intuitionistic fuzzy numbers, Down-ideal, Up-ideal

1 引言

决策粗糙集是 Yao 等人^[1]于 1990 年提出的,它在经典 Pawlak 粗糙集^[2-3]的基础上引入了贝叶斯风险分析。决策粗糙集以概率形式表达近似集,并通过精确的代价矩阵来求得构建概率粗糙近似所需的一对阈值。近年来,决策粗糙集模型在决策分析^[4]、图像分割^[5]、智能电网^[6]等方面得到了广泛的应用。

文献[7]说明相对于给出精确值,决策者在对模糊信息进行决策时更容易给出模糊的范围。现实生活中,不能了解全局的决策者只能通过有限的、模糊的信息给出相应模糊的决策;此外,对于未来事物的决策,其通常也不能给出精确可信的信息,而只能给出大致区间。此时,以精确值为代价函数的决策粗糙集不再适用于应用需求。因此,建立模糊语义环境下的决策粗糙集模型很有必要。文献[8-9]分别提出了代价函数是模糊数和区间值的决策粗糙集模型,给出风险偏好、风险厌恶两种决策分析。文献[10-11]提出了代价函数是三角模糊数、广义梯形模糊数的决策粗糙集模型,并通过多属性群决策方法给出了代价函数。文献[12-13]从不同的角度建立

了基于直觉模糊集的决策粗糙集模型。文献[14]建立了直觉模糊集的两描述、三描述、一般描述三支决策模型。

在生产实践中,人们脑海中形成的概念不仅限于“亦此亦彼”,还存在“非此非彼”的模糊概念。而直觉模糊数^[15-16]同时考虑隶属度和非隶属度,使其在处理不确定性信息时具有更强的表现力,从而能够更加细腻地描述人们对风险代价的模糊性理解。基于以上分析,本文将一种直觉模糊数引入决策粗糙集中,建立了以直觉模糊数为代价函数的决策粗糙集模型。通过分析代价函数,提出基于直觉模糊数下理想、上理想、 δ 可变直觉模糊数代价的决策期望代价,结合贝叶斯风险分析理论形成包含保守、激进、可变语义的决策规则,进而求得概率粗糙近似所需的相应阈值。最后通过实例验证模型的有效性。

2 基本知识

2.1 决策粗糙集

设信息系统为一个二元组 $\langle U, AT \rangle$,其中论域 U 是所有对象的有限非空集合, AT 是所有属性的有限非空集合。根据贝叶斯风险决策过程,构造状态空间 $\Theta = \{X, \sim X\}$ 表示对

象 x 是否属于集合 X , 决策动作集 $A = \{a_P, a_B, a_N\}$ 表示对一个对象 x 进行分类决策时采取的行动。 a_P, a_B, a_N 分别表示对象确定属于、可能属于、确定不属于集合 X 的行动。不同状态下对应的 3 种不同行动的代价函数如表 1 所列。

表 1 不同状态下不同行动的精确值代价函数

Table 1 Cost function of exact value for different actions in different states

行动类型	X	$\sim X$
a_P	λ_{PP}	λ_{PN}
a_B	λ_{BP}	λ_{BN}
a_N	λ_{NP}	λ_{NN}

其中, 当一个对象 x 属于集合 X 时, 采取 a_P, a_B, a_N 决策时所需的代价记为 $\lambda_{PP}, \lambda_{BP}, \lambda_{NP}$; 当一个对象 x 不属于集合 X 时, 采取 a_P, a_B, a_N 决策时所需的代价记为 $\lambda_{PN}, \lambda_{BN}, \lambda_{NN}$ 。 $P(X|[\bar{x}])$ 表示对象 x 所在的等价类属于集合 X 的条件概率。对于特定对象 x , 采取一个决策行动时的期望代价 $R(a_i|[\bar{x}])$ 表示如下:

$$\begin{aligned} R(a_P|[\bar{x}]) &= \lambda_{PP}P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{PN}(P(\sim X|[\bar{x}])) \\ R(a_B|[\bar{x}]) &= \lambda_{BP}P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{BN}(P(\sim X|[\bar{x}])) \\ R(a_N|[\bar{x}]) &= \lambda_{NP}P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{NN}(P(\sim X|[\bar{x}])) \end{aligned} \quad (1)$$

那么, 根据贝叶斯风险决策过程, 给出最小代价决策规则如下:

(P) 如果 $R(a_P|[\bar{x}]) \leq R(a_B|[\bar{x}])$ 且 $R(a_P|[\bar{x}]) \leq R(a_N|[\bar{x}])$ 成立, 那么 $x \in POS(X)$ 。

(B) 如果 $R(a_B|[\bar{x}]) \leq R(a_P|[\bar{x}])$ 且 $R(a_B|[\bar{x}]) \leq R(a_N|[\bar{x}])$ 成立, 那么 $x \in BND(X)$ 。

(N) 如果 $R(a_N|[\bar{x}]) \leq R(a_P|[\bar{x}])$ 且 $R(a_N|[\bar{x}]) \leq R(a_B|[\bar{x}])$ 成立, 那么 $x \in NEG(X)$ 。

考虑到: 1) $P(X|[\bar{x}]) + P(\sim X|[\bar{x}]) = 1, 2) \lambda_{PP} \leq \lambda_{BP} < \lambda_{NP}, \lambda_{NN} \leq \lambda_{BN} < \lambda_{PN}$, 简化最小代价决策规则如下:

(P') 如果 $P(X|[\bar{x}]) \geq \alpha$ 且 $P(X|[\bar{x}]) \geq \gamma$ 成立, 那么 $x \in POS(X)$ 。

(B') 如果 $P(X|[\bar{x}]) \leq \beta$ 且 $P(X|[\bar{x}]) \leq \gamma$ 成立, 那么 $x \in BND(X)$ 。

(N') 如果 $P(X|[\bar{x}]) \leq \beta$ 且 $P(X|[\bar{x}]) \leq \gamma$ 成立, 那么 $x \in NEG(X)$ 。

$$\text{其 中, } \alpha = \frac{(\lambda_{PN} - \lambda_{BN})}{(\lambda_{PN} - \lambda_{BN}) + (\lambda_{BP} - \lambda_{PP})}, \beta = \frac{(\lambda_{BN} - \lambda_{NN})}{(\lambda_{BN} - \lambda_{NN}) + (\lambda_{NP} - \lambda_{BP})}, \gamma = \frac{(\lambda_{PN} - \lambda_{NN})}{(\lambda_{PN} - \lambda_{NN}) + (\lambda_{NP} - \lambda_{PP})}.$$

2.2 直觉模糊数

目前, 由直觉模糊集理论衍生出的直觉模糊数定义主要有两种^[15-16], 本文研究由 Burillo^[16]于 1994 年提出的其中一

$$n P \underset{\sim}{\sim} \begin{cases} \langle n - n \times \nu_P(p_\eta^{C-}), n \times \mu_P(p_\eta^-), n \times \mu_P(p_\eta^+), n - n \times \nu_P(p_\eta^{C+}) \rangle, & n \geq 0 \\ \langle n - n \times \nu_P(p_\eta^{C+}), n \times \mu_P(p_\eta^+), n \times \mu_P(p_\eta^-), n - n \times \nu_P(p_\eta^{C-}) \rangle, & n < 0 \end{cases} \quad (6)$$

3 直觉模糊数决策粗糙集模型

实际生活中, 决策者在信息不够精确的情况下做出准确的决策往往都不是具象的、精确的, 因此经典决策粗糙集模型的代价分析方法无法适应这种决策。本节将决策粗糙集模型代价函数的精确值变为直觉模糊数, 建立直觉模糊数代价矩

阵。本文以下、上理想的定义及水平截集端点的表示为基础, 建立代价函数是直觉模糊数的决策粗糙集模型, 并对其进行相关研究。

定义 1^[16] $E = \langle a, b \rangle$ 是实数域上的直觉模糊集, 其特性函数由隶属度函数和非隶属度函数二元组 $\langle \mu_E(x), \nu_E(x) \rangle$ 构成, $0 \leq \mu_E(x) + \nu_E(x) \leq 1$ 。如果 a 和 b^C 均为模糊数, 则称 $E = \langle a, b^C \rangle$ 为直觉模糊数。实数域上的直觉模糊数全体记为 IFS 。

这里需要说明的是, 隶属度函数 $\mu_E(x)$ 、非隶属度函数 $\nu_E(x)$ 、犹豫度函数 $\pi_E(x)$ 分别表示 x 属于、不属于、可能属于 E 的程度。因此, 若 $\pi_E(x) > 0$, 即 $\mu_E(x) + \nu_E(x) = 1 - \pi_E(x)$, 则可以认为 x 属于 E 的可能性不限于 $\mu_E(x)$, 而是介于 $\mu_E(x)$ 和 $1 - \nu_E(x)$ 之间, 如图 1 所示。因此, 定义模糊数 a 为 E 的下理想, 模糊数 b^C 为 E 的上理想^[17-18]。

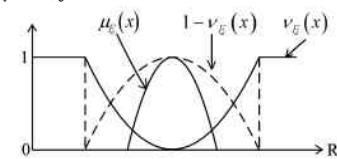


图 1 Burillo 的直觉模糊数的特性函数

Fig. 1 Characteristic function of Burillo's intuitionistic fuzzy numbers

定义 2^[17-18] 设 $E = \langle a, b \rangle \in IFS$, 二元组 $\langle \mu_E(x), \nu_E(x) \rangle$ 为特性函数, 对于 $\eta \in [0, 1]$, 定义

$$E_\eta = \langle a_\eta, b_\eta^C \rangle \quad (2)$$

为 E 的水平截集, 其中 $a_\eta = \{x | \mu_E(x) \geq \eta\}$, $b_\eta^C = \{x | 1 - \nu_E(x) \geq \eta\}$ 。

假设 P 和 Q 为两个符合定义 1 的直觉模糊数, 定义 $\mu_P(p_\eta^-), \mu_P(p_\eta^+), \mu_Q(q_\eta^-)$ 和 $\mu_Q(q_\eta^+)$ 分别为直觉模糊数 P 和 Q 下理想水平截集的左、右端点。 $1 - \nu_P(p_\eta^{C-}), 1 - \nu_P(p_\eta^{C+}), 1 - \nu_Q(q_\eta^{C-}), 1 - \nu_Q(q_\eta^{C+})$ 分别表示直觉模糊数 P 和 Q 上理想水平截集的左、右端点。直觉模糊数的相关运算表达式如下:

$$\begin{aligned} P \mid + \mid Q &= \langle 2 - \nu_P(p_\eta^{C-}) - \nu_Q(q_\eta^{C-}), \mu_P(p_\eta^-) + \mu_Q(q_\eta^-), \\ &\quad \mu_P(p_\eta^+) + \mu_Q(q_\eta^+), 2 - \nu_P(p_\eta^{C+}) - \nu_Q(q_\eta^{C+}) \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} P \mid \times \mid Q &= \langle (1 - \nu_P(p_\eta^{C-})) \times (1 - \nu_Q(q_\eta^{C-})), \mu_P(p_\eta^-) \times \mu_Q(q_\eta^-), \\ &\quad (q_\eta^-), \mu_P(p_\eta^+) \times \mu_Q(q_\eta^+), (1 - \nu_P(p_\eta^{C+})) \times \\ &\quad (1 - \nu_Q(q_\eta^{C+})) \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} P \mid \times \mid Q &= \langle (1 - \nu_P(p_\eta^{C-})) \times (1 - \nu_Q(q_\eta^{C-})), \mu_P(p_\eta^-) \times \mu_Q(q_\eta^-), \\ &\quad (q_\eta^-), \mu_P(p_\eta^+) \times \mu_Q(q_\eta^+), (1 - \nu_P(p_\eta^{C+})) \times \\ &\quad (1 - \nu_Q(q_\eta^{C+})) \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} P \mid + \mid Q &= \langle n - n \times \nu_P(p_\eta^{C-}), n \times \mu_P(p_\eta^-), n \times \mu_P(p_\eta^+), n - n \times \nu_P(p_\eta^{C+}) \rangle, \quad n \geq 0 \\ &\quad \langle n - n \times \nu_P(p_\eta^{C+}), n \times \mu_P(p_\eta^+), n \times \mu_P(p_\eta^-), n - n \times \nu_P(p_\eta^{C-}) \rangle, \quad n < 0 \end{aligned} \quad (6)$$

阵, 然后分析代价函数, 形成决策规则, 进而构造直觉模糊数决策粗糙集模型。

参照经典决策粗糙集模型, 首先建立以直觉模糊数为代价函数的代价矩阵。给定水平截集阈值 $\eta \in [0, 1]$, $A_-^-(\eta), A_+^+(\eta)$ 分别表示直觉模糊代价函数 \hat{A}_- 下理想截集的左端点和右端点; $B_-^-(\eta), B_+^+(\eta)$ 分别表示直觉模糊代价函数 \hat{A}_+ 上理

想藏集的左端点和右端点,显然有 $B_{..}^-(\eta) \leq A_{..}^-(\eta) \leq A_{..}^+(\eta) \leq B_{..}^+(\eta)$ 。直觉模糊数代价如表 2 所列。

表 2 不同状态下不同行动的直觉模糊数代价函数

Table 2 Cost function of intuitionistic fuzzy numbers for different actions in different states

	X	$\lambda_{PP}^{\wedge} = \langle B_{PP}^{C-}(\eta), A_{PP}^-(\eta), A_{PP}^+(\eta), B_{PP}^{C+}(\eta) \rangle$
	$\sim X$	$\lambda_{PN}^{\wedge} = \langle B_{PN}^{C-}(\eta), A_{PN}^-(\eta), A_{PN}^+(\eta), B_{PN}^{C+}(\eta) \rangle$
a_B	X	$\lambda_{BP}^{\wedge} = \langle B_{BP}^{C-}(\eta), A_{BP}^-(\eta), A_{BP}^+(\eta), B_{BP}^{C+}(\eta) \rangle$
	$\sim X$	$\lambda_{BN}^{\wedge} = \langle B_{BN}^{C-}(\eta), A_{BN}^-(\eta), A_{BN}^+(\eta), B_{BN}^{C+}(\eta) \rangle$
a_N	X	$\lambda_{NP}^{\wedge} = \langle B_{NP}^{C-}(\eta), A_{NP}^-(\eta), A_{NP}^+(\eta), B_{NP}^{C+}(\eta) \rangle$
	$\sim X$	$\lambda_{NN}^{\wedge} = \langle B_{NN}^{C-}(\eta), A_{NN}^-(\eta), A_{NN}^+(\eta), B_{NN}^{C+}(\eta) \rangle$

其中,当一个对象 x 属于集合 X 时,采取 a_p, a_b, a_n 决策时所需的代价记为 $\lambda_{PP}^{\wedge}, \lambda_{BP}^{\wedge}, \lambda_{NP}^{\wedge}$;当一个对象 x 不属于集合 X 时,采取 a_p, a_b, a_n 决策时所需的代价记为 $\lambda_{PN}^{\wedge}, \lambda_{BN}^{\wedge}, \lambda_{NN}^{\wedge}$ 。 $P(X|[\bar{x}])$ 表示对象 x 所在的等价类属于集合 X 的条件概率。对于特定对象 x ,采取一个决策行动时的期望代价表示如下:

$$\begin{aligned} \hat{R}(a_p|[\bar{x}]) &= \lambda_{PP}^{\wedge} P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{PN}^{\wedge} P(\sim X|[\bar{x}]) \\ &= \langle B_{PP}^{C-}(\eta), A_{PP}^-(\eta), A_{PP}^+(\eta), B_{PP}^{C+}(\eta) \rangle P(X|[\bar{x}]) + \langle B_{PN}^{C-}(\eta), A_{PN}^-(\eta), A_{PN}^+(\eta), B_{PN}^{C+}(\eta) \rangle P(\sim X|[\bar{x}]) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}(a_b|[\bar{x}]) &= \lambda_{BP}^{\wedge} P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{BN}^{\wedge} P(\sim X|[\bar{x}]) \\ &= \langle B_{BP}^{C-}(\eta), A_{BP}^-(\eta), A_{BP}^+(\eta), B_{BP}^{C+}(\eta) \rangle P(X|[\bar{x}]) + \langle B_{BN}^{C-}(\eta), A_{BN}^-(\eta), A_{BN}^+(\eta), B_{BN}^{C+}(\eta) \rangle P(\sim X|[\bar{x}]) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}(a_n|[\bar{x}]) &= \lambda_{NP}^{\wedge} P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{NN}^{\wedge} P(\sim X|[\bar{x}]) \\ &= \langle B_{NP}^{C-}(\eta), A_{NP}^-(\eta), A_{NP}^+(\eta), B_{NP}^{C+}(\eta) \rangle P(X|[\bar{x}]) + \langle B_{NN}^{C-}(\eta), A_{NN}^-(\eta), A_{NN}^+(\eta), B_{NN}^{C+}(\eta) \rangle P(\sim X|[\bar{x}]) \end{aligned} \quad (9)$$

那么,根据贝叶斯风险决策过程,给出最小代价决策规则如下:

(P') 如果 $\hat{R}(a_p|[\bar{x}]) \leq \hat{R}(a_b|[\bar{x}])$ 且 $\hat{R}(a_p|[\bar{x}]) \leq \hat{R}(a_n|[\bar{x}])$ 成立,那么 $x \in POS(X)$ 。

(B') 如果 $\hat{R}(a_b|[\bar{x}]) \leq \hat{R}(a_p|[\bar{x}])$ 且 $\hat{R}(a_b|[\bar{x}]) \leq \hat{R}(a_n|[\bar{x}])$ 成立,那么 $x \in BND(X)$ 。

(N') 如果 $\hat{R}(a_n|[\bar{x}]) \leq \hat{R}(a_p|[\bar{x}])$ 且 $\hat{R}(a_n|[\bar{x}]) \leq \hat{R}(a_b|[\bar{x}])$ 成立,那么 $x \in NEG(X)$ 。

由分析可知,直觉模糊数的下理想包含保守的语义。倾向于低风险代价的决策者应该尽可能地选择保守的策略,即选择直觉模糊数的下理想进行代价评估。此时,模型退化为文献[9]中的模型。决策者采取相应行动的期望代价函数为:

$$\begin{aligned} \hat{R}_c(a_p|[\bar{x}]) &= \langle A_{PP}^-(\eta) P(X|[\bar{x}]) + A_{PN}^-(\eta) P(\sim X|[\bar{x}]), A_{PP}^+(\eta) P(X|[\bar{x}]) + A_{PN}^+(\eta) P(\sim X|[\bar{x}]) \rangle \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_c(a_b|[\bar{x}]) &= \langle A_{BP}^-(\eta) P(X|[\bar{x}]) + A_{BN}^-(\eta) P(\sim X|[\bar{x}]), A_{BP}^+(\eta) P(X|[\bar{x}]) + A_{BN}^+(\eta) P(\sim X|[\bar{x}]) \rangle \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_c(a_n|[\bar{x}]) &= \langle A_{NP}^-(\eta) P(X|[\bar{x}]) + A_{NN}^-(\eta) P(\sim X|[\bar{x}]), A_{NP}^+(\eta) P(X|[\bar{x}]) + A_{NN}^+(\eta) P(\sim X|[\bar{x}]) \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

对于保守的决策者,考虑到 $1) P(X|[\bar{x}]) + P(\sim X|[\bar{x}]) = 1, 2) \lambda_{PP}^{\wedge} \leq \lambda_{BP}^{\wedge} \leq \lambda_{NP}^{\wedge}, \lambda_{NN}^{\wedge} \leq \lambda_{BN}^{\wedge} \leq \lambda_{PN}^{\wedge}$ 两个假设是显然成立的,则最小代价决策规则(P')可以转化为:

$$\begin{aligned} \hat{R}_c(a_p|[\bar{x}]) &\leq \hat{R}_c(a_b|[\bar{x}]) \\ &\Leftrightarrow \lambda_{PP}^{\wedge} P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{PN}^{\wedge} P(\sim X|[\bar{x}]) \leq \lambda_{BP}^{\wedge} P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{BN}^{\wedge} P(\sim X|[\bar{x}]) \\ &\Leftrightarrow (\lambda_{PP}^{\wedge} - \lambda_{BP}^{\wedge} + \lambda_{BN}^{\wedge} - \lambda_{PN}^{\wedge}) P(X|[\bar{x}]) \leq \lambda_{BN}^{\wedge} - \lambda_{PN}^{\wedge} \\ &\Leftrightarrow P(X|[\bar{x}]) \geq \frac{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge})}{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge}) + (\lambda_{BP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge})} \\ \hat{R}_c(a_p|[\bar{x}]) &\leq \hat{R}_c(a_n|[\bar{x}]) \\ &\Leftrightarrow \lambda_{PP}^{\wedge} P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{PN}^{\wedge} P(\sim X|[\bar{x}]) \leq \lambda_{NP}^{\wedge} P(X|[\bar{x}]) + \lambda_{NN}^{\wedge} P(\sim X|[\bar{x}]) \\ &\Leftrightarrow (\lambda_{PP}^{\wedge} - \lambda_{NP}^{\wedge} + \lambda_{NN}^{\wedge} - \lambda_{PN}^{\wedge}) P(X|[\bar{x}]) \leq \lambda_{NN}^{\wedge} - \lambda_{PN}^{\wedge} \\ &\Leftrightarrow P(X|[\bar{x}]) \geq \frac{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge})}{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge}) + (\lambda_{NP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge})} \end{aligned}$$

最小代价决策规则(B')和(N')也可以进行类似的简化,因此最小代价决策规则可转化为:

(P_C) 如果 $P(X|[\bar{x}]) \geq \alpha_c$ 且 $P(X|[\bar{x}]) \geq \gamma_c$ 成立,那么 $x \in POS(X)$ 。

(B_C) 如果 $P(X|[\bar{x}]) \leq \alpha_c$ 且 $P(X|[\bar{x}]) \geq \beta_c$ 成立,那么 $x \in BND(X)$ 。

(N_C) 如果 $P(X|[\bar{x}]) \leq \beta_c$ 且 $P(X|[\bar{x}]) \leq \gamma_c$ 成立,那么 $x \in NEG(X)$ 。

$$\text{其中, } \alpha_c = \frac{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge})}{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge}) + (\lambda_{BP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge})}, \beta_c = \frac{(\lambda_{BN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge})}{(\lambda_{BN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge}) + (\lambda_{NP}^{\wedge} - \lambda_{BP}^{\wedge})}, \gamma_c = \frac{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge})}{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge}) + (\lambda_{NP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge})}.$$

考虑直觉模糊数决策粗糙集的实际语义,直觉模糊代价函数 λ_{PP}^{\wedge} 下理想的右端点不大于 λ_{BP}^{\wedge} 下理想的左端点; λ_{BP}^{\wedge} 下理想的右端点小于 λ_{NP}^{\wedge} 下理想的左端点。同理, λ_{NN}^{\wedge} 下理想的右端点不大于 λ_{BN}^{\wedge} 下理想的左端点; λ_{BN}^{\wedge} 下理想的右端点不大于 λ_{PN}^{\wedge} 下理想的左端点。即

$$0 \leq A_{PP}^-(\eta) \leq A_{PP}^+(\eta) \leq A_{BP}^-(\eta) \leq A_{BP}^+(\eta) < A_{NP}^-(\eta) \leq A_{NP}^+(\eta)$$

$$0 \leq A_{NN}^-(\eta) \leq A_{NN}^+(\eta) \leq A_{BN}^-(\eta) \leq A_{BN}^+(\eta) < A_{PN}^-(\eta) \leq A_{PN}^+(\eta)$$

在此基础上,有

$$A_{BP}^-(\eta) - A_{PP}^-(\eta) \leq \lambda_{BP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge} \leq A_{BP}^+(\eta) - A_{PP}^-(\eta)$$

$$A_{PN}^-(\eta) - A_{BN}^-(\eta) \leq \lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge} \leq A_{PN}^+(\eta) - A_{BN}^-(\eta)$$

进而有

$$A_{PN}^-(\eta) - A_{BN}^-(\eta) + A_{BP}^-(\eta) - A_{PP}^-(\eta) \leq \lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge} + \lambda_{BP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge}$$

$$\hat{\lambda}_{pp} \leq A_{pn}^+(η) - A_{bn}^-(η) + A_{bp}^+(η) - A_{pp}^-(η)$$

由此可得

$$\alpha_c \in [\frac{A_{pn}^-(η) - A_{bn}^+(η)}{A_{pn}^+(η) - A_{bn}^-(η) + A_{bp}^+(η) - A_{pp}^-(η)}, \frac{A_{pn}^+(η) - A_{bn}^-(η)}{A_{pn}^-(η) - A_{bn}^+(η) + A_{bp}^-(η) - A_{pp}^+(η)}]$$

又由 $\alpha_c \in (0, 1]$, 有

$$\alpha_c \in [\frac{A_{pn}^-(η) - A_{bn}^+(η)}{A_{pn}^+(η) - A_{bn}^-(η) + A_{bp}^+(η) - A_{pp}^-(η)}, \min(\frac{A_{pn}^+(η) - A_{bn}^-(η)}{A_{pn}^-(η) - A_{bn}^+(η) + A_{bp}^-(η) - A_{pp}^+(η)}, 1)]$$

类似地, 有

$$\beta_c \in [\frac{A_{bn}^-(η) - A_{nn}^+(η)}{A_{bn}^+(η) - A_{nn}^-(η) + A_{np}^+(η) - A_{bp}^-(η)}, \min(\frac{A_{bn}^+(η) - A_{nn}^-(η)}{A_{bn}^-(η) - A_{nn}^+(η) + A_{np}^-(η) - A_{bp}^+(η)}, 1)]$$

$$\gamma_c \in [\frac{A_{pn}^-(η) - A_{nn}^+(η)}{A_{pn}^+(η) - A_{nn}^-(η) + A_{np}^+(η) - A_{pp}^-(η)}, \min(\frac{A_{pn}^+(η) - A_{nn}^-(η)}{A_{pn}^-(η) - A_{nn}^+(η) + A_{np}^-(η) - A_{pp}^+(η)}, 1)]$$

相应地, 直觉模糊数的上理想包含激进的语义。倾向于高风险代价的决策者应该尽可能地选择激进的策略, 即选择直觉模糊数的上理想进行代价评估。决策者采取相应行动的期望代价函数为:

$$\begin{aligned} \hat{R}_A(a_p | [x]) = & \langle B_{pp}^{C-}(\eta) P(X | [x]) + B_{pn}^{C-}(\eta) P(\sim X | \\ & [x]), B_{bp}^{C+}(\eta) P(X | [x]) + B_{bn}^{C+}(\eta) P(\sim X | \\ & [x]) \rangle \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_A(a_B | [x]) = & \langle B_{bp}^{C-}(\eta) P(X | [x]) + B_{bn}^{C-}(\eta) P(\sim X | \\ & [x]), B_{bp}^{C+}(\eta) P(X | [x]) + B_{bn}^{C+}(\eta) P(\sim X | \\ & [x]) \rangle \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_A(a_N | [x]) = & \langle B_{np}^{C-}(\eta) P(X | [x]) + B_{nn}^{C-}(\eta) P(\sim X | \\ & [x]), B_{np}^{C+}(\eta) P(X | [x]) + B_{nn}^{C+}(\eta) P(\sim X | \\ & [x]) \rangle \end{aligned} \quad (15)$$

此外, 考虑到 $P(X | [x]) + P(\sim X | [x]) = 1$, 简化最小代价决策规则如下:

(P_A) 如果 $P(X | [x]) \geq \alpha_A$ 且 $P(\sim X | [x]) \geq \gamma_A$ 成立, 那么 $x \in POS(X)$ 。

(B_A) 如果 $P(X | [x]) \leq \alpha_A$ 且 $P(X | [x]) \geq \beta_A$ 成立, 那么 $x \in BND(X)$ 。

(N_A) 如果 $P(X | [x]) \leq \beta_A$ 且 $P(X | [x]) \leq \gamma_A$ 成立, 那么 $x \in NEG(X)$ 。

其中,

$$\begin{aligned} \alpha_A = & \frac{(\hat{\lambda}_{pn} - \hat{\lambda}_{bn})}{(\hat{\lambda}_{pn} - \hat{\lambda}_{bn}) + (\hat{\lambda}_{bp} - \hat{\lambda}_{pp})} \\ \in & [\frac{B_{pn}^{C-}(\eta) - B_{bn}^{C+}(\eta)}{B_{pn}^{C+}(\eta) - B_{bn}^{C-}(\eta) + B_{bp}^{C+}(\eta) - B_{pp}^{C-}(\eta)}, \\ & \min(\frac{B_{pn}^{C+}(\eta) - B_{bn}^{C-}(\eta)}{B_{pn}^{C-}(\eta) - B_{bn}^{C+}(\eta) + B_{bp}^{C-}(\eta) - B_{pp}^{C+}(\eta)}, 1)] \end{aligned}$$

$$\beta_A = \frac{(\hat{\lambda}_{bn} - \hat{\lambda}_{nn})}{(\hat{\lambda}_{bn} - \hat{\lambda}_{nn}) + (\hat{\lambda}_{np} - \hat{\lambda}_{pp})}$$

$$\in [\frac{B_{bn}^{C-}(\eta) - B_{nn}^{C+}(\eta)}{B_{bn}^{C+}(\eta) - B_{nn}^{C-}(\eta) + B_{np}^{C+}(\eta) - B_{pp}^{C-}(\eta)},$$

$$\min(\frac{B_{bn}^{C+}(\eta) - B_{nn}^{C-}(\eta)}{B_{bn}^{C-}(\eta) - B_{nn}^{C+}(\eta) + B_{np}^{C-}(\eta) - B_{pp}^{C+}(\eta)}, 1)]$$

$$\gamma_A = \frac{(\hat{\lambda}_{pn} - \hat{\lambda}_{nn})}{(\hat{\lambda}_{pn} - \hat{\lambda}_{nn}) + (\hat{\lambda}_{np} - \hat{\lambda}_{pp})}$$

$$\in [\frac{B_{pn}^{C-}(\eta) - B_{nn}^{C+}(\eta)}{B_{pn}^{C+}(\eta) - B_{nn}^{C-}(\eta) + B_{np}^{C+}(\eta) - B_{pp}^{C-}(\eta)},$$

$$\min(\frac{B_{pn}^{C+}(\eta) - B_{nn}^{C-}(\eta)}{B_{pn}^{C-}(\eta) - B_{nn}^{C+}(\eta) + B_{np}^{C-}(\eta) - B_{pp}^{C+}(\eta)}, 1)]$$

由基于下理想的决策粗糙集模型可知, $\forall x \subseteq U$, 基于下理想的决策粗糙集模型只采用直觉模糊代价函数 $\hat{\lambda}_{..}$ 。下理想截集的左端点、右端点来决策对象 x 的分类决策行动, 这是风险代价最小的策略。类似地, $\forall x \subseteq U$, 基于上理想的决策粗糙集模型只采用直觉模糊代价函数 $\hat{\lambda}_{..}$ 。上理想截集的左端点、右端点来决策对象 x 的分类决策行动, 这是风险代价最大的策略。下面给出一个可以反映普遍情况、能够使得风险代价介于最大值和最小值之间的策略来进行决策, 记为 δ -可变直觉模糊代价策略。基于 δ -可变直觉模糊代价的决策粗糙集模型通过参数 δ 的调节, 可以根据特定的需求确定决策的松紧程度。那么, 对于决策者而言, 给定 $\delta \in R$, 采取相应行动的期望代价函数为:

$$\begin{aligned} \hat{R}_V(a_p | [x]) = & \langle \frac{B_{pp}^{C-}(\eta) + e^{-\delta} A_{pp}^-(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(X | [x]) + \\ & \frac{B_{pn}^{C-}(\eta) + e^{-\delta} A_{pn}^-(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(\sim X | [x]), \\ & \frac{A_{pp}^+(\eta) + e^{-\delta} B_{pp}^{C+}(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(X | [x]) + \\ & \frac{A_{pn}^+(\eta) + e^{-\delta} B_{pn}^{C+}(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(\sim X | [x]) \rangle \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_V(a_B | [x]) = & \langle \frac{B_{bp}^{C-}(\eta) + e^{-\delta} A_{bp}^-(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(X | [x]) + \\ & \frac{B_{bn}^{C-}(\eta) + e^{-\delta} A_{bn}^-(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(\sim X | [x]), \\ & \frac{A_{bp}^+(\eta) + e^{-\delta} B_{bp}^{C+}(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(X | [x]) + \\ & \frac{A_{bn}^+(\eta) + e^{-\delta} B_{bn}^{C+}(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(\sim X | [x]) \rangle \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_V(a_N | [x]) = & \langle \frac{B_{np}^{C-}(\eta) + e^{-\delta} A_{np}^-(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(X | [x]) + \\ & \frac{B_{nn}^{C-}(\eta) + e^{-\delta} A_{nn}^-(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(\sim X | [x]), \\ & \frac{A_{np}^+(\eta) + e^{-\delta} B_{np}^{C+}(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(X | [x]) + \\ & \frac{A_{nn}^+(\eta) + e^{-\delta} B_{nn}^{C+}(\eta)}{1 + e^{-\delta}} P(\sim X | [x]) \rangle \end{aligned} \quad (18)$$

通过调节参数 δ ,采取相应行动的风险代价可以在各自的最大值和最小值之间的闭合区间中连续变化。当 $\delta \rightarrow -\infty$ 时,可变策略退化成文献[9]的模型,即基于下理想代价函数的决策粗糙集模型。特别地,当 $B_{\cdot\cdot}^{\cdot-}(\eta)=A_{\cdot\cdot}^{\cdot-}(\eta)=A_{\cdot\cdot}^{\cdot+}(\eta)=B_{\cdot\cdot}^{\cdot+}(\eta)$,即 $\eta=1$ 时,直觉模糊代价函数退化为精确值,模型退化为经典决策粗糙集模型;当 $\delta \rightarrow +\infty$ 时,可变策略退化为基于上理想代价函数的决策粗糙集模型。当 $-\infty < \delta < +\infty$ 时,可以调节松紧程度以满足特定需求。因此,基于下、上理想代价函数的决策粗糙集模型和经典决策粗糙集模型是 δ -可变策略的特殊情况, δ -可变策略是基于下、上理想代价函数的决策粗糙集模型和经典决策粗糙集模型的一般情况。

此外,考虑到 $P(X|[\cdot]) + P(\sim X|[\cdot]) = 1$,简化最小代价决策规则如下:

(P_V) 如果 $P(X|[\cdot]) \geq \alpha_V$ 且 $P(X|[\cdot]) \geq \gamma_V$ 成立,那么 $x \in POS(X)$ 。

(B_V) 如果 $P(X|[\cdot]) \leq \alpha_V$ 且 $P(X|[\cdot]) \geq \beta_V$ 成立,那么 $x \in BND(X)$ 。

(N_V) 如果 $P(X|[\cdot]) \leq \beta_V$ 且 $P(X|[\cdot]) \leq \gamma_V$ 成立,那么 $x \in NEG(X)$ 。

$$\text{其中, } \alpha_V = \frac{\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge}}{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge}) + (\lambda_{BP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge})}, \quad \beta_V = \frac{\lambda_{BN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge}}{(\lambda_{BN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge}) + (\lambda_{NP}^{\wedge} - \lambda_{BP}^{\wedge})}, \quad \gamma_V = \frac{\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge}}{(\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge}) + (\lambda_{NP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge})}$$

如果决策者需要保留一个明确的边界域,则假设 $\alpha_V > \beta_V$,即 $\frac{\lambda_{BP}^{\wedge} - \lambda_{PP}^{\wedge}}{\lambda_{PN}^{\wedge} - \lambda_{BN}^{\wedge}} < \frac{\lambda_{NP}^{\wedge} - \lambda_{BP}^{\wedge}}{\lambda_{BN}^{\wedge} - \lambda_{NN}^{\wedge}}$ 。此时, $0 \leq \beta_V \leq \gamma_V \leq \alpha_V \leq 1$,最小代价决策规则进一步简化为:

(P_V) 如果 $P(X|[\cdot]) \geq \alpha_V$ 成立,那么 $x \in POS(X)$ 。

(B_V) 如果 $\beta_V \leq P(X|[\cdot]) < \alpha_V$ 成立,那么 $x \in BND(X)$ 。

(N_V) 如果 $P(X|[\cdot]) \leq \beta_V$ 成立,那么 $x \in NEG(X)$ 。

4 应用实例

在防空作战领域,战略目标防空部署策略的风险分析是现代防空研究的热点之一。在实施空袭的过程中,敌方由于空袭武器数量、性能、挂载等条件的限制,通常会选择对部分重点目标进行有针对性的攻击。而从防空作战的角度考虑,最优的防空部署方案一定是最贴近当前实际的方案。我方需要通过对敌方空袭战术思想和意图的研判以及对敌方空袭力量部署的分析,综合考虑我方战略目标的类型、占地面积、方位以及抗毁能力等因素,对战略目标的防空力量布置策略进行全面评估。

下面利用直觉模糊数决策粗糙集对战略目标防空部署策略进行风险分析。首先构造状态空间 $\Theta = \{X, \sim X\}$ 表示战略目标 x 需要、不需要防空部署两种状态,决策动作集 $A = \{a_p, a_B, a_N\}$ 表示对一个战略目标 x 进行风险分析时采取的3种行动,即部署、延迟部署、不部署防空设施。指挥员们综合分析研判敌方的空袭意图,对几个战略目标给出相应的代价函数。考虑到空情情报的不确定性以及指挥员们思维上的模糊性,模型通过当前空情下战略目标需要、不需要防空部署的程度,即直觉模糊数来表示代价函数。现设直觉模糊数的水平

截集 $\eta=0.5$ 。 $A_{\cdot\cdot}^{\cdot-}(\eta), A_{\cdot\cdot}^{\cdot+}(\eta)$ 分别表示直觉模糊代价函数 $\lambda_{\cdot\cdot}^{\wedge}$ 下理想截集的左端点和右端点, $B_{\cdot\cdot}^{\cdot-}(\eta), B_{\cdot\cdot}^{\cdot+}(\eta)$ 分别表示直觉模糊代价函数 $\lambda_{\cdot\cdot}^{\wedge}$ 上理想截集的左端点和右端点。那么,当一个战略目标 x 需要防空部署 X 时,将采取 a_p, a_B, a_N 决策时所需的代价记为 $\lambda_{PP}^{\wedge}, \lambda_{BP}^{\wedge}, \lambda_{NP}^{\wedge}$;当一个战略目标 x 不需要防空部署 $\sim X$ 时,将采取 a_p, a_B, a_N 决策时所需的代价记为 $\lambda_{PN}^{\wedge}, \lambda_{BN}^{\wedge}, \lambda_{NN}^{\wedge}$ 。下面对论域 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ 中6个战略目标的防空部署策略进行风险代价分析,如表3所列。

表3 战略目标对当前可能空情的部署风险

Table 3 Possible deployment risk of strategic target for the current situation

目标	a_p	a_B	a_N
x_1	$\langle 0.5, 0.8, 1.5, 1.8 \rangle$	$\langle 2.6, 3.8, 4.1, 4.2 \rangle$	$\langle 7.6, 7.9, 8.3, 8.4 \rangle$
	$\langle 8, 10.8, 11.2, 12.9 \rangle$	$\langle 2.7, 3.8, 4.2, 4.8 \rangle$	$\langle 0, 0.7, 1.2, 1.5 \rangle$
x_2	$\langle 3.5, 3.8, 4, 4.3 \rangle$	$\langle 4, 4.3, 4.6, 4.8 \rangle$	$\langle 10.2, 10.6, 10.7, 10.8 \rangle$
	$\langle 8.5, 8.6, 8.8, 9.1 \rangle$	$\langle 2.2, 2.4, 2.6 \rangle$	$\langle 0, 0.5, 0.6, 1.1 \rangle$
x_3	$\langle 2, 2.2, 2.4, 2.6 \rangle$	$\langle 9.8, 9.9, 10, 10.1 \rangle$	$\langle 17.6, 17.7, 17.8, 18 \rangle$
	$\langle 4.5, 4.8, 5.2, 6 \rangle$	$\langle 1.5, 1.6, 1.8, 1.9 \rangle$	$\langle 0, 0.5, 0.9, 1.2 \rangle$
x_4	$\langle 0.2, 0.3, 0.6, 0.7 \rangle$	$\langle 4.5, 4.6, 4.9, 5.1 \rangle$	$\langle 9.9, 10, 10.2, 10.3 \rangle$
	$\langle 4.2, 4.5, 4.6, 5.2 \rangle$	$\langle 1.2, 1.5, 1.6, 2 \rangle$	$\langle 0.5, 0.9, 1, 1.1 \rangle$
x_5	$\langle 0.9, 1.7, 4, 4.1 \rangle$	$\langle 4.2, 5.1, 8.3, 8.8 \rangle$	$\langle 16, 17.5, 18.5, 19.8 \rangle$
	$\langle 11.5, 12.5, 15.5, 16 \rangle$	$\langle 4.3, 5, 7.5, 8.2 \rangle$	$\langle 0.3, 1.2, 3, 8, 4.2 \rangle$
x_6	$\langle 0.4, 2.8, 3, 3.5 \rangle$	$\langle 5.6, 6.3, 8.8, 9.7 \rangle$	$\langle 15.5, 16.5, 18, 19.5 \rangle$
	$\langle 15.8, 17, 18, 19.9 \rangle$	$\langle 5.8, 7.8, 8.5, 9.2 \rangle$	$\langle 0.4, 2.3, 4, 4.2 \rangle$

通过计算得到6个目标在不同策略下的 α, β 的取值范围,如表4、表6、表8所列,其分别表示每一个目标在保守策略($\delta \rightarrow -\infty$)、激进策略($\delta \rightarrow +\infty$)、可变策略($\delta=0$)下相关阈值的计算结果。不难发现,左、右端点的阈值结果在相应策略下、上界之间。根据决策规则(P_V , B_V , N_V),决策过程的结果与战略目标需要防空部署的概率 $P(X|[\cdot])$ 有关,而 $P(X|[\cdot])$ 的得出需要合适的先验知识作为支撑。为了展现出不同概率下的决策结果,选取10个概率值进行对比,以0.1为基数依次递增,在给出不同策略,不同概率下左、右端点和上、下界情况时,战略目标需要防空部署的决策结果,如表5、表7、表9所列。

表4 保守策略($\delta \rightarrow -\infty$)下相关阈值的计算结果

Table 4 Calculation results of correlation threshold under conservative strategy ($\delta \rightarrow -\infty$)

目标	策略左端点		策略右端点		策略下界		策略上界	
	α_C	β_C	α_C	β_C	α_C	β_C	α_C	β_C
x_1	0.70	0.43	0.73	0.42	0.62	0.33	0.83	0.55
x_2	0.93	0.21	0.91	0.23	0.84	0.19	1.00	0.25
x_3	0.29	0.12	0.31	0.10	0.26	0.08	0.34	0.15
x_4	0.41	0.10	0.41	0.10	0.38	0.08	0.45	0.13
x_5	0.69	0.23	0.65	0.27	0.29	0.06	1.00	0.61
x_6	0.72	0.35	0.63	0.33	0.52	0.21	0.89	0.54

表5 当 $\delta \rightarrow -\infty$ 时不同条件概率下部署方案的决策表Table 5 Decision table of deployment scheme under different condition probability when $\delta \rightarrow -\infty$

$P(X x_i)$	策略左端点	策略右端点	策略下界	策略上界
0.1	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
0.2	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
0.3	$\{x_3\}$	\emptyset	$\{x_3, x_5\}$	\emptyset
0.4	$\{x_3\}$	$\{x_3\}$	$\{x_3, x_4, x_5\}$	$\{x_3\}$
0.5	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4, x_5\}$	$\{x_3, x_4\}$
0.6	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_3, x_4\}$
0.7	$\{x_1, x_3, x_4, x_5\}$	$\{x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5\}$	$\{x_3, x_4\}$
0.8	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_3, x_4\}$
0.9	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	U	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$
1	U	U	U	U

表6 激进策略($\delta \rightarrow +\infty$)下相关阈值的计算结果Table 6 Calculation results of correlation threshold under active strategy($\delta \rightarrow +\infty$)

目标	策略左端点		策略右端点		策略下界		策略上界	
	α_A	β_A	α_A	β_A	α_A	β_A	α_A	β_A
x_1	0.72	0.35	0.77	0.44	0.23	0.11	1.00	1.00
x_2	0.93	0.24	0.93	0.20	0.70	0.10	1.00	0.41
x_3	0.28	0.16	0.35	0.08	0.21	0.03	0.46	0.24
x_4	0.41	0.11	0.42	0.15	0.25	0.01	0.67	0.31
x_5	0.69	0.25	0.62	0.27	0.17	0.00	1.00	1.00
x_6	0.66	0.35	0.69	0.34	0.28	0.07	1.00	1.00

表7 当 $\delta \rightarrow +\infty$ 时不同条件概率下部署方案的决策表Table 7 Decision table of deployment scheme under different condition probability when $\delta \rightarrow +\infty$

$P(X x_i)$	策略左端点	策略右端点	策略下界	策略上界
0.1	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
0.2	\emptyset	\emptyset	$\{x_5\}$	\emptyset
0.3	$\{x_3\}$	\emptyset	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	\emptyset
0.4	$\{x_3\}$	$\{x_3\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	\emptyset
0.5	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_3\}$
0.6	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_3\}$
0.7	$\{x_1, x_3, x_4, x_5\}$	$\{x_3, x_4, x_5, x_6\}$	U	$\{x_3, x_4\}$
0.8	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	U	$\{x_3, x_4\}$
0.9	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	U	$\{x_3, x_4\}$
1	U	U	U	U

表8 可变策略($\delta=0$)下相关阈值的计算结果Table 8 Calculation results of correlation threshold under variable strategy ($\delta=0$)

目标	策略左端点		策略右端点		策略下界		策略上界	
	α_V	β_V	α_V	β_V	α_V	β_V	α_V	β_V
x_1	0.71	0.39	0.75	0.43	0.40	0.20	1.00	0.75
x_2	0.93	0.23	0.92	0.21	0.77	0.14	1.00	0.32
x_3	0.29	0.14	0.33	0.09	0.23	0.05	0.40	0.20
x_4	0.41	0.11	0.42	0.13	0.31	0.04	0.55	0.21
x_5	0.69	0.24	0.64	0.27	0.23	0.03	1.00	0.80
x_6	0.69	0.35	0.66	0.33	0.38	0.13	1.00	0.79

表9 当 $\delta=0$ 时不同条件概率下部署方案的决策表Table 9 Decision table of deployment scheme under different condition probability when $\delta=0$

$P(X x_i)$	策略左端点	策略右端点	策略下界	策略上界
0.1	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
0.2	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
0.3	$\{x_3\}$	\emptyset	$\{x_3, x_5\}$	\emptyset
0.4	$\{x_3\}$	$\{x_3\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_3\}$
0.5	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_3\}$
0.6	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_3, x_4\}$
0.7	$\{x_1, x_3, x_4, x_5\}$	$\{x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_1, x_3, x_4, x_5\}$	$\{x_3, x_4\}$
0.8	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_5, x_6\}$	U	$\{x_3, x_4\}$
0.9	$\{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6\}$	$\{x_5, x_6\}$	U	$\{x_3, x_4\}$
1	U	U	U	U

从表5、表7、表9也可以看出:1)随着 $P(X|x_i)$ 的增大,需要防空部署的目标也在增多;2)在同一策略下,阈值下界给出的决策最为宽松,而阈值上界给出的决策最为严格,左、右端点决策介于上、下界决策之间;3)保守策略($\delta \rightarrow -\infty$)给出的决策所需的风险最小,且左、右端点,上、下界的决策基本保持稳定,对所给风险小且明确的“保守”决策有利;激进策略($\delta \rightarrow +\infty$)所给决策所需的风险最大,且左、右端点,上、下界的决策之间的差异较大,但可以为决策提供更多合理的参考;可变策略($\delta=0$)的风险代价和稳定性介于两种策略之间。通过以上的应用分析,可以说明直觉模糊数决策粗糙集能够清楚、简洁地解决实际应用问题,并且为决策者提供多种决策策略以供参考。

结束语 在决策粗糙集的相关研究中,模糊语义环境下决策粗糙集模型的扩展一直是一个研究热点。本文将经典决策粗糙集的精确值代价函数拓展成直觉模糊数,以表达人们在思维上“亦此亦彼”“非此非彼”的模糊性,进而建立直觉模糊数决策粗糙集模型,拓展了决策粗糙集的适用范围。在此基础上,给出了保守、激进、可变语义下不同的决策策略和风险分析方法,并讨论了相关阈值的数学性质。最后通过战略目标防空部署策略的风险分析过程说明模型的应用过程。该模型可以应用于威胁评估、战场态势评估等涉及到思维模糊性的风险决策问题。下一步将继续研究不确定条件下的决策粗糙集拓展和相应的决策规则、属性约简。

参 考 文 献

- [1] YAO Y Y, WONG S K M, LINGRAS P. A decision-theoretic rough set model [C]// Proceedings of the 5th International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems. North-Holland, 1990: 17-25.
- [2] PAWLAK Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356.
- [3] PAWLAK Z. Rudiments of rough sets [J]. Information Science, 2007, 177(1): 3-27.
- [4] YANG X P, YAO J T. Modeling multi-agent three-way decisions with decision-theoretic rough sets [J]. Fundamental Informaticae, 2012, 115(2-3): 157-171.

- [5] LI F, MIAO D Q, LIU C H, et al. Image segmentation algorithm based on the decision-theoretic rough set model [J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2014, 9(2): 143-147. (in Chinese)
李峰, 苗夺谦, 刘财辉, 等. 基于决策粗糙集的图像分割[J]. 智能系统学报, 2014, 9(2): 143-147.
- [6] LI R, GAO C Y, ZHANG L Y. The distributed fault diagnosis of power networks based on bayesian rough set method [J]. *Journal of North China Electric Power University (Natural Science Edition)*, 2010, 37(3): 1-7. (in Chinese)
栗然, 高聪颖, 张烈勇. 基于粗糙集-贝叶斯方法的分布式电网故障诊断[J]. 华北电力大学学报(自然科学版), 2010, 37(3): 1-7.
- [7] MISHRA H, MISHRA A, SHIV B. In praise of vagueness; malleability of vague information as a performance-booster [J]. *Psychological Science*, 2011, 22(6): 733
- [8] LIU D, LI T R, LIANG D C. Fuzzy Decision-theoretic Rough Sets [J]. *Computer Science*, 2012, 39(12): 25-29. (in Chinese)
刘盾, 李天瑞, 梁德翠. 模糊数决策粗糙集[J]. 计算机科学, 2012, 39(12): 25-29.
- [9] LIU D, LI T R, LI H X. Interval-valued Decision-theoretic Rough Sets [J]. *Computer Science*, 2012, 39(7): 178-181. (in Chinese)
刘盾, 李天瑞, 李华雄. 区间决策粗糙集[J]. 计算机科学, 2012, 39(7): 178-181.
- [10] LIANG D C, LIU D, WITOLD P, et al. Triangular fuzzy decision-theoretic rough sets [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2013, 54(8): 1087-1106.
- [11] ZHONG Y H, ZHANG P X. Generalized trapezoidal decision-theoretic rough sets [J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2015, 45(6): 82-88. (in Chinese)
钟映竑, 张培新. 广义梯形模糊数决策粗糙集[J]. 数学的实践与认识, 2015, 45(6): 82-88.
- [12] LIANG D C, LIU D. Deriving three-way decisions from intuitionistic fuzzy decision-theoretic rough sets [J]. *Information Science*, 2015, 300(C): 28-48.
- [13] LIANG D C, XU Z S, LIU D. Three-way decisions with intuitionistic fuzzy decision-theoretic rough sets based on point operators [J]. *Information Science*, 2017, 375: 183-201.
- [14] XUE Z A, ZHUT L, XUE T Y, et al. Model of three-way decision theory based on intuitionistic fuzzy sets [J]. *Computer Science*, 2016, 43(6): 283-288. (in Chinese)
薛占熬, 朱泰隆, 薛天宇, 等. 基于直觉模糊集的三支决策模型[J]. 计算机科学, 2016, 43(6): 283-288.
- [15] BURILLO P, BUSTINCE H, MOHEDANO V. Some definition of intuitionistic fuzzy number [C]// *Fuzzy based expert systems*. Bulgaria: fuzzy Bulgarian enthusiasts, 1994: 28-30.
- [16] XU Z S, YAGER R R. Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets [J]. *International Journal of General Systems*, 2006, 35(4): 417-433.
- [17] LV J H. The research of intuitionistic fuzzy numbers and its application in multi-attribute [D]. Fuxin: Liaoning Technology University, 2011. (in Chinese)
吕金辉. 直觉模糊数的研究及在多属性决策中的应用[D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2011.
- [18] GUO S C, LV J H. The research of the intuitionistic fuzzy numbers [J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2013, 27(5): 11-20. (in Chinese)
郭嗣琮, 吕金辉. 直觉模糊数的研究[J]. 模糊系统与数学, 2013, 27(5): 11-20.

(上接第 235 页)

- 李振刚, 甘泉. 改进蚁群算法优化 SVM 参数的网络入侵检测模型研究 [J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2014, 26(6): 785-789.
- [9] WU J Y, CHEN Z D. Research on Application of SVM Based on Improved PSO in Database Intrusion Detection [J]. *Software Guide*, 2015, 14(4): 134-136. (in Chinese)
吴纪芸, 陈志德. 基于改进 PSO 的 SVM 算法在数据库入侵检测中的应用研究[J]. 软件导刊, 2015, 14(4): 134-136.
- [10] ZHOU G, SHRESTHA A. Efficient intrusion detection scheme based on SVM [J]. *Journal of Networks*, 2013, 8(9): 2128-2134.
- [11] ZHU X M, ZHANG H B. Stability Analysis and Algorithm Improvement of PSO Algorithm [J]. *Computer Science*, 2013, 40(3): 275-278. (in Chinese)
朱小明, 张慧斌. PSO 算法的稳定性分析及算法改进[J]. 计算机科学, 2013, 40(3): 275-278.
- [12] LING S H, LU H H C, LEUNG F H F, et al. Improved hybrid particle swarm optimized wavelet neural network for modeling the development of fluid dispensing for electronic packaging [J].

- IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55(9): 3447-3460.
- [13] FARIA P, SOARES J, VALE Z, et al. Modified particle swarm optimization applied to integrated demand response and DG resources scheduling [J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2013, 4(1): 606-616.
- [14] ESMIN A A A, COELHO R A, MATWIN S. A review on particle swarm optimization algorithm and its variants to clustering high-dimensional data [J]. *Artificial Intelligence Review*, 2015, 44(1): 23-45.
- [15] SHAO P, WU Z J. A Particle Swarm Optimization Algorithm with Sine Function Factor [J]. *Small Microcomputer System*, 2015, 36(1): 156-161. (in Chinese)
邵鹏, 吴志健. 一种带正弦函数因子的粒子群优化算法[J]. 小型微型计算机系统, 2015, 36(1): 156-161.
- [16] CHO J, LEE C, CHO S, et al. A statistical model for network data analysis: KDD CUP 99' data evaluation and its comparing with MIT Lincoln Laboratory network data [J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2010, 18(4): 431-435.