

RA 码交织器的研究与设计

田晓燕 魏 娜 范泽铭 张锁良

(河北大学电子信息工程学院 河北 保定 071002)

摘 要 重复累积码(Repeat Accumulate Code,简称 RA 码)综合了 Turbo 码和 LDPC 码的优点,可以进行线性时间的编码及译码,成为了近年来信道编码技术研究的热点。为了改善重复累积码的性能,对其交织器进行优化设计。在几种常见的交织器的基础上提出了奇偶分组交织器的设计方法,并在 AWGN 信道下基于 BP 译码算法完成性能分析。仿真结果表明,奇偶分组交织器优于分组交织器,大大降低了信息序列之间的相关性,同时避免了校验矩阵中两类四环的产生,可以提高信息在信道中传输的可靠性。

关键词 重复累积码,交织器,相关性,BP 译码算法

中图分类号 TN919 文献标识码 A DOI 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.05.014

Study and Design of Interleaver for Repeat Accumulate Codes

TIAN Xiao-yan WEI Na FAN Ze-ming ZHANG Suo-liang

(College of Electronic and Information Engineering, Hebei University, Baoding, Hebei 071002, China)

Abstract Repeat accumulate code combines the advantages of both Turbo and LDPC codes, and becomes a hot topic in recent years, because it has the same linear encoding method as Turbo codes and is similar to LDPC codes in the linear decoding algorithm. In order to improve the performance of repeat accumulate codes, this paper optimized the design of interleaver. It designed a parity block interleaver based on several common interleavers and analyzed the performance of the BP decoding algorithm in the AWGN channel. The simulation results show that the performance of the parity block interleaver is better than that of the block interleaver. Compared with block interleaver, the parity block interleaver reduces the correlation between information sequences greatly, avoids the generation of two kinds of four rings in the check matrix, and improves the reliability of information transmission in the channel.

Keywords Repeat accumulate code, Interleaver, Correlation, Belief propagation decoding algorithm

1 引言

美国科学家 Shannon^[1]于 1948 年发表了一篇名为“A mathematical theory of communication”的论文,该论文阐述了信源编码与信道编码定理,这意味着统计通信理论的正式建立,为实现高效、可靠的信息传输理论(即纠错码理论)奠定了坚实的基础。此后,纠错码无论在理论上还是在实际应用中都得到了飞速发展。

Divsalar 等^[2]于 1998 年提出了 RA 码,即重复累积码。重复累积码是综合了 Turbo 码的线性时间编码和 LDPC 码的线性时间译码而提出的一类信道编码。因此,既可以将其看作一种快速编码的类 Turbo 码,又可以将其看作一种在因子图上进行译码的类 LDPC 码。聚集两种码类优点的双重身份,使得它具有一定的灵活性,不仅编码实现更加简单,而且译码的复杂度也得到了降低。

近年来,对 RA 码的研究主要侧重于 RA 码的交织器优化设计、RA 码的译码性能分析以及 RA 码在通信系统中的实际应用。研究证明,RA 码的置信传播(Belief Propagation, BP)译码算法在无环的因子图上才是最优的^[3],如果由交织器结构确定的校验矩阵中存在 I 类四环或者 II 类四环,那么将会影响到 BP 译码算法的准确性。因此,交织器的设计在 RA 码的编码部分是一个很重要的环节。本文在随机交织器和分组交织器的基础上提出了一种新的设计方法——奇偶分组交织器,并在 AWGN 信道下完成了基于 BP 译码算法的仿真。仿真结果表明,采用该算法的交织器的性能在高信噪比条件下是优于分组交织器的。

2 RA 码的编码原理

广义的 RA 码编码器由重复器、交织器、累加器 3 部分构成^[4]。一般地,称重复器为外码,称累加器为内码^[5]。本文构

到稿日期:2017-04-28 返修日期:2017-08-08 本文受 2017 年度河北省军民结合产业发展专项资金;空间高速数据通信平台建设资助。

田晓燕(1980—),女,硕士,讲师,主要研究方向为信道编译码与信息处理;魏 娜(1993—),女,硕士生,主要研究方向为信道编译码与高速数据通信;范泽铭(1993—),女,硕士生,主要研究方向为高速数据通信;张锁良(1966—),男,硕士,教授,硕士生导师,主要研究方向为高速数据通信,E-mail:zhangsl@hbu.cn(通信作者)。

造的系统 RA 码是在广义的 RA 码上增加了组合器和复用模块,如图 1 所示。

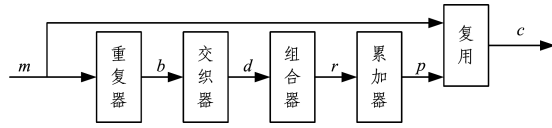


图 1 系统 RA 码的编码结构图

Fig. 1 Coding structure of system RA codes

对于每个 k 位的消息序列 $m = [m_1, m_2, \dots, m_k]$, 首先通过重复器重复 q 次得到长度为 $n = qk$ 的信息序列 $b = [m_1, m_1, \dots, m_1; m_2, m_2, \dots, m_2; \dots; m_k, \dots, m_k]$; 然后将信息序列 $b = [b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]$ 输入 $\Pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n]$ 的交织器, 得到信息序列 $d = [d_1, d_2, \dots, d_n] = [b_{\pi_1}, b_{\pi_2}, \dots, b_{\pi_n}]$; 最后将序列 d 输入到组合系数为 a 的组合器中, 由组合器对每 a 位信息比特进行模为 2 的加法运算, 从而得到组合器的输出序列 $r_i = d_{(i-1)a+1} \oplus d_{(i-1)a+2} \oplus \dots \oplus d_{ia}$, 其中 $i = 1, 2, 3, \dots, qk/a$ 。由此可以看出, 整个编码过程中产生了 qk/a 个校验比特, 最后累加器的输出为 $p_1 = r_1, p_i = p_{i-1} \oplus r_i, i = 2, 3, \dots, qk/a$ 。因此, 最后的系统码字 $c = [m_1, m_2, \dots, m_k, p_1, p_2, \dots, p_{qk/a}]$ 。系统的输出信息 c 的码长为 $n = k + qk/a$, 继而可以求出码率 $R = k / (k + qk/a) = a / (a + q)$ 。

3 RA 码的交织器与校验矩阵

交织器主要用于使编码过程中产生的错误分散化, 另一方面, 它打乱了小重量输入序列, 从增加码的最小汉明距离转向了减小低重量码字的个数。因此, 交织器的优化设计是 RA 码的核心技术之一, 同时也成为了编码界的研究热点。

在交织器的设计过程中发现, 若想设计出性能较好的交织器, 则在 RA 码的校验矩阵上需减少四环的产生。因为在译码过程中采用的是基于 Tanner 图的 BP 译码算法, 而 Tanner 图是与校验矩阵逐一对应的, 所以校验矩阵中环的数目决定了码字的性能。特别地, 如果能够减少 Tanner 图中小环的数目, 就更有可能改善 RA 码的性能^[6]。

3.1 常见的交织器

不同的交织算法对 RA 码性能的影响不同, 常见的交织器有随机交织器和分组交织器。随机交织器^[7]实现的思想便是随机交织过程。以长度为 12 的输入序列为例, 相应地生成 12 个随机地址数, 再按照产生的随机地址数重新排列输入序列。交织过程如图 2 所示。

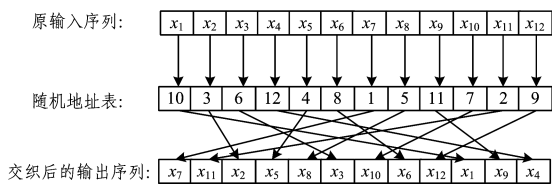


图 2 随机交织器

Fig. 2 Random interleaver

对于 RA 码, 随机交织器对打乱低重量输入序列的效果不明显, 尤其是针对短数据帧。而移动通信中有相当一部分是短数据帧业务, 因此随机交织器的这一缺点制约了 RA 码

在移动通信中的应用。

分组交织器^[8]描述的是一个以 $M \times N$ 的矩阵为基础、 T ($T = M \times N$) 为周期的交织器, 其往往是按照行入列出或者列入行出的方式进行交织的, 即映射关系是固定的。分组交织器的交织原理简单且易于实现, 但是交织之后码元之间的去相关性不彻底, 并且灵活性和适应性都较差。

3.2 分组交织器与校验矩阵

系统 RA 码的校验矩阵与 802. 16e 标准中的 QC-LDPC 码类似, 其可分成两部分, 即 $H = [H_1; H_2]$ 。其中, 矩阵 H_1 由重复器、交织器和组合器共同决定, 重复器决定了每列元素中“1”的个数, 组合器决定了每行元素中“1”的个数, 而交织器决定了元素“1”的分布; H_2 是双对角线矩阵。设计一个好的交织器, 就是使矩阵中元素“1”的分布合理化, 可尽量减少小环的存在。

对于消息序列长度 $k = 180$ 、重复次数 $q = 3$ 、组合系数 $a = 2$ 的编码器, 采用写入过程由左至右、读出过程由上至下的分组交织方式, 构造出大小为 270×450 的校验矩阵 H , 如图 3 所示。

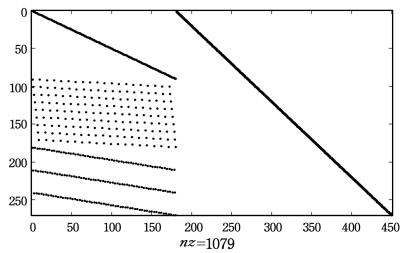


图 3 校验矩阵 (1)

Fig. 3 Check matrix (1)

3.3 交织器的优化设计

基于对随机交织器、分组交织器的分析, 提出一种新的奇偶分组交织器的设计方法, 以有效地克服分组交织器去相关性不彻底的缺点。奇偶分组交织器首先将输入信息序列按行的顺序写入一个 $M \times N$ 的交织矩阵中, 并标记好相应的行号; 然后按照奇数行和偶数行的顺序重新排列交织矩阵相应的行序列; 最后按列的顺序从交织矩阵中读取信息序列。改进的交织器流程图如图 4 所示。

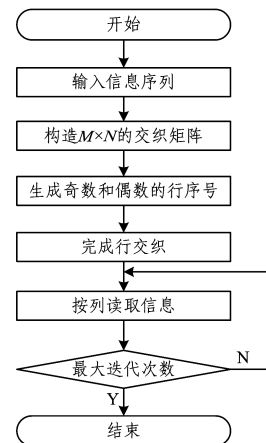


图 4 奇偶分组交织器的实现过程

Fig. 4 Flow chart of parity block interleaver

以 4×3 的交织矩阵为例,生成的奇数行号是 1 和 3,偶数行号是 2 和 4,奇偶分组交织器的交织过程如图 5 所示。输入信息序列经过奇偶分组交织器之后,输出的信息序列为:
 $x = [x_1 \ x_7 \ x_4 \ x_{10} \ x_2 \ x_8 \ x_5 \ x_{11} \ x_3 \ x_9 \ x_6 \ x_{12}]$ 。

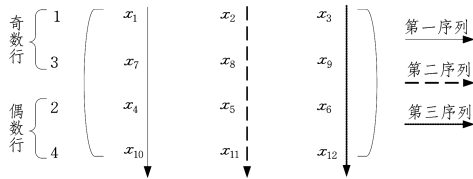


图 5 奇偶分组交织器

Fig. 5 Parity block interleaver

根据以上几种交织器的设计原理可以看出,当输入序列码较长时,随着交织长度的增大,分组交织前后信息序列的不动点数增多,相关性增强;随机交织器中随机数的产生越来越均匀,但是生成时间会越来越长,从而导致整个系统时延增大;而奇偶分组交织器在交织前后,其信息的不动点数少于分组交织器的,克服了分组交织器去相关性不彻底的缺陷,也避免了随机交织器产生随机数大的情况。与分组交织器相比,经过奇偶分组交织器后的输出序列中原相邻比特元素具有更随机的位置。

通过优化后的交织器确定校验矩阵,与通过分组交织器构造校验矩阵的过程类似,通过 H_1 和 H_2 两部分来构造校验矩阵,唯一的不同在于元素“1”的分布,是按奇数行和偶数行由左至右写入而由上至下按列读出的。

对于信息序列长度 $k=180$ 、重复次数 $q=3$ 、组合系数 $a=2$ 的编码器,采用奇偶分组交织器构造出大小为 270×450 的校验矩阵 H ,如图 6 所示。

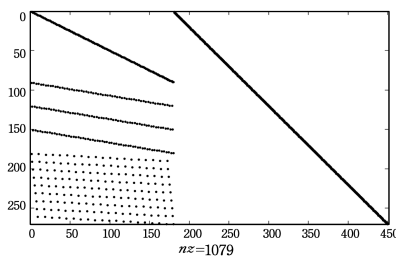


图 6 校验矩阵(2)

Fig. 6 Check matrix (2)

从图 6 可以看出,校验矩阵左半部分是矩阵 H_1 ,每行有 2 个非零元素,每列有 3 个非零元素;右半部分是具有双对角线结构的矩阵 H_2 。

4 RA 码的译码算法

常见的 RA 码的译码算法有 BP 算法、最小和(MS)算法、最大后验概率(Maximum A Posterior, MAP)算法、BCJR (Bahl, Cocke, Jelinek, Raviv)算法等。本文采用 BP 算法对优化前后的 RA 码进行译码。BP 算法是一种迭代概率译码算法,它利用了校验节点和变量节点之间消息的双向传递性,是通过 Tanner 图实现的。

4.1 BP 译码算法的原理

首先,将编码得到的码字进行 BPSK 调制,调制之后的码

字 x_i 通过 AWGN 信道后得到输出序列 $y_i = x_i + n$,其中噪声 n 是均值为 0、方差为 σ^2 的高斯随机变量^[9]。因此,译码端需要对加噪之后的序列 y_i 进行译码。

待译码序列 y_i 的概率分布如图 7 所示。

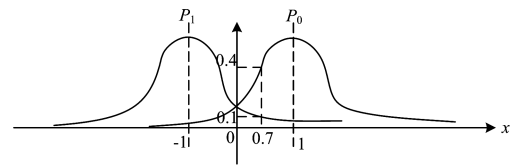


图 7 待译码序列 y_i 的概率分布

Fig. 7 Probability distribution for decoding sequence y_i

其中:

$$P_0 = P(y_i | c_i = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y_i-1)^2}{2\sigma^2}}, P_0 \sim N(1, \sigma^2)$$

$$P_1 = P(y_i | c_i = 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y_i+1)^2}{2\sigma^2}}, P_1 \sim N(-1, \sigma^2)$$

将 P_0 和 P_1 的概率密度进行归一化处理,可以分别得到加噪后序列 y_i 置信 0 的概率 $P_i(0)$ 和置信为 1 的概率 $P_i(1)$,其中 $P_i(0) + P_i(1) = 1$ 。

$$P_i(0) = \frac{P_0}{P_1 + P_0} = \frac{1}{1 + e^{\frac{-2y_i}{\sigma^2}}}$$

$$P_i(1) = \frac{P_1}{P_1 + P_0} = \frac{1}{1 + e^{\frac{2y_i}{\sigma^2}}}$$

假设进行编码的校验矩阵 H 为:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其校验矩阵 H 对应的 Tanner 图如图 8 所示。

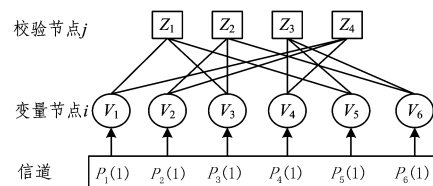


图 8 校验矩阵 H 的 Tanner 图

Fig. 8 Tanner graph of check matrix H

首先,进行概率信息初始化。将信道中的概率信息传递给对应的变量节点,继而传递给每一个与此变量节点相连的校验节点。

然后,进行校验节点消息处理,即行更新。变量节点传向校验节点的概率消息,由除此变量节点外与此校验节点相连的其他变量节点传向此校验节点的概率信息联合更新。

最后,进行变量节点消息处理,即列更新,计算不同校验节点传向同一变量节点的概率消息。校验节点传向变量节点的概率信息,由除此校验节点外与变量节点相连的其他校验节点传向此变量节点的概率信息和信道传向此变量节点的概率信息联合更新。

BP 译码算法的流程如图 9 所示。

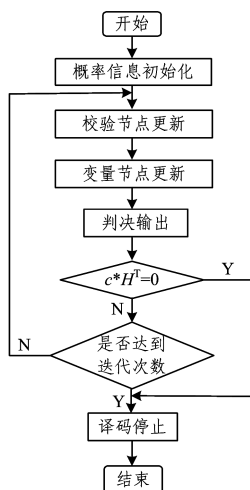


图9 BP译码算法的流程图

Fig. 9 Flow chart of BP decoding algorithm

BP译码算法充分利用了变量节点和校验节点双向传递消息的性质,同时利用了接收序列的所有信息,从而可以得到几乎逼近 Shannon 限的译码性能。该算法在 Tanner 图中没有环的条件下,可等效为最大似然译码算法。在迭代过程中,如果校验等式成立,那么译码过程立即结束,而不是进行固定次数的迭代,因此收敛速度较快^[10]。

4.2 性能分析

利用 BP 译码算法在 AWGN 信道上对基于不同交织算法和不同码长的系统 RA 码进行仿真,仿真参数设置如表 1 所列。

表 1 MATLAB 仿真参数

Table 1 Simulation parameters of MATLAB

仿真参数	参数值
输入信息序列	随机序列
序列码长	$N=540, 1080$
重复次数	$q=1, 3$
组合系数	$a=2, 4$
码率	$R=0.8, 0.4$
调制方式	BPSK
信道模型	AWGN
最大迭代次数	10

为了分析新提出的奇偶分组交织器的性能,分别对基于随机交织、分组交织和奇偶分组交织思想构造的 RA 码进行性能仿真,仿真曲线如图 10、图 11 所示。

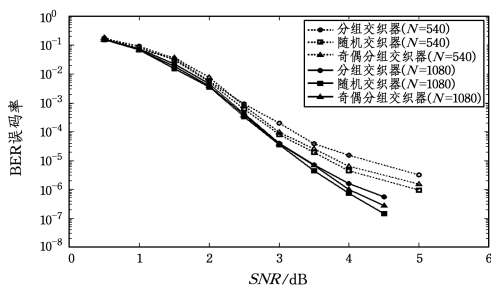


图 10 基于不同交织算法的 RA 码仿真曲线($R=0.8$)

Fig. 10 RA codes simulation curves from different interleaver algorithms($R=0.8$)

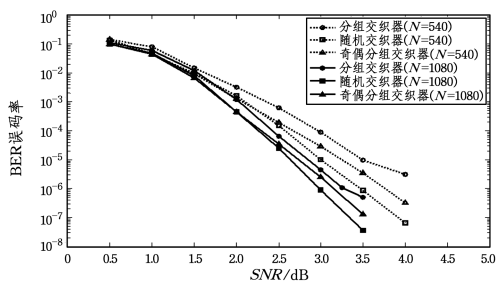


图 11 基于不同交织算法的 RA 码仿真曲线($R=0.4$)

Fig. 11 RA code simulation curves from different interleaver algorithms($R=0.4$)

仿真结果表明,在低信噪比阶段,误码率下降比较平缓;随着信噪比的增加($SNR > 2$ dB 时),误码率下降速度加快,并逐渐趋于一个定值。当迭代次数一定且低信噪比($SNR < 1.5$ dB)时,3 种交织器的性能差别不大;在高信噪比时,奇偶分组交织器的性能优于分组交织的性能。对比图 11 和图 12 可以看出,在码率不同的条件下,码率越小,误码率越低。

结束语 随着研究的不断深入,构造可达到信道容量或者可逼近信道容量 Shannon 限的信道编码方法,及可实用的线性复杂度的译码算法,一直是信道编码技术研究的目标。本文主要在随机交织器和分组交织器的基础上提出了一种新型交织器的设计方法——奇偶分组交织器,并在 AWGN 信道下基于 BP 译码算法完成了 3 种不同交织算法的性能仿真。仿真曲线表明,当迭代次数一定时,在高信噪比条件下,奇偶分组交织器优于分组交织器。

本文只涉及了交织器的优化,在编码过程中还存在累加器的设计,这也是下一步的研究目标。

参考文献

- [1] SHANNON C E. A mathematical theory of communication[J]. The Bell system Technical Journal, 1948, 27(6): 376-656.
- [2] DIVSALAR D, JIN H, MCELIECE R. Coding theorems for Turbo-like codes[C]// 1998 Allerton Conference. 1998: 201-210.
- [3] ZHAO M, ZHANG X L. Novel construction of QC-LDPC codes with modified 2-DGRS codes[J]. Journal on Communications, 2015, 36(2): 197-203. (in Chinese)
赵明, 张晓林. 基于改进 2-DGRS 码的 QC-LDPC 码高效构造[J]. 通信学报, 2015, 36(2): 197-203.
- [4] ZHANG H T, LIU H L, LIU S G. Interleaver design for RA codes based on full binary tree[J]. Computer Engineering & Science, 2015, 37(4): 699-703. (in Chinese)
张红泰, 刘宏立, 刘述钢. 基于满二叉树的 RA 码交织器设计[J]. 计算机工程与科学, 2015, 37(4): 699-703.
- [5] ZHANG R. Optimization Design and Performance of Repeat Accumulate Codes[D]. Xi'an: Xi'an Electronic and Science University, 2013. (in Chinese)
张睿. 重复累积码的性能与优化设计[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.
- [6] REN Y H, SONG G H, CHENG J, et al. K-User Spread-Accumulate Code for Multiple Access Channel[C]// 2012 IEEE 14th International Conference on Communication Technology. 2012.