

# 广义的鉴别局部中值保持投影及人脸识别

张 永<sup>1</sup> 万鸣华<sup>1,2</sup>

(南昌航空大学信息工程学院 南昌 330063)<sup>1</sup> (南京审计大学工学院 南京 211815)<sup>2</sup>

**摘 要** 针对鉴别的局部中值保持投影(DLMPP)在小样本情况下面临的类内散布矩阵奇异的问题,提出了广义的鉴别局部中值保持投影(GDLMPP)算法。GDLMPP 首先将样本等价映射到一个低维子空间,然后在此子空间求解最佳投影矩阵,从而有效解决了小样本问题,并从理论上验证了当类内散布矩阵非奇异时,GDLMPP 等价于 DLMPP。最后,通过在 ORL 及 AR 库上的实验验证了算法的有效性。

**关键词** 人脸识别,特征提取,小样本问题,鉴别的局部中值保持投影

**中图分类号** TP391.41 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.02.015

## Generalized Discriminant Local Median Preserving Projections and Face Recognition

ZHANG Yong<sup>1</sup> WAN Ming-hua<sup>1,2</sup>

(School of Information Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)<sup>1</sup>

(School of Technology, Nanjing Audit University, Nanjing 211815, China)<sup>2</sup>

**Abstract** To solve the problem of the singularity of the within-class scatter matrix in discriminant local median preserving projections (DLMPP) in the case of small sample problem, an algorithm named generalized local median preserving projection (GDLMPP) was proposed. To solve the small sample problem, GDLMPP firstly transforms the samples into a lower dimensional space equivalently, and then solves the optimal projection matrix. The theoretical analysis shows that GDLMPP is equivalent to DLMPP when the within-class scatter matrix is non-singular. At last, the experimental results validate the effectiveness of the proposed algorithm on the ORL and AR face databases.

**Keywords** Face recognition, Feature extraction, Small sample problem, Discriminant local median preserving projections

## 1 引言

人脸识别在身份鉴别、信用卡验证、人机交互等方面有着广泛的应用前景。在实际的人脸识别中,由于人脸图像样本维数过高,因此通常需要利用特征提取技术对原始的人脸样本进行降维,从而得到人脸图像最本质的特征。

主分量分析(Principal Component Analysis, PCA)<sup>[1-2]</sup>与线性鉴别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)<sup>[3-4]</sup>是最经典的两种特征提取方法。然而,PCA 与 LDA 均是基于样本全局结构的算法,无法刻画样本内在的局部流形结构。最近,He 等人提出了局部保持投影(Local Preserving Projections, LPP)<sup>[5-6]</sup>算法,其能够有效地刻画样本的局部结构,被成功应用于人脸识别,然而其主要是针对无监督的情况。Yu 等人将 LPP 与 LDA 相结合,提出了一种监督的流形学习算法——鉴别的局部中值保持投影(Discriminant Locality Preserving Projections, DLPP)<sup>[7]</sup>。文献[8]针对 DLPP 存在的不足,提出了鉴别的局部中值保持投影(DLMPP)。DLMPP 利

用样本的类中值计算类间距离,有效地保留了图像信息。同时其设计了一种不同的相似性度量机制,该机制易于保持受噪声影响较小的类内样本之间的邻域关系,从而进一步增强识别效果的鲁棒性。类似于 LDA, DLMPP 的优化问题最终也被转化为求解一个广义特征值的问题。需要注意的是,由于人脸识别是一个典型的小样本问题,因此 DLMPP 会遭遇矩阵奇异的问题,从而不能直接用广义特征值问题来求解。在文献[8]中, DLMPP 首先利用 PCA 算法将样本映射到一个低维子空间,然后利用广义特征值问题进行求解。这样虽然能够在一定程度上避免矩阵的奇异问题,但在利用 PCA 压缩数据时可能会丢失有效的鉴别信息,并且 PCA 子空间的特征维数也较难确定<sup>[9-11]</sup>。

针对上述情况,本文在 DLMPP 的基础上提出了广义的鉴别中值保持投影(GDLMPP)算法。GDLMPP 首先将样本等价转换到一个低维特征空间,然后在此空间内求解最优投影矩阵,从而有效解决了小样本问题<sup>[12-13]</sup>。同时,针对计算过程中遇到的复杂计算问题, GDLMPP 也提供了一个简单可行

到稿日期:2017-03-18 返修日期:2017-06-08 本文受国家自然科学基金项目(61462064),中国博士后基金项目(2016M600674),江苏省自然科学基金面上项目(BK20161580)资助。

张 永(1977—),男,硕士,主要研究方向为信息处理与信息安全、生物信息学;万鸣华(1978—),男,博士后,副教授,硕士生导师,CCF 会员,主要研究方向为模式识别、计算机视觉,E-mail:wmh36@nau.edu.cn(通信作者)。

的算法进行计算。理论证明,当类内散布矩阵非奇异时,GDLMPP与DLMPP是等价的。在ORL与FERET人脸数据库上的实验结果表明,GDLMPP较其他算法更有效。

## 2 鉴别的局部中值保持投影(DLMPP)

本节将对DLMPP进行简单介绍,详细内容请参阅文献[5]。设有 $n$ 个人脸样本 $X=[x_1, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{N \times n}$ ,并且这 $n$ 个样本可被分为 $C$ 类: $X_1, \dots, X_C$ 。线性特征提取算法的目的是利用投影向量 $a$ 将高维数据样本 $x_i$ 映射到低维特征空间,从而得到样本在低维空间的表示 $y_i = a^T x_i$ 。

DLMPP的基本思想是找到一条投影向量,使得样本投影后类间散度最大且类内散度最小。在DLMPP中,样本的类间散度定义为:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_b &= \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^C (\bar{M}_i - \bar{M}_j)^T \bar{B}_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^C a^T M_i \bar{E}_{ii} M_i^T a - \sum_{i,j}^C a^T M_i \bar{B}_{ij} M_j^T a \\ &= a^T M(\bar{E} - \bar{B})M^T a \\ &= a^T M \bar{H} M^T a \\ &= a^T S_b a \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $M=[M_1, \dots, M_C]$ , $M_i$ 为样本的第 $i$ 类样本中值向量,其计算式详见文献[8]; $\bar{B}$ 称作样本类中值相似矩阵,其元素 $\bar{B}_{ij} = \exp(-\|M_i - M_j\|^2/t)$ , $t$ 为先验的核参数; $\bar{E}$ 是对角矩阵,且 $\bar{E}_{ii} = \sum_j \bar{B}_{ij}$ ;  $\bar{H} = \bar{E} - \bar{B}$ ;  $S_b = M \bar{H} M^T$ 为样本的类间散布矩阵。

样本的类内散度定义为:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_w &= \frac{1}{2} \sum_{c=1}^C \sum_{i,j=1}^{n_c} (y_i^c - y_j^c) \bar{W}_{ij}^c \\ &= \sum_{c=1}^C a^T X_c (\bar{D}^c - \bar{W}^c) X_c^T a \\ &= a^T X(\bar{D} - \bar{W})X^T a \\ &= a^T \bar{X} \bar{L} X^T a \\ &= a^T S_w a \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\bar{W}^c$ 称作样本类内相似矩阵,是一个对称矩阵,其元素 $\bar{W}_{ij}^c$ 的值表示第 $c$ 类第 $i$ 个样本与第 $j$ 个样本的相似程度,其定义为 $\bar{W}_{ij}^c = \exp[-(\|x_i^c - M_c\|^2 + \|x_j^c - M_c\|^2)/(2t)]$ , $t$ 为先验的核参数; $\bar{D}^c$ 是对角矩阵,且 $\bar{D}_{ii}^c = \sum_j \bar{W}_{ij}^c$ ;  $\bar{D} = \sum_j \bar{D}_{ij}^c$ ;

$$\begin{bmatrix} \bar{D}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{D}^C \end{bmatrix}; \bar{W} = \begin{bmatrix} \bar{W}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{W}^C \end{bmatrix}; \bar{L} = \bar{D} - \bar{W}; S_w =$$

$\bar{X} \bar{L} X^T$ 为类内散布矩阵。

DLMPP的优化问题定义为:

$$J_{DLMPP} = \max_a \frac{a^T M \bar{H} M^T a}{a^T \bar{X} \bar{L} X^T a} = \max_a \frac{a^T S_b a}{a^T S_w a} \quad (3)$$

## 3 广义的鉴别局部中值保持投影(GDLMPP)

DLMPP的优化问题可转化为求解以下广义特征值问题:

$$S_b a = \lambda S_w a \quad (4)$$

DLMPP寻找的最佳投影方向为这个广义特征值问题的最大特征值对应的特征向量。注意到, $S_w = \bar{X} \bar{L} X^T$ 为 $N \times N$

矩阵,在小样本情况下,由于人脸样本维数通常远远大于可用样本数,即 $N \gg n$ ,因此 $S_w$ 为奇异矩阵,从而不能直接求解以上广义特征值问题。

### 3.1 GDLMPP目标问题

为解决小样本问题,定义样本总体散布矩阵 $S_l$ 为:

$$S_l = S_b + S_w \quad (5)$$

由 $S_b, S_w, S_l$ 的定义可知, $S_b, S_w, S_l$ 均为对称半正定矩阵。为有效解决小样本问题,通过修改DLMPP的目标函数,定义广义的鉴别局部中值保持投影的目标函数为:

$$\begin{aligned} J_{GDLMPP}(a) &= \max_a \frac{a^T S_b a}{a^T (S_w + S_b) a} \\ &= \max_a \frac{a^T S_b a}{a^T S_l a} \end{aligned} \quad (6)$$

其最优投影矩阵同样可以转化为求解以下广义特征值问题:

$$S_b a = \lambda S_l a \quad (7)$$

### 3.2 小样本情况下GDLMPP的求解

由于在小样本情况下,通常 $N \gg n$ ,因此 $S_w$ 通常是奇异的,甚至 $S_l$ 也是奇异的,故GDLMPP同样不能直接转化为广义特征值问题来求解。正确的求解方式是将高维的样本转换到一个低维的子空间进行求解。在DLMPP中,利用PCA算法将样本数据压缩到一个低维子空间中,这样做虽然能够消除 $S_l$ 的奇异性,但可能会丢失一部分鉴别信息。下面将介绍一种能够将GDLMPP等价地转换到一个低维子空间的方法,且理论证明该转换并不会丢失鉴别信息。

设 $\sigma_1, \dots, \sigma_M$ 为 $S_l$ 的标准正交向量系,则空间 $R^M$ 可由这 $m$ 个正交向量张成,即可表示成 $R^M = \text{span}\{\sigma_1, \dots, \sigma_M\}$ 。

**定义 1** 定义 $S_l$ 的非零特征值对应的特征向量张成的空间为 $\Omega = \{\sigma_1, \dots, \sigma_r\}$  ( $r < M$ ),其正交补空间为 $\Psi = \{\sigma_{r+1}, \dots, \sigma_M\}$ ,即由 $S_l$ 的零特征值对应的特征向量张成。

可以看出, $S_l$ 的秩为 $\text{rank}(S_l) = r, R^M = \Omega + \Psi$ 。

**定理 1** 若矩阵 $A$ 为半正定矩阵,则当且仅当 $Aa = 0$ 时, $a^T Aa = 0$ 成立。这里, $0$ 为元素全为0的向量。

证明:若 $A$ 为半正定矩阵,则 $A$ 的特征值均为非负实数,对其进行特征分解可得:

$$A = U \Lambda U^T = U \Lambda^{\frac{1}{2}} U^T U \Lambda^{\frac{1}{2}} U^T = P^T P \quad (8)$$

其中, $U$ 为标准正交阵,列矢量为 $A$ 的特征值对应的特征向量; $\Lambda$ 为对角阵,对角线上的元素为 $A$ 的特征值对应的特征向量; $P = U \Lambda^{\frac{1}{2}} U^T$ 。

由此可得: $a^T Aa = a^T P^T P a \Rightarrow \|Pa\|^2 = 0 \Rightarrow Pa = 0 \Rightarrow P^T P a = 0 \Rightarrow Aa = 0$ 。

若 $Aa = 0$ ,则容易得 $a^T Aa = 0$ 。

证毕。

**定理 2** 若 $S_l$ 是奇异矩阵,则当且仅当 $a^T S_b a = 0$ 和 $a^T S_w a = 0$ 时, $a^T S_l a = 0$ 成立。

证明:由于 $S_l$ 和 $S_w$ 均为半正定矩阵,则 $a^T S_b a \geq 0$ 且 $a^T S_w a \geq 0$ ,又由于 $a^T S_l a = a^T (S_b + S_w) a$ ,因此有 $a^T S_l a = 0$ 与 $a^T S_b a = 0$ 和 $a^T S_w a = 0$ 等价。

证毕。

**定理 3** 若有  $\sigma \in \Omega$ , 则有  $J_{\text{GDLMP}}(a) = \frac{a^T S_b a}{a^T S_a a} = \frac{\sigma^T S_b \sigma}{\sigma^T S_a \sigma} =$

$J_{\text{GDLMP}}(\sigma)$ 。

证明: 设  $a \in R^M, \sigma \in \Omega, v \in \Psi$ , 则  $a = \sigma + v$ 。由于  $v \in \Psi$ , 则  $v^T S_r v = 0$ 。由定理 3 可得,  $v^T S_b v = 0$ , 又由定理 2 可得,  $S_r v = 0, S_b v = 0$ 。由于  $S_i$  和  $S_b$  均为对称矩阵, 则  $\sigma^T S_r v = (\sigma^T S_r v)^T = v^T S_r \sigma = 0$  且  $\sigma^T S_b v = (\sigma^T S_b v)^T = v^T S_b \sigma = 0$ 。因此有:

$$\begin{aligned} a^T S_b a &= (\sigma + v)^T S_b (\sigma + v) \\ &= \sigma^T S_b \sigma + \sigma^T S_b v + v^T S_b \sigma + v^T S_b v \\ &= \sigma^T S_b \sigma + 0 + 0 + 0 \\ &= \sigma^T S_b \sigma \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a^T S_r a &= (\sigma + v)^T S_r (\sigma + v) \\ &= \sigma^T S_r \sigma + \sigma^T S_r v + v^T S_r \sigma + v^T S_r v \\ &= \sigma^T S_r \sigma + 0 + 0 + 0 \\ &= \sigma^T S_r \sigma \end{aligned} \quad (10)$$

从而可得:

$$J_{\text{GDLMP}}(a) = \frac{a^T S_b a}{a^T S_r a} = \frac{\sigma^T S_b \sigma}{\sigma^T S_r \sigma} = J_{\text{GDLMP}}(\sigma) \quad (11)$$

证毕。

定理 3 说明, GDLMP 的最优化问题可以等价地在  $S_i$  的非零特征值对应的特征向量所张成的空间  $\Omega$  中求解。由于  $\Omega$  空间的维数为  $r$ , 根据线性代数理论, 其必然同构于  $R^r$  空间。相应地, 同构映射可定义为  $\sigma = Bw$ , 其中  $\sigma \in \Omega, B = \{\sigma_1, \dots, \sigma_r\}, w \in R^r$ 。这样, 可将 GDLMP 的目标函数改写为:

$$\begin{aligned} J_{\text{GDLMP}}(\sigma) &= \frac{\sigma^T S_b \sigma}{\sigma^T S_r \sigma} = \frac{(Bw)^T S_b (Bw)}{(Bw)^T S_r (Bw)} \\ &= \frac{w^T (B^T S_b B) w}{w^T (B^T S_r B) w} = \frac{w^T \tilde{S}_b w}{w^T \tilde{S}_r w} \\ &= J_{\text{GDLMP}}(w) \end{aligned} \quad (12)$$

其中,  $\tilde{S}_b = B^T S_b B, \tilde{S}_r = B^T S_r B = \Lambda$ 。  $\Lambda$  为对角阵, 且其对角线上的元素为  $S_i$  的非零特征值。由于  $\Lambda$  为正定矩阵, 因此不存在奇异值问题。这样, 原来的 GDLMP 的目标函数问题就被转化到一个低维子空间求解, 从而解决了小样本问题; 并且与采用 PCA 作预处理的 DLMPP 求解方式不同, GDLMP 并没有损失任何的鉴别信息。因此, GDLMP 的广义特征值问题可转化为:

$$\tilde{S}_b a = \lambda \tilde{S}_r a \quad (13)$$

### 3.3 GDLMP 算法

根据前文所述, 可以得到 GDLMP 算法的步骤如下:

(1) 计算各类样本的中值, 得到样本类中值集合  $M = \{M_1, \dots, M_C\}$ ;

(2) 分别计算样本类中值相似矩阵  $\bar{B}$  与样本类内相似矩阵  $\bar{W}$ , 其计算式分别为  $\bar{W}_{ij} = \exp[-(\|x_i^c - M_c\|^2 + \|x_j^c - M_c\|^2)/(2t)]$ ,  $\bar{B}_{ij} = \exp(-\|M_i - M_j\|^2/t)$ ;

(3) 利用样本类中值相似矩阵和样本类内相似矩阵分别计算  $S_b, S_w, S_r$ , 其中  $S_b = M \bar{H} M^T, S_w = X \bar{L} X^T, S_r = S_b + S_w$ ;

(4) 求解  $S_r$  的非零特征值对应的特征向量  $B = \{\sigma_1, \dots, \sigma_r\}$ ;

(5) 求解广义特征值问题(12), 令其前  $d$  个最大特征值对应的特征向量为  $a_1, \dots, a_d$ , 则投影矩阵为  $A = [a_1, \dots, a_d]$ ;

(6) 对于任意样本  $x$ , 其在  $d$  维特征空间中的表示为  $y = A^T B^T x$ 。利用提取的特征再选择合适的分类器进行分类, 即可得到未知样本的类别标签。

## 4 GDLMP 与 DLMPP 的联系

本节从理论上验证: 在类内散布矩阵  $S_w$  非奇异的情况下, GDLMP 与 DLMPP 是等价的。

**定理 4** 当  $S_w$  非奇异时, 广义特征方程  $S_b a = \lambda S_r a$  的任意特征值  $\lambda$  满足  $0 \leq \lambda < 1$ 。

证明: 当  $S_w$  非奇异时,  $S_w$  为正定矩阵, 即有  $a^T S_w a > 0$ 。

由于  $a^T S_r a = a^T (S_w + S_b) a > a^T S_b a > 0$ , 因此有  $\lambda = \frac{a^T S_b a}{a^T S_r a} < 1$ 。

又由于  $S_b$  半正定, 即  $a^T S_b a \geq 0$ , 因此有  $\lambda = \frac{a^T S_b a}{a^T S_r a} \geq 0$ 。

证毕。

**定理 5** 当  $S_w$  非奇异时, 若  $a_0$  是广义特征方程  $S_b a = \lambda S_r a$  在特征值为  $\lambda$  时对应的特征向量, 则  $a_0$  是广义特征方程  $S_b a = \lambda S_w a$  在特征值为  $\lambda/(1-\lambda)$  时对应的特征向量。

证明: 若  $a_0$  是广义特征方程  $S_b a = \lambda S_r a$  在特征值为  $\lambda$  时对应的特征向量, 则有  $S_b a_0 = \lambda S_r a_0$ 。

由于  $S_r = S_b + S_w$ , 因此有  $S_b a_0 = \lambda (S_b + S_w) a_0$ , 从而可得  $(1-\lambda) S_b a_0 = \lambda S_w a_0$ 。由定理 1 可得  $1-\lambda > 0$ , 则可得  $S_b a_0 = [\lambda/(1-\lambda)] S_w a_0$ , 即  $a_0$  是广义特征方程  $S_b a = \lambda S_w a$  在特征值为  $\lambda/(1-\lambda)$  时对应的特征向量。

证毕。

假定  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  是广义特征方程  $S_b a = \lambda S_r a$  的两个不同的特征值, 且有  $\lambda_1 > \lambda_2$ , 其对应的特征向量分别为  $a_1$  与  $a_2$ 。由定理 5 可得,  $\lambda_1/(1-\lambda_1)$  与  $\lambda_2/(1-\lambda_2)$  是特征方程  $S_b a = \lambda S_w a$  的两个不同特征值, 且有  $\lambda_1/(1-\lambda_1) > \lambda_2/(1-\lambda_2)$ , 同时这两个特征值对应的特征向量也分别为  $a_1$  与  $a_2$ 。这说明, 当  $S_w$  非奇异时, GDLMP 与 DLMPP 的广义特征方程有着相同的最大特征值对应的特征向量, 因此在类内散布矩阵  $S_w$  非奇异的情况下, GDLMP 与 DLMPP 是等价的。

## 5 实验

为验证所提 GDLMP 的有效性, 将 GDLMP 与 LPP, LDA, DLMPP 算法在两个人脸库 (ORL 与 AR) 上进行实验。

### 5.1 人脸库简介

ORL 人脸库包含了 40 个人的 400 幅图像, 其中每人 10 幅图像, 每幅图像的分辨率为  $112 \times 92$ , 这些图像拍摄于不同时期; 人的脸部表情和脸部细节有着不同程度的变化, 如笑与不笑、眼睛或睁或闭、戴或不戴眼镜; 人脸姿态也有相当程度的变化, 深度旋转和平面旋转可达  $20^\circ$ ; 人脸的尺度也有多达 10% 的变化。图 1 显示了 ORL 库中某人的 10 幅图像。



图 1 ORL 库中某人的 10 幅图像

Fig. 1 10 images of someone in ORL database

AR 人脸库包含了 120 人的图像,其中每人有 26 幅图像,图像分辨率为  $50 \times 40$ 。采用每人的 14 幅无遮挡图像进行实验,在这 14 幅图像中,前 7 幅图像与后 7 幅图像拍摄于不同的时期,且人脸姿态、表情、光照条件等均产生了一定程度的变化。图 2 显示了 AR 库中某人的 14 幅图像。



图 2 AR 库中某人的 14 幅图像

Fig. 2 14 images of someone in AR database

### 5.2 实验结果及分析

在 ORL 库上随机选择每人 5 幅图像作为训练样本,剩余图像作为测试样本,每个算法重复运行 10 次,最后把这 10 次的平均识别率作为最终的识别率。在 AR 数据库上随机选择每人 7 幅图像作为训练样本,剩余图像作为测试样本,每个算法同样重复运行 10 次,最后把这 10 次的平均识别率作为最终的识别率。值得注意的是,GDLMPP,DLMP 和 LDA 算法的有效投影轴数为  $c-1$ (其中  $c$  为样本的类别数),因为这 3 种算法的类间散布矩阵的秩为  $c-1$ 。在进行人脸识别时,LPP,LDA 和 DLMP 算法均面临矩阵的奇异问题,因此均采用 PCA 进行预处理,PCA 降维轴数的选择参照文献[5]。在实验中,所有算法均采用最近邻分类器进行分类。另外,GDLMPP,DLMP 与 LPP 算法的参数选择参照文献[5]。图 3 与图 4 为各算法取不同投影轴数时对应的识别率,表 1 列出了各算法的最佳识别率及相应的投影轴数。

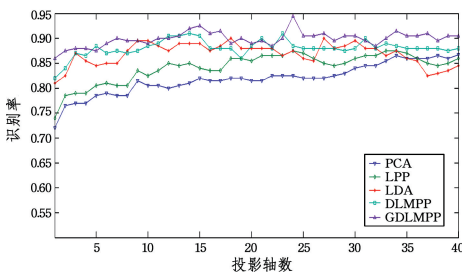


图 3 ORL 库上各算法随投影轴数变化而产生的识别率

Fig. 3 Recognition rates of algorithms in ORL database as changing with the number of projection axes

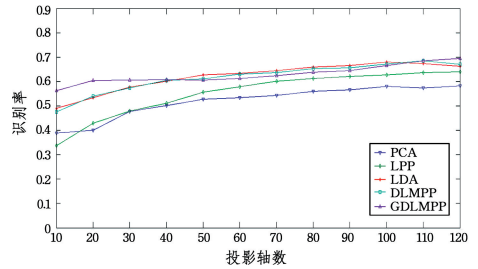


图 4 AR 库上各算法随投影轴数变化而产生的识别率

Fig. 4 Recognition rates of algorithms in AR database as changing with the number of projection axes

表 1 各算法的识别率及对应投影轴数(括号中)的对比

Table 1 Comparison recognition rates of algorithms and the number of corresponding projection axes (in brackets)

	PCA	LPP	LDA	DLMP	GDLMPP
ORL	86.71%(40)	87.5%(33)	90.0%(27)	91.0%(23)	94.5%(24)
AR	58.6%(110)	64.1%(119)	68.0%(99)	68.5%(109)	69.6%(109)

结合图 3、图 4 及表 1 可知,相较于其他算法,在取不同投影轴时,DLMP 算法的识别率均最高,这验证了所提算法在处理人脸识别问题时的有效性。在 ORL 库上,投影轴数为 24 时,GDLMPP 取得最高识别率 94.5%;在 AR 库上,投影轴数为 109 时,GDLMPP 取得最高识别率 69.6%。在两个数据库上,LPP 的识别率最低,这主要是由于 LPP 为无监督算法,未充分利用样本的类别信息。另外,相较于其他算法,GDLMPP 在 ORL 库上的识别率比在 AR 库上的识别率提升幅度更大,这主要是由于 ORL 库中采用的训练样本数少于 AR 库中采用的训练样本数,而在处理人脸识别这种小样本问题时,GDLMPP 的识别效果更显著。

**结束语** 本文针对 DLMP 在处理人脸识别这类小样本问题时的不足,提出了 GDLMPP 算法。GDLMPP 将原始样本等价转换到一个低维特征空间来求解最优投影矩阵,在转换过程中并没有丢失样本的鉴别信息,并且克服了类内散布矩阵奇异的缺陷,从而解决了 DLMP 的小样本问题。在 ORL 及 AR 人脸库上的实验显示,GDLMPP 能够有效地提升人脸识别率。

### 参考文献

- [1] TURK M,PENTLAND A. Eigenfaces for recognition [J]. Journal of Cognitive Neuroscience,1991,3(1):71-86.
- [2] VIDAL R,MA Y,SASTRY S S. Robust Principal Component Analysis [M] // Generalized Principal Component Analysis. Springer,New York,2016:63-122.
- [3] BELHUMEUR P N,HESPANHA J P,KRIEGMAN D J. Eigenfaces vs fisherfaces: recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,1997,19(7):711-720.
- [4] WANG S,LU J,GU X,et al. Semi-supervised linear discriminant analysis for dimension reduction and classification[J]. Pattern Recognition,2016,57(C):179-189.

**结束语** 本文提出了面向海量通信数据的频繁通信子图并行挖掘算法 PMFCS。该算法利用并行计算框架 Spark, 高效地解决了通信网络中用户之间的频繁通信关系挖掘问题。频繁通信关系挖掘结果是研究用户关系强度的基础, 也可以为电信运营商服务提供数据支撑, 例如套餐推荐、亲情号码等。在微博等社交媒体中互相关注的两个用户也许并没有联系, 因此相对于微博等社交媒体挖掘的结果, 从通信网络中挖掘出的频繁通信用户关系更真实。

### 参考文献

- [1] ZAHARIA M, CHOWDHURY M, DAS T, et al. Resilient distributed datasets: A fault-tolerant abstraction for in-memory cluster computing[C]//Proceedings of the 9th USENIX Conference on Networked Systems Design and Implementation, USENIX Association, 2012:2.
- [2] DEAN J, GHEMAWAT S. MapReduce: simplified data processing on large clusters[J]. Communications of the ACM, 2008, 51(1):107-113.
- [3] NATU M, SADAPHAL V, PATIL S, et al. Mining frequent subgraphs to extract communication patterns in data-centres[C]//International Conference on Distributed Computing and Networking. Springer Berlin Heidelberg, 2011:239-250.
- [4] AGRAWAL R, SRIKANT R. Fast algorithms for mining association rules[C]//Proceedings of the 20th VLDB Conference. 1994:487-499.
- [5] NIRMALA P, SULOCHANA L R, RETHNASAMY N. Centrality measures-based algorithm to visualize a maximal common induced subgraph in large communication networks[J]. Knowledge and Information Systems, 2016, 46(1):213-239.
- [6] PARISUTHMA N, RETHNASAMY N. An algorithm to search edge relaxed query graph with minimum support threshold in large communication networks[C]//International Conference on Communication Systems and Networks. IEEE, 2016:1-6.
- [7] INOKUCHI A, WASHIO T, MOTODA H. An apriori-based algorithm for mining frequent substructures from graph data[C]//European Conference on Principles of Data Mining and Knowledge Discovery. Springer Berlin Heidelberg, 2000:13-23.
- [8] KURAMOCHI M, KARYPIS G. Frequent subgraph discovery [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Data Mining. IEEE, 2001:313-320.
- [9] YAN X, HAN J. gspan: Graph-based substructure pattern mining[C]//International Conference on Data Mining. IEEE, 2002:721-724.
- [10] HUAN J, WANG W, PRINS J. Efficient mining of frequent subgraphs in the presence of isomorphism[C]//International Conference on Data Mining. IEEE, 2003:549-552.
- [11] WANG W, ZHOU H F, YUAN Q Q, et al. Mining frequent patterns based on graph theory[J]. Journal of Computer Research and Development, 2005, 42(2):230-235. (in Chinese)  
汪卫, 周皓峰, 袁晴晴, 等. 基于图论的频繁模式挖掘[J]. 计算机研究与发展, 2005, 42(2):230-235.
- [12] LI X T, LI J Z, GAO H. An efficient frequent subgraph mining algorithm[J]. Journal of Software, 2007, 18(10):2469-2480. (in Chinese)  
李先通, 李建中, 高宏. 一种高效频繁子图挖掘算法[J]. 软件学报, 2007, 18(10):2469-2480.
- [13] BHUIYAN M A, AL HASAN M. FSM-H: Frequent subgraph mining algorithm in Hadoop[C]//International Congress on Big Data. IEEE, 2014:9-16.
- [14] LU W, CHEN G, TUNG A K H, et al. Efficiently extracting frequent subgraphs using mapreduce[C]//International Conference on Big Data. IEEE, 2013:639-647.
- [15] Reality commons[OL]. <http://realitycommons.media.mit.edu/realitymining.html>.
- (上接第 93 页)
- [5] HE X F, YAN S C, HU Y X, et al. Face recognition using Laplacianfaces[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(3):328-340.
- [6] WEN Y, YANG S, HOU L, et al. Face recognition using locality sparsity preserving projections [C]//2016 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). IEEE, 2016:3600-3607.
- [7] YU W W, TENG X L, LIU C Q. Face recognition using discriminant locality preserving projections [J]. Image and Vision Computing, 2006, 24(3):239-248.
- [8] HUANG P, TANG Z M. Discriminant of Local Median Preserving Projection with its Application to Face Recognition [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2012, 24(11):1420-1425. (in Chinese)  
黄璞, 唐振民. 鉴别的局部中值保持投影及其在人脸识别中的应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2012, 24(11):1420-1425.
- [9] WAN M, LI M, YANG G W, et al. Feature extraction using two-dimensional maximum embedding difference [J]. Information Sciences, 2014, 274(274):55-69.
- [10] LAI Z H, WONG W K, XU Y, et al. Approximate orthogonal sparse embedding for dimensionality reduction[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016, 27(4):723-735.
- [11] NING X, LI W J, LI H G, et al. Uncorrelated Local Preserving Discriminant Analysis Based on Bionics[J]. Journal of Computer Research and Development, 2016, 53(11):2623-2629. (in Chinese)  
宁欣, 李卫军, 李浩光, 等. 基于仿生学的不相关局部保持鉴别分析[J]. 计算机研究与发展, 2016, 53(11):2623-2629.
- [12] MA X H, TAN Y Q. Face recognition based on Discriminant sparse preserving embedding[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(1):73-82. (in Chinese)  
马小虎, 谭延琪. 基于鉴别稀疏保持嵌入的人脸识别算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(1):73-82.
- [13] ZHAO Z H, HAO X H. Linear Locality Preserving and Discriminating Projection for Face Recognition [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(2):463-467. (in Chinese)  
赵振华, 郝晓弘. 局部保持鉴别投影及其在人脸识别中的应用[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(2):463-467.