

一种基于荷控忆阻器的混沌电路

方 颖 徐炳吉

(中国地质大学(北京)信息工程学院 北京 100083)

摘 要 在原有忆阻器的定义上采用一种相对简单的荷控忆阻器模型,其忆阻 M 与电荷 q 的关系可以用一条二次曲线来描述。经仿真分析,其伏安特性曲线是一条类斜“8”字滞后回线,且会随着周期双极性输入信号的频率和振幅的变化而变化,并在一定程度上受到忆阻器本身参数的影响。用此荷控忆阻器代替蔡氏电路中的蔡氏二极管,得到含荷控忆阻器的电路,给出相轨图、Lyapunov 指数与维数来验证其在一定参数配置下处于混沌状态。通过变换系统的初始值,验证了此混沌系统的运动轨迹在初始值微小的变化下会发生很大的差异。Lyapunov 指数谱表明含荷控忆阻器的混沌系统在初始值变化时能够进入超混沌状态。利用劳斯判据判别了排除零特征根的影响下该混沌系统在平衡点处的稳定性。

关键词 忆阻器,混沌,蔡氏电路, Lyapunov 指数, 动力学特性

中图分类号 N941.7 **文献标识码** A

Charge-controlled Memristor-based Chaotic Circuit

FANG Ying XU Bing-ji

(College of Information Engineering, China University of Geosciences, Beijing 100083, China)

Abstract Based on the definition of memristor, a simpler charge-controlled memristor model was used, whose relation between memristance M and charge q can be described by a quadratic nonlinearity curve. The v - i curve exhibits a pinched hysteresis loop like “8” whose shape varies with the frequency and amplitude of the periodic input. Then we got a charge-controlled memristor-based chaotic circuit from Chua’s oscillators by replacing Chua’s diodes with this charge-controlled memristor model which turns out some dynamical characteristics including portrait diagrams, time domain wavetforms, Lyapunov exponent and dimension. Varying initial value, we proved the dynamical track of this chaotic system will make a huge difference when a tiny change happens to initial state. Lyapunov exponent spectrum indicates that this system will become a hyper-chaos system when initial state changes. Furthermor, the stable condition eliminating the influence of zero characteristic root of this chaotic system in equilibrium points is judged by Routh criterion.

Keywords Memristor, Chaos, Chua’s Circuit, Lyapunov exponent, Dynamic characteristic

20 世纪 70 年代蔡少棠提出存在忆阻器的同时,就为之定义了两种类型^[1]:一种称为磁控忆阻器,表达式是 $W(\varphi) = \frac{dq(\varphi)}{d\varphi}$;一种称为荷控忆阻器,表达式是 $M(q) = \frac{d\varphi(q)}{dq}$ 。蔡少棠由忆阻器奇特的 i - v 曲线断定其具有非凡的信号处理能力,这为忆阻器在非传统信号处理领域的应用奠定了基础。虽然有了惠普公司里程碑式的发现^[2],但是忆阻器要在产业界得到普遍推广目前还是不能办到的,因此使包含忆阻器模块的相关电路得到较为成熟的建模和应用还是十分有必要的。文献[3]首次用忆阻器代替蔡氏电路中的蔡氏二极管,获得了一系列含忆阻器的混沌电路,其所代入的磁控或荷控忆阻器模型均为分段模型,但分段模型难以得到物理实现。文献[4]将一种现已获得认可的光滑磁控忆阻器模型代入蔡氏电路得到混沌电路。文献[5]用 3 个元件串联组成最简单的含忆阻器的混沌电路。在蔡少棠与 Kang 对忆阻器的概念进行拓展的基础上^[6],文献[7]用一种压控忆阻器构造了最简的并联混沌

电路。那么,能否用一种相对简单的荷控忆阻器模型建立一般的混沌电路呢?对此,本文采用一种合理的荷控忆阻器模型来分析其基本特征,在此基础上建立了含有荷控忆阻器的混沌电路,并对构成的混沌系统进行基本的动力学分析。

1 荷控忆阻器模型

忆阻器本就表示电流和电压的一种滞后关系,当输入信号是正弦曲线或任何周期双极性波形时,忆阻器的 v - i 曲线会展示出一个形状跟随频率变化的回线。这一奇特的伏安特性曲线对于忆阻器而言,正如同指纹对于人类个体一样,属于本质特征^[8]。 v - i 滞后回线随着周期性输入的振幅和频率的变化而变化。当输入信号的频率变大,回线会收缩,并在频率 ω 趋于无穷时近似为一条直线。文献[9]给出了多项式形式的忆阻器的通用表达式,为了用相对简单的荷控忆阻器模型建立一般的混沌电路,结合定义,这里采用如下荷控忆阻器模型,其中 a 是不为零的参数:

本文受国家自然科学基金(61273200)资助。

方 颖(1991—),女,硕士生,主要研究方向为控制科学与工程, E-mail: fangying91@139.com;徐炳吉(1962—),男,教授,主要研究方向为控制理论。

$$M(q) = aq^2 \quad (1)$$

在给定一个正弦信号 $i = A\sin(2\pi ft + \theta)$ 后, 有:

$$\begin{cases} i = A\sin(2\pi ft + \theta) \\ u = i \cdot M(q) \\ q = \int_0^t i dt \end{cases} \quad (2)$$

取 $a=1, f=100\text{Hz}, A=1$, 仿真得到 $t-i, t-u, i-v$ 曲线, 如图 1 所示。

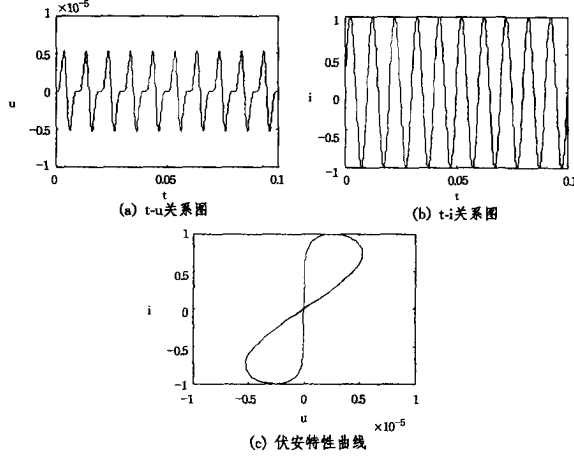


图 1 荷控忆阻器仿真

其中 $i-v$ 曲线是一条明显的类斜“8”字滞后回线。当荷控忆阻器参数 a 在同一方向上减小时, 此荷控忆阻器的 $i-v$ 曲线变得愈加紧缩, 直至 a 取负数时, 得到的类斜“8”字滞后回线与 a 为正数时的滞后回线是反向的。当输入信号的相位在 $0 \sim 2\pi$ 间变化时, 其 $i-v$ 曲线也会发生一定的扭曲。保持其他参数不变, 分别改变输入信号的频率 f 和振幅 A 的大小, 仿真得到一系列 $i-v$ 曲线, 如图 2 所示, 可知此荷控忆阻器模型的伏安特性随着周期双极性输入信号的频率和振幅的变化而有着明显的变化。

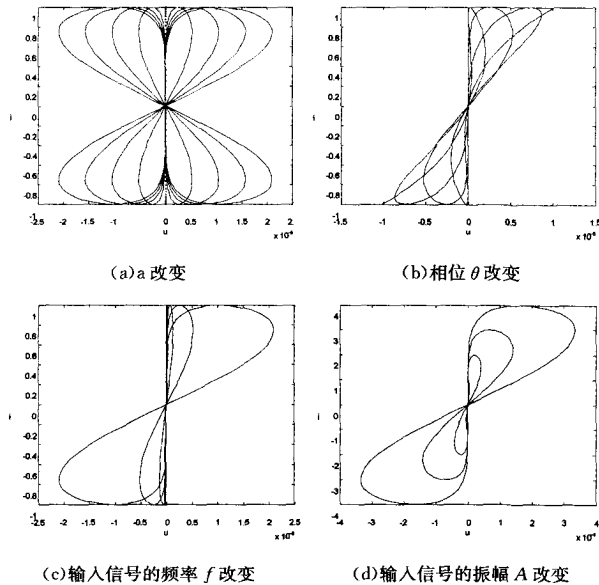


图 2 各参数对荷控忆阻器伏安特性的影响

2 含荷控忆阻器的混沌电路

非线性元素是产生混沌的必要条件。蔡氏电路是一种相对简单的混沌产生电路, 整个蔡氏混沌电路中只有蔡氏二极

管是非线性元件。同样地, 忆阻器也是一种非线性元件。将不同的忆阻器模型代入蔡氏电路获得新的混沌电路, 已经成为一种广受认可的忆阻器混沌电路建模方法。本文沿袭这种方法, 构建出含荷控忆阻器的混沌电路, 如图 3 所示。

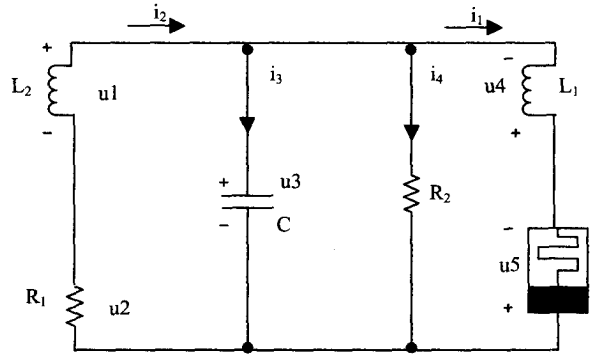


图 3 含荷控忆阻器的混沌电路

在电路中选定电流的参考方向, 由基尔霍夫电流定律、基尔霍夫电压定律可以列出表征此电路的方程组:

$$\begin{cases} i_2 = i_1 + i_3 + i_4 \\ u_2 + u_1 = u_3 \\ u_3 + u_4 + u_5 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

各元件满足:

$$\begin{cases} i_3 = C \frac{du_3}{dt} \\ u_1 = L_2 \frac{di_2}{dt} \\ u_4 = L_1 \frac{di_1}{dt} \\ u_5 = M(q) \cdot i_1 \end{cases} \quad (4)$$

其中,

$$\begin{cases} M(q) = aq^2 \\ q = \int i_1 dt \end{cases} \quad (5)$$

从元件的伏安特性继而得到此电路的微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \frac{-u_3 - M(q)i_1}{L_1} \\ \frac{du_3}{dt} = \frac{i_2 - i_1 - i_4}{C} \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{u_3 - u_2}{L_2} \\ \frac{dq}{dt} = i_1 \end{cases} \quad (6)$$

令 $\dot{x} = i_1, \dot{u}_3 = y, \dot{i}_2 = z, \dot{q} = w$, 取 x, y, z, w 为 4 个状态变量, 再令 $\alpha = \frac{1}{C}, \beta = \frac{1}{L_2}, \gamma = R_1, \xi = \frac{1}{L_1}, n = \frac{1}{R_2}$, 即得到此电路的状态方程组:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\xi y - \xi a w^2 x \\ \dot{y} = -\alpha x - n \alpha y + \alpha z \\ \dot{z} = \beta y + \gamma \beta z \\ \dot{w} = x \end{cases} \quad (7)$$

当参数取:

$$\xi = 10, a = 0.857, \alpha = 1, n = 1, \beta = -14.29, \gamma = -0.007,$$

且初始值设置为 $[0.1, 0, 0, 0]$, 此系统的相轨图如图4所示, 系统生成了单涡卷混沌吸引子。

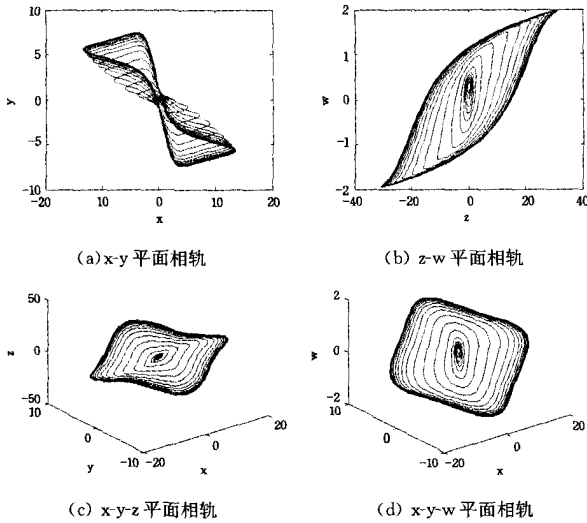


图4 含磁控忆阻器混沌电路的混沌吸引子

计算系统的 Lyapunov 指数为 $LE_1 = 0.0045$, $LE_2 = 0.0005$, $LE_3 = -0.2242$, $LE_4 = -20.4064$, Lyapunov 维数是 2.0223。由此 Lyapunov 指数的正负性和分数维数可知, 此含荷控忆阻器的电路在上述参数设置下处于混沌状态。

3 动力学特性分析

3.1 初始值对系统的影响

混沌区别于其他运动的本质特征是混沌对初始条件的敏感性达到了极端的程度。现分别取两组初始值为 $[0, 0, 0, 0]$ 和 $[0.1, 0, 0, 0]$, 分别得到系统的相轨图, 如图5所示, 与上文中取 $[0.1, 0, 0, 0]$ 为初始值得到的相轨图相比, 有了明显的变化。相应地, 随时间变化的 Lyapunov 指数谱也会有所不同。如图6所示, 当初始值取 $[0, 0, 0, 0]$ 时, 系统在同一时间可以取到一个正的 Lyapunov 指数, 系统处于混沌状态; 当初始值取 $[0.1, 0, 0, 0]$ 时, 系统在同一时间总能取到两个正的 Lyapunov 指数, 说明系统此时已成为一个动力学行为比以前更为复杂的四维连续超混沌系统。所以, 对此混沌系统而言, 即使给出的初始条件之间的差异很小, 运动轨迹也会出现很大的不同, 能够反映混沌理论的蝴蝶效应。

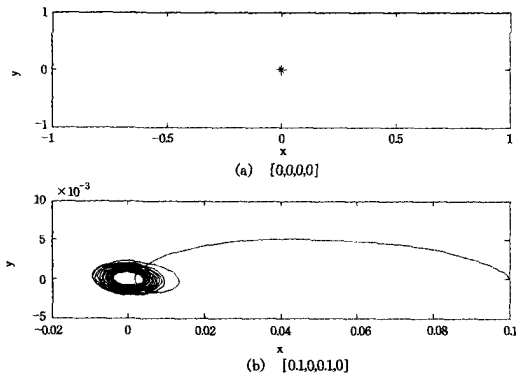


图5 不同初始状态下系统在 $x-y$ 平面的相轨图

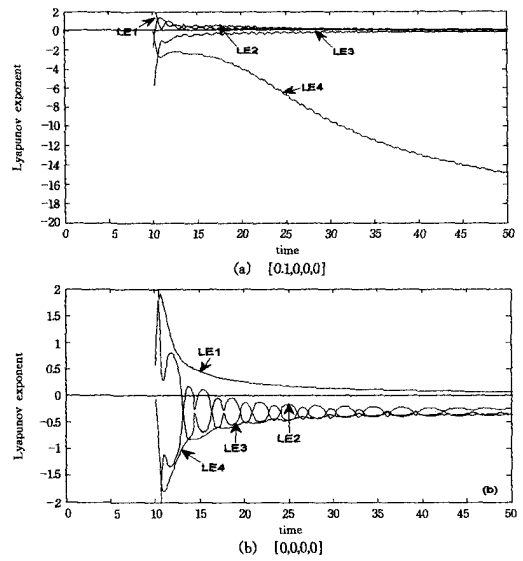


图6 不同初始值下随时间变化的 Lyapunov 指数谱

3.2 系统在平衡点处的稳定性

令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \dot{w} = 0$, 由式(7)得到此系统的平衡点为 $(0, 0, 0, \eta)$, η 可取任意常量。计算系统的 Jacobi 矩阵, 将平衡点代入, 得到在平衡点处系统的 Jacobi 矩阵:

$$\begin{bmatrix} -\xi a w^2 & -\xi & 0 & 0 \\ -\alpha & -n\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & \beta & \gamma\beta & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

当参数取:

$$\xi = 10, a = 0.857, \alpha = 1, n = 1, \beta = -14.29, \gamma = -0.007,$$

继而得到此系统在平衡点处的特征方程式:

$$s^4 + (8.57w^2 + 0.9)s^3 + (7.713w^2 + 4.19)s^2 + (1 - 0.086w^2)s = 0 \quad (8)$$

式(8)由于缺少常数项, 系统是不稳定的。如果排除零特征根对系统稳定性的影响, 则得到:

$$s^3 + (8.57w^2 + 0.9)s^2 + (7.713w^2 + 4.19)s + (1 - 0.086w^2) = 0 \quad (9)$$

将式(9)中的各项系数排成劳斯表:

$$\begin{array}{cccc} s^3 & 1 - 0.086w^2 & 8.57w^2 + 0.9 & 0 \\ s^2 & 7.713w^2 + 4.19 & 1 & 0 \\ s^1 & 66.1w^4 + 42.85w^2 + 3.771 & 0 & 0 \\ s^0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \quad (10)$$

根据劳斯稳定判据, 如果式(10)中第一列的系数均为正值, 即 $-3.41 < w < 3.41$, 则表示式(9)的根都在 s 平面的左半面, 相应地, 此含荷控忆阻器的混沌系统在排除零特征根对系统稳定性的影响后是稳定的; 如果劳斯表中第一列的系数的符号有变化, 即 $w > 3.41$ 或者 $w < -3.41$, 那么表示式(9)在 s 右半平面有 1 个根, 系统是不稳定的。

结束语 本文采用一种可以用一条二次曲线来确定忆阻 M 与电荷 q 的关系的荷控忆阻器, 分析其伏安特性曲线是一条可由忆阻器本身的参数和给定信号的参数确定的类斜“8”字滞后回线。将此荷控忆阻器代入蔡氏电路得到含荷控忆阻器的混沌电路, 对此混沌系统进行的基本动力学特性研究也

能够验证忆阻器混沌电路对初始值的高度依赖性。

参考文献

- [1] Chua L. Memristor-The missing circuit element [J]. IEEE Transactions on Circuit Theory, 1971, 18(5): 507-509
- [2] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, et al. The missing memristor found[J]. NATURE, 2008, 459(7250): 1154
- [3] Itoh M, Chua UA L O. Memristor Oscillators [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2008, 18(11): 3183-3206
- [4] Kyprianidis I M, Volos C K, Stouboulos I N. Chaotic Dynamics from a Nonlinear Circuit based on Memristor with Cubic Nonlinearity[J]. AIP Conference Proceedings, 2010, 1203(1): 626-631
- [5] Muthuswamy B, Chua L O. Simplest Chaotic Circuit[J]. Inter-

national Journal of Bifurcation and Chaos, 2010, 20(5): 1567-1580

- [6] Chua L O, Sung M K. Memristive devices and systems[J]. Proceedings of the IEEE, 1976, 64(2): 209-223
- [7] Xu Bi-rong. A simplest parallel chaotic system of memristor[J]. Acta Phys. Sin, 2013, 62(19): 99-106
- [8] Adhikari S P, Kim H. Why Are Memristor and Memistor Different Devices? [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2012, 59(11): 2611-2618
- [9] Biolkova V, Kolka Z, Bielek Z, et al. Memristor modeling based on its constitutive relation; Advances in Communications, Computers, Systems, Circuits and Devices, 2010[C]// Puerto De La Cruz, SPAIN, 2010

(上接第 431 页)

所示结果。

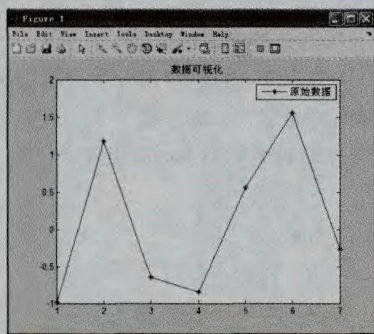


图 6 寻优结果(1)

这就是 20 个数据经过寻优之后的结果:只剩下 7 个最优的数据。如果把数据提升到了 100 个,会生成图 7 所示结果。

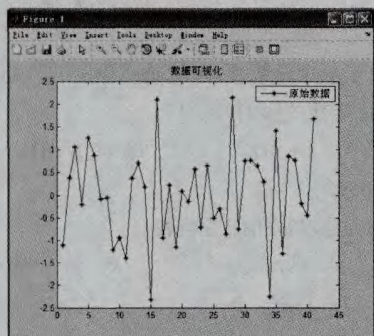


图 7 寻优结果(2)

可以看出,当数据量增大时,寻优下来的数据也会增多,而且该算法处理的结果符合寻优结果。

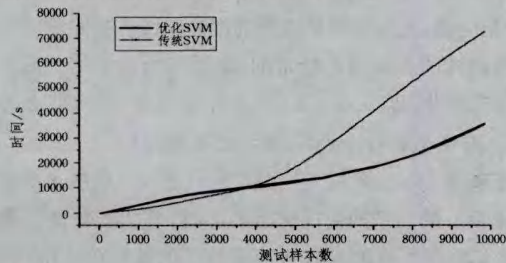


图 8 寻优速率对比图

经过仿真实验,得到图 8 所示的寻优速率对比图。实验

结果表明,测试数量增加的同时,传统 SVM 寻优的时间也会慢慢呈现阶数级递增,而优化之后的 SVM 寻优所需时间的增长幅度则要慢得多。

结束语 在测井岩性识别的应用中,相对于传统支持向量机 SVM 算法来说,经过优化之后的 SVM 方法在保证了处理精度的同时,显著提高了系统处理速率,有效节省了处理时间。

参考文献

- [1] Jatinder N D, Gupta, Sexton R S. Comparing backpropagations with a genetic algorithm for neural network training[J]. Omega, 1999, 27(6): 678-684
- [2] Lian Zeng-zeng, Tan Zhi-xiang, Deng Ka-zhong. Closeness Degree Methods to Identify Logging Lithology in Coalfield Base on Fuzzy Pattern Recognition[J]. Well Logging Technology, 2013 (3)
- [3] Keerthi S S, Shevade S K, Bhattacharyya C, et al. A fast iterative nearest point algorithm for support vector machine classifier design[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2000, 11(1): 124-136
- [4] Shevade S K, Keerthi S S, Bhattacharyya C, et al. Improvements to the SMO algorithm for SVM regression[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2000, 11(5): 1188-1193
- [5] Akyildiz I F, Su W. Wireless sensor networks a survey [J]. Computer Networks Journal, 2002, 38
- [6] Joachims T. Support Vector Machine[M]. 2008
- [7] Christopher, Burges J C. A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition[M]. New York: Springer-verlag, 1998
- [8] Lipkowitz K B, Cundari T R, Wiley. Applications of Support Vector Machines in Chemistry [J]. Reviews in computational Chemistry, 2007, 23: 291-400
- [9] Vapnik V N. The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer Verlag Press, 1995
- [10] Wu Xiao-juan, Zhu Xin-jian, Cao Guang-yi. Modeling a SOFC stack based on GA-RBF neural networks identification[J]. Institute of Fuel Cell, 2007, 167(1): 145-150
- [11] 于代国,孙建孟,王焕增. 测井识别岩性新方法——支持向量机方法[C]//大庆石油地质与开发, 2005(5)