

# 混合语义时间 Petri 网的特征条件及时间性质

潘 理<sup>1,2</sup> 郑 红<sup>3</sup> 杨 勃<sup>1,2</sup> 周新民<sup>4</sup>

(湖南理工学院信息与通信工程学院 岳阳 414006)<sup>1</sup>

(湖南理工学院复杂系统优化与控制湖南省普通高等学校重点实验室 岳阳 414006)<sup>2</sup>

(华东理工大学信息科学与工程学院 上海 200237)<sup>3</sup> (湖南商学院计算机与信息工程学院 长沙 410205)<sup>4</sup>

**摘 要** 针对时间 Petri 网现有强、弱语义模型在调度分析上存在的缺陷以及凝练调度一致性问题及调度时限性问题,提出混合语义模型解决方案,并给出混合语义模型的特征条件,比较混合语义模型与强、弱语义模型的时间互模拟能力,证明混合语义模型的正确性和时间行为的不可替代性。

**关键词** 时间 Petri 网,混合语义模型,特征条件,时间互模拟

**中图分类号** TP311 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.12.044

## Characteristic Conditions and Timed Properties of Time Petri Nets with Mixed Semantics

PAN Li<sup>1,2</sup> ZHENG Hong<sup>3</sup> YANG Bo<sup>1,2</sup> ZHOU Xin-min<sup>4</sup>

(School of Information and Communication Engineering, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang 404006, China)<sup>1</sup>

(Key Laboratory of Optimization and Control of Complex Systems, College of Hunan Province, Yueyang 414006, China)<sup>2</sup>

(Information Science and Engineering College, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)<sup>3</sup>

(Computer and Information Engineering College, Hunan University of Commerce, Changsha 410205, China)<sup>4</sup>

**Abstract** Two time semantics, a strong semantics and a weak one, are usually adopted by time Petri nets in different application context. But they are limited in schedulability analysis because of scheduling consistency problem and scheduling timeliness problem. This paper defined two characteristic conditions for consistency and timeliness, presented a time Petri net model with mixed semantics, and proved the mixed semantics model is more suitable for the schedulability analysis of real-time systems than the existing time semantics models. We further compared the timed bisimulation ability of the mixed semantics model and the strong and weak semantics models.

**Keywords** Time Petri nets, Mixed semantics model, Characteristic conditions, Timed bisimulation

## 1 引言

时间 Petri 网是描述和验证实时系统最常用的形式化模型之一<sup>[1,2]</sup>。它在经典 Petri 网的基础上,为每个变迁关联一个静态实施间隔。当某个变迁开始使能,就会联系一个动态实施间隔,其初值为变迁的静态实施间隔。间隔的上下界会随着时间的流逝同步减小。当动态间隔的下界到达 0 时,该变迁可以实施。当动态间隔的上界到达 0 时,存在两种语义解释:强语义<sup>[2-4]</sup>和弱语义<sup>[5-7]</sup>。强语义强迫变迁在上界为 0 时必须实施,而弱语义则允许上界低于 0,但此后该变迁不能再实施(除非重新使能)。一旦该变迁丧失使能,关联它的动态间隔就会被抛弃。变迁实施不计时间。两种时间语义在不同环境下拥有各自的用途。强语义非常适合建模和分析具有严格时间约束和最终期限的硬实时系统。弱语义可以较方便地建模具有外部选择的交互式系统。

实时调度是实时系统中非常重要的研究领域<sup>[8-10]</sup>。但

是,时间 Petri 网的现有强、弱语义模型在调度建模与分析方面却遇到不少问题。如图 1 所示,一项任务可以由活动  $t_1$  执行完成,也可以由活动  $t_2$  和活动  $t_3$  相继执行。在强语义模型中,由于不允许变迁超越其时间上界, $t_2$  总是优先于  $t_1$  实施,这使  $t_1$  永远得不到调度。因此,这种语义会导致一些使能变迁永远无法调度(即变迁的使能性与可调度性不一致),我们称之为调度一致性问题。弱语义模型取消了强制性约束,允许任何变迁错过时间上界,故  $t_1$  和  $t_2$  都允许错过期限,这时整个调度任务就无法完成了。因此,这种语义不能保证实时任务的截止时限,我们称之为调度时限性问题。

我们设想,如果对时间 Petri 网的某些变迁施加强语义,使其在达到截止期限时必须实施,则可解决任务调度的时限性问题;而对某些变迁施减弱语义,允许其错过期限,使原来永远不能调度的变迁具备调度可能性,则可解决调度一致性问题。例如,对图 1 中  $t_1$  施加强语义, $t_2$  施减弱语义,则  $t_2$  可以在间隔 $[3,4]$ 实施; $t_2$  也可以错过期限,但这时  $t_1$  必须在间

到稿日期:2013-06-25 返修日期:2013-08-16 本文受国家自然科学基金(61103115),湖南省自然科学基金(11JJ4058,11JJ2037),湖南省教育厅科研项目(11A041,11B055),国家社会科学基金项目(13CJY007),湖南省高校科技创新团队支持计划(湘教通[2012]318-18)资助。

潘 理(1975-),男,博士,副教授,主要研究方向为 Petri 网、工作流, E-mail: panli.hnist@gmail.com; 郑 红(1973-),女,博士,副教授,主要研究方向为形式化方法; 杨 勃(1974-),男,博士,副教授,主要研究方向为模式识别; 周新民(1977-),男,博士,副教授,主要研究方向为信息隐藏。

隔[5,6]实施。这样一来,在同一模型中会同时存在两种时间语义,我们称它为混合语义模型。

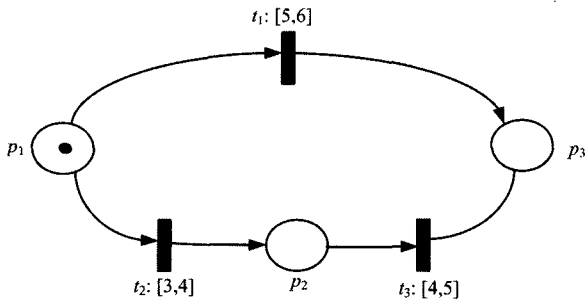


图1 一个简单的任务调度模型

在文献[11]中,潘理等提出一种混合语义时间 Petri 网模型,讨论了该模型的图灵机模拟能力、时间语言接受能力、状态类方法等内容。但是,要形成一个有效的理论模型,仅仅提出模型思想是不够的。两个本质问题急需解决,它们涉及模型的正确性和不可替代性:(1)特征条件问题,即满足什么条件的 Petri 网模型才是混合语义模型,这是一个最本质的问题;(2)混合语义模型与现有语义模型关于时间建模能力的比较问题,这是混合语义模型与现有语义模型在时间行为上能否相互替代的问题。

本文首先提出时间 Petri 网的调度一致性问题 and 时限性问题,然后提出混合语义模型的特征条件,并比较混合语义模型与现有语义模型的时间互模拟能力;第 2 节给出时间 Petri 网的基本定义,重新定义了强、弱语义模型的形式语义;第 3 节提出混合语义模型的特征条件,证明混合语义模型满足特征条件,并比较混合语义模型与现有语义模型的时间互模拟能力;最后总结本文。

## 2 时间 Petri 网

### 2.1 基本定义

假设  $R$  是实数集,  $R^+$  是非负实数集,  $N$  是自然数集  $\{0, 1, 2, \dots\}$ 。给定  $a, b \in R$  且  $a \leq b$ , 定义  $I = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$  为实数闭区间, 记为  $I = [a, b]$ 。用  $\uparrow I$  ( $\downarrow I$ ) 表示区间  $I$  的上(下)界。用  $IR$  ( $IR^+$ ) 表示所有(非负)实数闭区间的集合。

**定义 1**<sup>[4]</sup> 一个时间 Petri 网是一个六元组  $TPN = (P, T, Pre, Post, M_0; SI)$ , 其中:

- (1)  $P$  是库所集;
- (2)  $T$  是变迁集, 且  $P \cap T = \emptyset$ ;
- (3)  $Pre \in N^{P \times T}$  是向前关联矩阵;
- (4)  $Post \in N^{P \times T}$  是向后关联矩阵;
- (5)  $M_0 \in N^P$  是初始标识;
- (6)  $SI: T \rightarrow IR^+$  是变迁的静态实施间隔映射函数, 对  $\forall t \in T, SI(t)$  表示变迁  $t$  的静态实施间隔。

$Pre(p, t) = i$  ( $i > 0$ ) 当且仅当存在一条从库所  $p$  到变迁  $t$  的权值为  $i$  的弧;  $Pre(p, t) = 0$  当且仅当不存在从库所  $p$  到变迁  $t$  的弧。  $Pre(t) \in N^P$  表示  $t$  的输入库所多重集。对  $Post(p, t)$  和  $Post(t)$  也类似定义。标识  $M \in N^P$  是一个  $|P|$  元向量, 第  $i$  个元素表示库所  $p_i$  中的令牌数。

**定义 2**<sup>[4]</sup> 一个变迁  $t \in T$  在标识  $M$  下被称为是使能的, 当且仅当  $Pre(t) \leq M$ 。

令  $En(M)$  表示标识  $M$  下所有使能变迁的集合。

**定义 3**<sup>[4]</sup> 如果  $t_f$  在标识  $M$  下是使能的, 那么  $t_f$  可以实施并产生一个新的后继标识  $M'$ , 且  $M' = M - Pre(t_f) + Post(t_f)$ 。

用  $Newly(M, t_f) = En(M - Pre(t_f) + Post(t_f)) \setminus En(M - Pre(t_f))$  表示在标识  $M$  下实施  $t_f$  后(在新标识)新使能变迁的集合。注意一个变迁在实施  $t_f$  后丧失使能, 但在新标识又重新使能, 将作为新使能变迁看待。

### 2.2 强语义模型

状态是描述系统动态行为的重要因素。在时间 Petri 网中, 状态除了包含标识信息外, 还必须包含时间信息。

**定义 4**<sup>[2]</sup> 一个时间 Petri 网的状态是一个二元组  $s = (M, f)$ , 其中,

- (1)  $M \in N^P$  是标识;
- (2)  $f: T \rightarrow IR$  是一个动态实施间隔函数,  $\forall t \in T, f(t)$  表示  $t$  相对于当前状态的实施时间间隔。

时间 Petri 网的初始状态  $s_0 = (M_0, f_0)$ , 其中  $M_0$  是初始标识;  $\forall t \in En(M_0), f_0(t) = SI(t)$ 。为了便于与混合语义模型比较, 我们重新定义强、弱语义模型的形式语义。

**定义 5** 在强语义模型(S-TPN)中, 状态  $s$  的最大流逝时间上界定义为  $TB(s) = \min\{\uparrow f(t') \mid t' \in En(M)\}$ 。

**定义 6** 在 S-TPN 中, 变迁  $t$  在状态  $s$  下是潜在可实施的(potential firable), 当且仅当满足:

- (1)  $t \in En(M)$ ;
- (2)  $\downarrow f(t) \leq TB(s)$ 。

用  $PF(s)$  表示所有在状态  $s$  下潜在可实施的变迁集合。

**定义 7** 变迁  $t$  在状态  $s$  下是可实施的, 当且仅当满足:

- (1)  $t \in PF(s)$ ;
- (2)  $\uparrow f(t) \geq 0 \geq \downarrow f(t)$ 。

用  $Fr(s)$  表示所有在状态  $s$  下可实施的变迁集合。

时间 Petri 网的动态行为本质上表现为一个状态演变过程, 因此可以采用带标号的变迁系统(Labeled Transition System)来描述其形式语义。

**定义 8**<sup>[11]</sup> 一个带标号的变迁系统是一个四元组  $L = (S, S_0, \Sigma, \rightarrow)$ , 其中,

- (1)  $S$  是状态集;
- (2)  $S_0 \subseteq S$  是初始状态集;
- (3)  $\Sigma$  是描述事件的标号集;
- (4)  $\rightarrow \subseteq S \times \Sigma \times S$  是变迁关系。

实时系统经常存在紧急行为(urgent behaviors)。当某紧急事件到达截至时限(deadline), 系统会强制该事件发生。例如, 当火车碰撞避免系统侦测到不远的前方有慢速列车, 系统将强迫火车紧急制动或降速前行。紧急强制行为在时间自动机和时间进程代数中均有研究<sup>[12-14]</sup>, 并从语义上严格区分了紧急行为和非紧急行为。为了在 Petri 网中描述实时系统中的紧急强制行为, 我们在语义定义中引入强制类型标记( $\alpha$  和  $\beta$ ), 其中  $\alpha$  表示变迁的非强制性实施,  $\beta$  表示紧急行为下变迁的强制性实施。

**定义 9** 一个时间 Petri 网  $TPN = (P, T, Pre, Post, M_0; SI)$  的强语义模型(S-TPN)的形式语义定义为一个带标号的变迁系统  $L_s = (S, S_0, \Sigma, \rightarrow_s)$ , 且使得:

- (1)  $S \subseteq N^p \times IR^T$  是 S-TPN 的状态集;
- (2)  $S_0 = \{s_0\}$  是 S-TPN 的初始状态集;
- (3)  $\Sigma = (T \times \{\alpha, \beta\}) \cup R^+$  是标号集;
- (4)  $\rightarrow_s \subseteq S_s \times \Sigma \times S_s$  是变迁关系, 包括连续和离散变迁关系;

i) 连续变迁关系,  $\forall d \in R^+$ ,

$$(M, f) \xrightarrow{d} (M', f') \text{ iff}$$

$$\begin{cases} \forall t \in En(M), d \leq TB(s) & (a) \\ M' = M & (b) \\ \forall t \in En(M'), f'(t) = f(t) - d & (c) \end{cases}$$

ii) 非强制离散变迁关系,  $\forall t_f \in T$ ,

$$(M, f) \xrightarrow{(t_f, \alpha)} (M', f') \text{ iff}$$

$$\begin{cases} t_f \in Fr(s) & (a) \\ TB(s) > 0 & (b) \\ M' = M - Pre(t_f) + Post(t_f) & (c) \\ \forall t \in En(M'), f'(t) = \begin{cases} SI(t), & \text{if } t \in Newly(M, t_f) \\ f(t), & \text{otherwise} \end{cases} & (d) \end{cases}$$

iii) 强制离散变迁关系,  $\forall t_f \in T$ ,

$$(M, f) \xrightarrow{(t_f, \beta)} (M', f') \text{ iff}$$

$$\begin{cases} t_f \in Fr(s) & (a) \\ TB(s) = 0 & (b) \\ M' = M - Pre(t_f) + Post(t_f) & (c) \\ \forall t \in En(M'), f'(t) = \begin{cases} SI(t), & \text{if } t \in Newly(M, t_f) \\ f(t), & \text{otherwise} \end{cases} & (d) \end{cases}$$

从连续变迁关系看:(a)保证流逝时间  $d$  不会超过状态  $s$  的最大流逝时间上界;(b)表明时间流逝不会引起标识变化;(c)表示变迁的动态实施间隔随时间流逝同步减小。从离散变迁关系看:(a)表示  $t_f$  在状态  $s$  是可实施的;(b)确定状态  $s$  是否需要执行强制性变迁。当状态  $s$  的时间上界等于 0 时,表明不能再流逝任何延时,必须选择一个可实施变迁强迫实施;(c)表示变迁实施引起的标识变化;(d)计算新状态下使能变迁的动态实施间隔;新使能变迁的动态实施间隔为其静态实施间隔,其他使能变迁的动态实施间隔则保持不变。

### 2.3 弱语义模型

强语义模型由于受制于强时间限制,因此不能很好地保持传统 Petri 网的选择语义。在传统 Petri 网中,变迁绝不会被强迫实施,冲突的选择也是非确定性的。为了保持与传统 Petri 网的一致性,提出弱语义模型。弱语义模型不强迫变迁在其时间上界处实施,因此能够最大程度地保证选择的“非确定性”。因此,在弱语义模型中,可能出现某些变迁的时间上界被超越的现象。

**定义 10** 一个使能变迁  $t$  在状态  $s$  下是过期的(overdue)当且仅当  $\uparrow f(t) < 0$ 。

**定义 11** 在弱语义模型(W-TPN)中,状态  $s$  的最大流逝时间上界定义为  $TB(s) = \infty$ 。

**定义 12** 在 W-TPN 中,变迁  $t$  在状态  $s$  下是潜在可实施的,即  $t \in PF(s)$  当且仅当满足:

- (1)  $t \in En(M)$ ;
- (2)  $\uparrow f(t) \geq 0$ 。

**定义 13** 变迁  $t$  在状态  $s$  是可实施的,即  $t \in Fr(s)$  当且

仅当满足:

- (1)  $t \in PF(s)$ ;
- (2)  $\uparrow f(t) \geq 0 \geq \downarrow f(t)$ 。

**定义 14** 一个时间 Petri 网  $TPN = (P, T, Pre, Post, M_0; SI)$  的弱语义模型(W-TPN)的形式语义定义为一个带标号的变迁系统  $L_w = (S_w, S_0, \Sigma, \rightarrow_w)$ , 且使得:

- (1)  $S_w \subseteq N^p \times IR^T$  是 W-TPN 的状态集;
- (2)  $S_0 = \{s_0\}$  是 W-TPN 的初始状态集;
- (3)  $\Sigma = (T \times \{\alpha\}) \cup R^+$  是标号集;
- (4)  $\rightarrow_w \subseteq S_w \times \Sigma \times S_w$  是变迁关系,它与强语义变迁关系的不同在于,它不包括强制性离散变迁关系。

用  $Reach(s_0)$  表示从初始状态  $s_0$  可达的所有状态的集合。

## 3 混合语义模型

### 3.1 特征条件

这一节将给出混合语义模型一致性条件和时限性条件。满足这两个条件就意味着语义模型不存在一致性和时限性问题,即可以克服现有强、弱语义模型存在的调度分析缺陷。我们称这两个条件为混合语义模型的特征条件。

**定义 15**(一致性条件)  $\forall s \in Reach(s_0)$ , 若  $t \in PF(s)$ , 则存在  $s' \in Reach(s)$ , 使  $t \in Fr(s')$ 。

一致性条件强调变迁的潜在可实施性和可实施性保持一致,即如果一个变迁在某个状态下是潜在可实施的,则它必定在可达的状态下可实施。

**定义 16** 给定  $t_1, t_2 \in En(M)$ , 若  $\exists p \in P$ , 使  $Pre(p, t_1) + Pre(p, t_2) > M(p)$ , 则称变迁  $t_1$  和  $t_2$  在标识  $M$  是(有效)冲突的,用  $t_1 \uparrow_M t_2$  表示。

**定义 17** 给定一个变迁集  $U \subseteq T$ , 如果  $\forall t_1, t_2 \in U: t_1 \uparrow_M t_2$ , 则称  $U$  是标识  $M$  的一个冲突集。

用  $CS(M)$  表示在标识  $M$  下的所有冲突集的集合。若不存在其它冲突集  $U'$ , 使  $U \subset U'$ , 则称  $U$  是  $M$  的极大冲突集。用  $MCS(M)$  表示在标识  $M$  下的所有极大冲突集的集合。实际上,每个极大冲突集就是一个选择结构。

**定义 18**(时限性条件)  $\forall s \in Reach(s_0)$ , 这里  $s = (M, f)$ ,  $\forall U \in MCS(M)$ , 存在  $t \in U$ , 使  $\uparrow f(t) \geq 0$ 。

时限性条件保证所有任何一个选择结构必须保证至少一个变迁按时实施。

### 3.2 混合语义模型

我们提出一种时间 Petri 网的混合语义模型(M-TPN)。在 M-TPN 中,变迁的可调度性不再受到冲突变迁时间约束的影响,而是依赖于非冲突变迁的时间约束。

**定义 19** 在 M-TPN 中,变迁  $t$  在状态  $s$  下的最大流逝时间上界为  $Tb(s, t) = \min\{\uparrow f(t), \uparrow f(t') \mid t' \in En(M - Pre(t))\}$ 。

**定义 20** 在 M-TPN 中,变迁  $t$  在状态  $s$  下是潜在可实施的,即  $t \in PF(s)$  当且仅当同时满足:

- (1)  $t \in En(M)$ ;
- (2)  $\uparrow f(t) \geq 0$ 。

**定义 21** 在 M-TPN 中,变迁  $t$  在状态  $s$  下是可实施的,即  $t \in Fr(s)$  当且仅当同时满足:

- (1)  $t \in PF(s)$ ;  
 (2)  $\uparrow f(t) \geq 0 \geq \downarrow f(t)$ .

**定义 22** 在 M-TPN 中, 状态  $s$  的最大流逝时间上界为  $TB(s) = \max\{Tb(s, t) | t \in PF(s)\}$ .

**定义 23** 一个时间 Petri 网  $TPN = (P, T, Pre, Post, M_0, SI)$  的混合语义模型(M-TPN)的形式语义定义为一个时间变迁系统  $L_m = (S_m, S_0, \Sigma, \rightarrow_m)$ , 且使得:

- (1)  $S_m \subseteq N^P \times IR^T$  是 M-TPN 的状态集;  
 (2)  $S_0 = \{s_0\}$  是 M-TPN 的初始状态集;  
 (3)  $\Sigma = (T \times \{\alpha, \beta\}) \cup R^+$  是标号集;  
 (4)  $\rightarrow_m \subseteq S_m \times \Sigma \times S_m$  是变迁关系, 其连续变迁关系和离散变迁关系与 S-TPN 相同。

注意, 尽管我们在形式上统一了强、弱、混合语义模型的变迁关系的定义, 但是它们的时间上界  $TB$ 、潜在可实施  $PF$  的定义是不相同的。

M-TPN 中可能存在逾越上界的变迁, 即过期变迁。但该模型限制时间的流逝, 状态  $s$  的最大流逝时间设置为  $TB(s)$ 。当  $TB(s) = 0$  时, 表明在状态  $s$  下需要强制实施变迁。

下面我们将证明这种混合语义模型能够解决现有语义模型存在的调度一致性问题 and 时限性问题, 即满足时限性条件和一致性条件。

**定理 1** 将证明 M-TPN 满足时限性条件。只要证明 M-TPN 中不存在过期的极大冲突集, 就可保证每个选择结构的调度时限性。一个极大冲突集被称为是过期的, 当且仅当这个冲突集的每个变迁都是过期的。对于  $U \in MCS(M)$ , 用  $\uparrow U = \max\{\uparrow f(t) | t \in U\}$  来表示极大冲突集  $U$  的最大时间上界。

**定理 1** M-TPN 满足时限性条件。

证明: 使用归纳法。当  $n=0$ , 即在初始状态  $s_0$  下, 有  $\forall t \in En(M_0), \uparrow f(t) \geq 0$ 。故定理对  $n=0$  成立。

假设定理对  $n \leq k$  成立, 考虑  $n = k+1$  的情况。用反证法。假设存在  $U \in MCS(M_{k+1})$ , 使得  $\forall t \in U$ , 则有  $\uparrow f(t) < 0$ 。分两种情况讨论:

(1) 若  $s_k \xrightarrow{d}_m s_{k+1}$ , 则有  $U \in MCS(M_k)$ , 使  $\uparrow U < d_k$ 。对任何  $t \in PF_m(s_k)$ , 若  $t \notin U$ , 则  $Tb_m(s_k, t) = \min\{\uparrow f_k(t), \uparrow f_k(t') | t' \in En(M_k - Pre(t))\} \leq \min\{\uparrow f_k(t') | t' \in U\} \leq \uparrow U$ ; 否则, 即  $t \in U$ , 则有  $Tb_m(s_k, t) \leq \uparrow f_k(t) \leq \uparrow U$ 。故  $TB_m(s_k) = \max\{Tb_m(s_k, t) | t \in PF_m(s_k)\} \leq \uparrow U < d_k$ 。这与连续变迁关系矛盾。

(2) 若  $s_k \xrightarrow{(t_k, x)}_m s_{k+1}$ , 则蕴涵  $t_k \in Fr_m(s_k), U \in MCS(M_k - Pre(t_k))$  且  $\uparrow U < 0$ 。U 中不可能存在新使能变迁, 否则与假设矛盾。于是有  $Tb_m(s_k, t_k) = \min\{\uparrow f_k(t_k), \uparrow f_k(t') | t' \in En(M_k - Pre(t_k))\} \leq \min\{\uparrow f_k(t') | t' \in U\} \leq \uparrow U < 0$ , 故得  $t_k \notin PF_m(s_k)$ 。这与  $t_k \in Fr_m(s_k)$  矛盾。

因此, M-TPN 满足时限性条件。证毕。

**定理 2** 将证明 M-TPN 满足一致性条件, 即证明 M-TPN 中的任何潜在可实施变迁均可调度。

**定理 2** M-TPN 满足一致性条件。

证明:  $\forall s \in Reach(s_0)$ , 若  $t \in PF(s)$ , 可令  $d = Tb(s, t)$ , 根

据定义 22, 有  $d \leq TB(s)$ 。根据 M-TPN 连续变迁关系, 有  $s \xrightarrow{d}_m s'$ 。根据定义 20, 可知  $t \in En(M')$  且  $\uparrow f'(t) = 0$ , 进而  $t \in PF(s')$ 。再根据定义 21, 有  $t \in Fr(s')$ , 即  $t$  在  $s'$  可实施。证毕。

### 3.3 时间互模拟

接下来比较 3 种模型的时间互模拟能力, 证明这 3 种模型在时间行为上是否可以相互模拟。

**定义 24**<sup>[15]</sup> 令  $L_1 = (S_1, S_0^1, \Sigma, \rightarrow_1)$  和  $L_2 = (S_2, S_0^2, \Sigma, \rightarrow_2)$  是两个时间变迁系统, 记  $R$  是  $S_1 \times S_2$  上的二元关系。如果满足:

- (1)  $\forall (s_0^1, s_0^2) \in S_0^1 \times S_0^2, s_0^1 R s_0^2$ ;  
 (2) 若  $s_1 \xrightarrow{d}_1 s_1'$  且  $s_1 R s_2$ , 则  $\exists s_2' \in S_2$ , 使  $s_2 \xrightarrow{d}_2 s_2'$  且  $s_1' R s_2'$ ; 反之, 若  $s_2 \xrightarrow{d}_2 s_2'$  且  $s_1 R s_2$ , 则  $\exists s_1' \in S_1$ , 使  $s_1 \xrightarrow{d}_1 s_1'$  且  $s_1' R s_2'$ , 这里  $d \in R^+$ ;  
 (3) 若  $s_1 \xrightarrow{(t, x)}_1 s_1'$  且  $s_1 R s_2$ , 则  $\exists s_2' \in S_2$ , 使  $s_2 \xrightarrow{(t, x)}_2 s_2'$  且  $s_1' R s_2'$ ; 反之, 若  $s_2 \xrightarrow{(t, x)}_2 s_2'$  且  $s_1 R s_2$ , 则  $\exists s_1' \in S_1$ , 使  $s_1 \xrightarrow{(t, x)}_1 s_1'$  且  $s_1' R s_2'$ , 这里  $(t, x) \in T \times \{\alpha, \beta\}$ ;  
 则称  $R$  是  $L_1$  和  $L_2$  之间的时间互模拟关系。

如果两个模型在时间行为上不能相互模拟对方, 则说明任何一方的时间行为不能完全被另一方替代。下面将证明 3 种语义模型不能时间互模拟。值得注意的是, 对任意 TPN, 它的强语义模型(S-TPN)、弱语义模型(W-TPN)以及混合语义模型(M-TPN)都只有一个初始状态。

**定理 3** 对任何 TPN, 其 S-TPN 和 W-TPN 不能时间互模拟。

证明: (1) 假设对某个 TPN, 其 S-TPN 能模拟 W-TPN。由初始状态定义和模拟关系, 有  $s_0^s R s_0^w$ 。令  $d = TB_s(s_0^s)$ 。根据 W-TPN 的连续变迁关系, 有  $s_0^w \xrightarrow{d+1}_w s_1^w$ 。根据模拟关系, 对 S-TPN, 必有  $s_0^s \xrightarrow{d+1}_s s_1^s$ , 于是  $d+1 > TB_s(s_0^s)$ , 这与 S-TPN 的连续变迁关系定义矛盾。

(2) 假设 W-TPN 能模拟 S-TPN。根据初始状态定义和模拟关系, 有  $s_0^w R s_0^s$ 。令  $d = TB_s(s_0^s)$ 。根据 S-TPN 的连续变迁关系, 存在  $s_0^s \xrightarrow{d}_s s_1^s$ 。于是对 W-TPN, 亦有  $s_0^w \xrightarrow{d}_w s_1^w$  且  $s_1^w R s_1^s$ 。此时, S-TPN 必存在变迁  $t \in Fr(s_1^s)$ , 有  $\uparrow f_1(t) = 0$ , 即变迁  $t$  必须强迫实施。于是有  $s_1^w \xrightarrow{(t, \beta)}_w s_2^w$ 。相应地, 对 W-TPN, 也须有  $s_1^w \xrightarrow{(t, \beta)}_w s_2^w$ 。这与 W-TPN 的离散变迁关系定义矛盾。证毕。

**定理 4** 对任何 TPN, 其 M-TPN 和 W-TPN 不能时间互模拟。

证明: (1) 假设对某个 TPN, 其 M-TPN 能模拟 W-TPN。根据初始状态定义和模拟关系, 有  $s_0^m R s_0^w$ 。令  $d = TB_m(s_0^m)$ 。根据 W-TPN 的连续变迁关系, 有  $s_0^w \xrightarrow{d+1}_w s_1^w$ 。根据模拟关系, 对 M-TPN, 必有  $s_0^m \xrightarrow{d+1}_m s_1^m$ , 于是  $d+1 > TB_m(s_0^m)$ , 这与 M-TPN 的连续变迁关系定义矛盾。

(2) 假设 W-TPN 能模拟 M-TPN。根据初始状态定义和模拟关系, 有  $s_0^w R s_0^m$ 。令  $d = TB_m(s_0^m)$ 。根据 M-TPN 的连续

[14] Deng Wan-yu, Chen L. Regularized extreme learning machine [C]//Proc. IEEE Symp. Comput. Intell. Data Mining. 2009;385-389

[15] Man Zhi-hong, Lee K, Wang Dian-hui, et al. Robust single-hidden layer feedforward network-based pattern classifier[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2012, 23(12)

[16] Huang Guang-bin, Wang D H, Lan Y. Extreme learning machines; A survey[J]. Int. J. Mach. Learn. Cybern, 2011, 2(2):

[17] Haykin S. Neural Networks: A Comprehensive Foundation[D]. New Jersey; Prentice Hall, 1999

[18] Man Zhi-hong, Lee K, Wang Dian-hui, et al. An optimal weight learning machine for handwritten digit image recognition [J]. Signal Processing, 2013, 93; 1624-1638

[19] Holland J H. The psychology of vocational choice; A theory of personality types and model environments[M]. 1965

[20] 刘金勇, 郑恩辉, 陆慧娟. 基于聚类和微粒群优化的基因选择方法[J]. 数据采集与处理, 2014, 1(29); 83-89

(上接第 205 页)

变迁关系, 有  $s_0^m \xrightarrow{d} {}_m s_1^m$ , 故对 W-TPN, 有  $s_0^w \xrightarrow{d} {}_w s_1^w$  且  $s_1^m R s_1^w$ 。在 M-TPN 的状态  $s_1^m$ , 必有强制离散变迁关系, 即存在  $t \in Fr(s_1^m)$ , 使  $s_1^m \xrightarrow{(t, \beta)} s_2^m$ 。相应地, 根据模拟关系, 对 W-TPN, 也应有  $s_1^w \xrightarrow{(t, \beta)} {}_w s_2^w$ 。这和 W-TPN 的离散变迁关系定义矛盾。证毕。

**定理 5** 对任何 TPN, 若存在  $s_i^s \in Reach(s_0^s)$ ,  $s_i^m \in Reach(s_0^m)$ , 使  $TB_s(s_i^s) < TB_m(s_i^m)$ , 则其 S-TPN 和 M-TPN 不能时间互模拟。

证明: (1) 假设对某个 TPN, 有  $s_i^s \in Reach(s_0^s)$ ,  $s_i^m \in Reach(s_0^m)$ , 使  $TB_s(s_i^s) < TB_m(s_i^m)$ , 但其 S-TPN 能够模拟 M-TPN。由初始状态定义和模拟关系可知,  $s_0^m R s_0^s$ 。若  $TB_s(s_0^s) = TB_m(s_0^m)$ , 则对任何  $d \leq TB_s(s_0^s)$ ,  $s_0^m \xrightarrow{d} {}_m s_1^m$  蕴涵着  $s_0^s \xrightarrow{d} s_1^s$  和  $s_1^m R s_1^s$ 。用同样的方式, 若对任何  $k \leq i-1$ , 有  $TB_s(s_k^s) = TB_m(s_k^m)$ , 则可得到  $s_k^m R s_k^s$ 。此时在 M-TPN 的状态  $s_k^m$  下, 可实施  $s_k^m \xrightarrow{TB_m(s_k^m)} {}_m s_{k+1}^m$ 。根据模拟关系, 在 S-TPN, 亦有  $s_k^s \xrightarrow{TB_m(s_k^m)} s_{k+1}^s$ 。根据 S-TPN 连续变迁关系的定义, 必有  $TB_m(s_i^m) \leq TB_s(s_i^s)$ , 这与前提矛盾。

(2) 假设对某个 TPN, 存在  $s_i^s \in Reach(s_0^s)$ ,  $s_i^m \in Reach(s_0^m)$ , 使  $TB_s(s_i^s) < TB_m(s_i^m)$ , 但其 M-TPN 能够模拟 S-TPN。根据初始状态定义和模拟关系, 有  $s_0^m R s_0^s$ 。假设对任何  $k \leq i-1$ , 有  $TB_s(s_k^s) = TB_m(s_k^m)$ , 则有  $s_k^s R s_k^m$ 。此时在 S-TPN, 可实施  $s_k^s \xrightarrow{TB_s(s_k^s)} s_{k+1}^s \xrightarrow{(t, \beta)} s_{k+2}^s$ 。相应地, 根据模拟关系, 在 M-TPN, 应该实施  $s_k^m \xrightarrow{TB_s(s_k^s)} {}_m s_{k+1}^m \xrightarrow{(t, \beta)} {}_m s_{k+2}^m$ 。根据 M-TPN 强制离散变迁关系, 必有  $TB_m(s_{k+1}^m) = 0$ , 再根据 M-TPN 连续变迁关系定义, 得  $TB_m(s_i^m) = TB_s(s_i^s)$ , 这与前提条件矛盾。证毕。

**结束语** 本文的主要贡献有: 1) 分析时间 Petri 网现有语义模型存在的调度分析问题, 提出了调度一致性条件和时限性条件; 2) 证明了混合语义模型满足调度一致性条件和时限性条件; 3) 通过比较混合语义模型与强、弱语义模型的时间互模拟关系, 证明了混合语义模型在时间行为上是不可相互替代的。

进一步工作中, 我们将研制混合语义模型的分析工具, 并运用工具建模和分析典型系统的调度问题, 例如柔性制造系统、 workflow 系统等。

### 参 考 文 献

[1] Merlin P, Farber D J. Recoverability of communication proto-

cols; Implication of a theoretical study[J]. IEEE Trans. Commun. , 1976, 24(9); 1036-1043

[2] Berthomieu B, Diaz M. Modeling and Verification of Time Dependent Systems Using Time Petri Nets [J]. IEEE Trans. Softw. Eng. , 1991, 17(3); 259-273

[3] Vicario E. Static Analysis and Dynamic Steering of Time Dependent Systems Using Time Petri Nets[J]. IEEE Trans. Software Eng. , 2001, 27(8); 728-748

[4] Wang J, Xu G, Deng Y. Reachability analysis of real-time systems using time Petri nets[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2000, 30(5): 725-736

[5] Ghezzi C, Mandrioli D, Morasca A. Unified High-Level Petri Net Formalism for Time-Critical Systems[J]. IEEE Trans. Softw. Eng. , 1991, 17(2); 160-172

[6] Felder M, Mandrioli D, Morzenti A. Proving properties of real-time systems through logical specifications and Petri net models [J]. IEEE Trans. Softw. Eng. , 1994, 20(2); 127-141

[7] Bérarda B, Cassez F, Haddad S, et al. The expressive power of time Petri nets[J]. Theor. Comput. Sci. , 2013, 474; 1-20

[8] Xu D, He X, Deng Y. Compositional schedulability analysis of real-time systems using time Petri nets[J]. IEEE Trans. Softw. Eng. , 2002, 28(10); 984-996

[9] Wu N, Chu F, Chu C, et al. Schedulability Analysis of Short-Term Scheduling for Crude Oil Operations in Refinery with Oil Residency Time and Charging-Tank-Switch-Overlap Constraints [J]. IEEE Trans. Autom. Sci. Eng. , 2011, 8(1); 190-204

[10] Qiao Y, Wu N Q, Zhou M C. Real-time scheduling of single-arm cluster tools subject to residency time constraints and bounded activity time variation[J]. IEEE Trans. Autom. Sci. Eng. , 2012, 9(3); 564-577

[11] 潘理, 丁志军, 郭观七. 混合语义时间 Petri 网模型[J]. 软件学报, 2011, 22(6); 1199-1209

[12] Bornot S, Sifakis J, Tripakis S. Modeling urgency in timed systems[C] // Proceedings of International Symposium; Compositionality, LNCS 1536, 1997. Berlin; Springer, 1997; 103-129

[13] Barbuti R, Tesei L. Timed automata with urgent transitions[J]. Acta Informatica, 2004, 40(5); 317-347

[14] Bornot S, Sifakis J. An algebraic framework for urgency[J]. Information and Computation, 2000, 163(1); 172-202

[15] Boyer M, Roux O H. On the Compared Expressiveness of Arc, Place and Transition Time Petri Nets[J]. Fundamenta Informaticae, 2008, 88; 225-249