

# 一种基于自适应选择策略的改进型 MOEA/D 算法

耿焕同 丁洋洋 周利发 韩伟民

(南京信息工程大学计算机与软件学院 南京 210044)

**摘 要** 针对 MOEA/D 单纯使用邻域更新作为选择策略而造成的个体解的重复更新、缺乏全局适配性等问题,提出了一种兼及全局替换和局部更新策略的新算法,即基于自适应选择策略的改进型 MOEA/D(MOEA/D-AS)。算法首先设计了一种新的基于最佳二分图匹配的选择策略(KMS),利用子问题和个体解的匹配关系,从全局角度实现精英个体集的最优选择;然后利用种群的进化信息构造一种匹配紊乱判断机制;最后利用紊乱判断机制,在综合分析邻域更新策略和 KMS 各自优势的基础上,使算法自适应地选择最合适的选择策略,以提高鲁棒性和优化效率。选取 LZ09,DTLZ,CEC09 等作为标准测试函数,将改进后的算法 MOEA/D-AS 与经典 MOEA/D 系列算法进行对比实验,并以 Spread 和 IGD 为性能评估指标。实验结果表明新算法具有更好的收敛性和分布性,验证了自适应选择策略能够有效地指导精英解的选择过程。

**关键词** MOEA/D,最佳二分图匹配,紊乱判断,自适应选择策略

**中图法分类号** TP183 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.05.034

## Improved MOEA/D Algorithm Based on Self-adaptive Selection Strategy

GENG Huan-tong DING Yang-yang ZHOU Li-fa HAN Wei-min

(College of Computer & Software, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract** Using simple and efficient neighbouring updating as the main selection strategy, MOEA/D focuses more on local replacement. In this case, it ignores the individual's global fitness and makes algorithm get into local minimum easily. In order to overcome the flaw of MOEA/D in local replacement, an improved MOEA/D which takes the global replacement and local updating into account based on self-adaptive selection strategy(MOEA/D-AS) was proposed. Firstly, a new selection strategy based on perfect matching of bipartite graph(KMS) is applied to select the elite solutions from a global perspective by using matching relationship between sub-problems and individual solutions. Then, using the evolutionary information of the population, a matching disorder judgment mechanism was proposed. At last, on the basis of comprehensive analysis of the advantages of neighbourhood update strategy and KMS, the new algorithm can adaptively choose the most suitable selection strategy by using the disorder judgment mechanism to improve robustness and efficiency. The proposed algorithm was compared with some state-of-the-art versions of MOEA/D on LZ09, DTLZ and CEC09 Benchmarks. The values of Spread and IGD show that MOEA/D-AS has certain advantages than other algorithms in terms of convergence and distribution, and suggest that the self-adaptive selection strategy can effectively guide the selection process of elite solution.

**Keywords** MOEA/D, Perfect matching of bipartite graph, Disorder judgment, Self-adaptive selection strategy

## 1 引言

最优化问题是工程实践和科学研究中的主要问题之一。计算智能领域将由多个优化目标组成,且不同目标之间带有

冲突的问题被称为多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problems, MOPs)<sup>[1]</sup>。多目标进化算法(Multiobjective Evolutionary Algorithms, MOEA)通过对种群执行交叉、变异和选择等操作,使得种群中的个体的适应度不断提高,从而逐

到稿日期:2017-04-09 返修日期:2017-08-09 本文受国家自然科学基金(61403206),江苏省自然科学基金(BK20151458),“青蓝工程”(2016)资助。

耿焕同(1973—),男,教授,博士生导师,CCF高级会员,主要研究方向为气象数据挖掘、计算智能、多目标优化,E-mail:htgeng@nuist.edu.cn;丁洋洋(1992—),男,硕士生,主要研究方向为高维多目标优化;周利发(1992—),男,硕士生,主要研究方向为多目标优化;韩伟民(1992—),男,硕士生,主要研究方向为多目标优化。

步逼近 MOP 的最优解集。MOEA 以其良好的进化效率和较强的通用性逐渐成为了求解 MOPs 的主流算法之一。

随着学者们对 MOPs 研究的深入,在处理高复杂度和高维目标的问题时,由于个体选择压力的缺乏,传统基于 Pareto 支配的优秀进化多目标算法不再有效<sup>[2]</sup>。为解决多目标进化算法求解的可扩展性,Zhang 等<sup>[3]</sup>于 2007 年首次将数学规划中较为成熟的分解策略引入到多目标进化算法的设计中,创造性地提出了基于分解的多目标进化算法——MOEA/D,该算法的主要思想是将多目标问题分解为一组单目标子问题,并同时优化这些目标。随后,学者们主要从 MOEA/D 的理论基础、策略改进等方面进行研究。在理论研究方面,Li 等<sup>[4]</sup>深入分析了 MOEA/D 的复杂度,系统地论证了邻域进化思想的科学性和算法在处理复杂高维目标问题时的优势。在策略改进方面,除了对 MOEA/D 的邻域大小、权重生成方法等方面进行优化<sup>[5-7]</sup>,作为种群进化的重要步骤之一的选择操作,也一直是学者们关注的热点<sup>[8]</sup>。2013 年,郑金华教授<sup>[9]</sup>在分析 MOEA/D 进化规律的基础上,提出了邻域更新策略的随机指派、重复更新的缺陷,首次将 MOEA/D 的选择过程看作个体和子问题的匹配过程;2014 年,Wang 等<sup>[10]</sup>为了平衡算法在不同的进化阶段对于收敛性和分布性呈现的不同要求,提出了通过控制替换邻域的大小,实现精英解的全局替换;同年,Li 等<sup>[11]</sup>提出使用基于稳定匹配的选择策略替换邻域更新策略 STM,优化精英解的选择过程;2015 年,Wang 等<sup>[12]</sup>分析了邻域更新策略的全局搜索缺陷,并提出了基于自适应全局替换策略的 MOEA/D-AGR。

虽然上述研究发展和丰富了 MOEA/D 的求解过程,但通过研究发现,MOEA/D 在选择策略上仍存在一定的缺陷。首先,文献[10-12]中使用的全局替换策略,并未弥补邻域更新策略重复更新且缺乏全局性的缺陷,而且该问题在进化前期尤为明显。其次,文献[10]中的 STM 策略在寻求稳定匹配的过程中,忽略了子问题和个体解的全局最优适配性以及邻域更新策略局部调优的效率,降低了算法在整个进化周期的优化性能。针对以上问题,本文基于 MOEA/D 选择策略的不足,设计了一种新的基于最佳二分图匹配的选择策略(KMS);而后,根据种群的进化能力构造匹配紊乱判断机制,并综合运用匹配紊乱判定机制及 KMS,改进传统 MOEA/D 算法中的精英解局部替换过程,最终形成了基于自适应选择策略的改进型 MOEA/D 算法。

## 2 相关研究与问题的提出

### 2.1 基于分解的多目标进化算法

传统的 MOEA/D 使用聚合函数将 MOPs 划分为  $N$  个标量子问题,  $P = \{p^1, \dots, p^N\}$ , 并同时优化这些子问题。算法按照参考向量间的欧氏距离为每个子问题划分邻域,并将每个子问题的目标值转化为相应的聚合函数值,通过邻域内子问题的相互优化完成协同进化,主要进化过程如下:

Step1 初始化

Step1.1 初始化均匀参考向量  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ , 并划

分邻域,对于  $i=1, \dots, N$ , 设置  $B(i) = \{i_1, \dots, i_T\}$  为第  $i$  个参考向量的邻域。

Step1.2 初始化进化种群  $x = \{x^1, \dots, x^N\}$ , 并计算目标值  $FV^i = F(x^i)$ 。

Step1.3 计算最优值并记为  $z = \{z_1, \dots, z_m\}^T$ , 其中  $m$  为目标维数,  $z_i$  为当前代中  $f_i$  的最优值。

Step2 更新

对于  $i=1, \dots, N$ :

Step2.1 进化。从邻域  $B(i)$  中随机选择两个个体  $x^i$  和  $x^k$ , 差分进化产生新个体  $y$ , 并通过相应的问题约束将其改进为  $y'$ 。

Step2.2 更新最优值  $z$ 。对于  $j=1, \dots, m$ , 若  $z_j > f_j(y')$ , 则  $z_j = f_j(y')$ 。

Step2.3 更新邻域解。对于  $j \in B(i)$ , 若  $y'$  的聚合函数值不大于  $x^j$ , 则  $x^j = y'$ , 并替换相应目标值  $FV^j = F(y')$ 。

Step3 停止迭代

若满足停止条件,则停止迭代并输出最优解,否则继续执行 Step2。

在 MOEA/D 中使用得最广泛的聚合函数主要有切比雪夫方法(Tchebycheff)和基于惩罚的边界交叉方法。本文实验选用切比雪夫方法,其数学描述如式(1)所示:

$$\min g^{te}(x|\lambda, z^*) = \max_{1 \leq i \leq m} \{\lambda_i |f_i(x) - z_i^*|\} \quad (1)$$

### 2.2 MOEA/D 的选择策略

MOEA/D 在每一代进化中都会产生一定数量的新个体,选择过程就是在所有的候选个体解  $S = \{x_1, \dots, x_M\} (M \geq N)$  中,分别为每个子问题分配最合适的个体解,从而选择  $N$  个个体作为下一代进化的父代种群。在 MOEA/D 中,算法为每个子问题分配一个个体,并为每个子问题划分一个邻域。由式(1)可知,邻域内的子问题是其聚合函数值最接近的子问题,邻域内的个体也是彼此之间相互优化的最有用个体,因此以邻域为单位的搜索进化是 MOEA/D 的有效搜索机制之一。

利用邻近子问题最优解的相似性,MOEA/D 使用基于邻域更新的选择策略。聚合函数值能够很好地表示个体的分布性和收敛性,因此 MOEA/D 的选择过程以个体和子问题的聚合函数值为适应度值,算法在优化某子问题的同时,让最新产生的子代与其邻域内的其他个体进行逐一的择优替换,更新掉邻域内的“劣解”。如图 1 所示,在一次邻域更新操作中,利用新个体  $y'$  和邻域内每个子问题的聚合函数值  $g_{(x', \lambda)}^{te}$  分别与邻域内其他个体的  $g_{(x, \lambda)}^{te}$  做比较,并用  $y'$  替换掉较差的个体,图 1 中  $g_{(x', \lambda_5)}^{te} < g_{(x_5, \lambda_5)}^{te}$ , 且  $g_{(x', \lambda_6)}^{te} < g_{(x_6, \lambda_6)}^{te}$ , 说明相比于  $x_5$  和  $x_6$ ,  $y'$  与子问题  $p^5$  和  $p^6$  的组合适应度更高,因此  $y'$  会替换掉  $x_5$  和  $x_6$ 。利用邻域个体进化信息协同优化的局部替换策略的计算复杂度低,且使得 MOEA/D 具有更强的局部深搜索能力。

虽然邻域更新可以保证种群的搜索效率,但从上述的更新过程不难看出,使用局部替换的邻域更新也暴露了很多缺陷。首先,在解的更新替换过程中,会出现在解更新邻域内有

多个解的情况,使得精英解的分布性丧失,从而使种群过早地陷入局部最优;其次,每次解的替换操作都局限于邻域内,造成多个邻域的重复替换,且使部分被替换掉的解在邻域外的适配性被忽略,从而造成选择的不公平性。

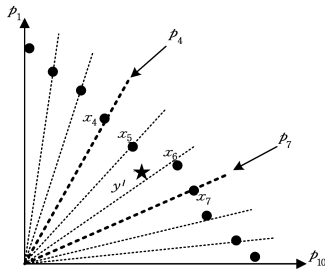


图 1 邻域更新策略示意图

Fig. 1 Schematic diagram of neighbour updating

### 2.3 最佳二分图匹配及 KM 算法

MOEA/D 以个体解和子问题间的聚合函数值为适应度函数,因此其选择操作也可看作是子问题和个体之间的最优匹配过程<sup>[9]</sup>,即图论中的最佳二分图匹配问题。二分图最佳匹配是寻求图中边权值最大(小)的过程,关于最佳二分图匹配的相关定义如下。

**定义 1** 在二分图  $G=(V,E)$  中求出一组边,其顶点分别在两个集合中,且任意两条边都没有相同的顶点,这组边叫作二分图的匹配。

**定义 2** 在二分图  $G=(V,E)$  中,若其所有的顶点都是匹配点,则称该二分图为完备匹配的二分图。

**定义 3** 假设二分图的每条边都有一个权(非负),求解一种最佳匹配方案,使得所有匹配边的权和最大(或最小),将该过程记作最佳二分图匹配。

KM 算法是由 Kuhn 和 Munkres 提出的求解最佳二分图匹配的经典算法<sup>[13]</sup>。该算法为每个顶点分配一个标号(顶标),记为  $l(x_i)$  或  $l(y_j)$ ,基于定理 1,将求解最大权匹配的问题转化为求解完备匹配的问题,并利用匈牙利算法寻找完备匹配。顶标和权重的作用在于限制新边的加入,使得新加入的边总是能为子图添加匹配数,同时又令权重和得到最大的提高。

**定理 1** 设  $G(V,E)$  为二分图,  $G'(V,E')$  为二分图的子图。如果对于  $G'$  中的任何边  $\langle x_i, y_j \rangle$  满足:  $l(x_i) + l(y_j) = w_{i,j}$ , 则称  $G'(V,E')$  为  $G(V,E)$  的等价子图或相等子图,若  $G(V,E)$  的相等子图有完备匹配,则该完备匹配就是二分图  $G(V,E)$  的最佳匹配。

KM 算法的步骤如下:

输入:独立子集  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ ,  $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$ , 顶点  $x_i$  与  $y_j$  之前的边权  $w_{i,j}$ 。

输出:符合最佳匹配的子图  $G'(V,E')$ 。

Step1 初始化。

Step1.1 初始化可行顶标。取子集  $Y$  的可行顶标为  $l(y_j) = 0$ ,  $l(x_i) = \max(w_{i,1}, \dots, w_{i,n})$ , 其中  $i = \{1, \dots, n\}$ 。

Step1.2 初始化已配对点集  $S_x = \emptyset$ ,  $S_y = \emptyset$ , 点集  $Y$  的

松弛变量  $slack = \infty$ 。

Step2 利用匈牙利算法寻找完备匹配,并将已匹配点存放在对应点集  $S_x$  和  $S_y$  中。

Step3 若未找到完备匹配,则

Step3.1  $slack(j) = \min(slack, l(x_i) + l(y_j) - w_{i,j})$ , 其中  $j$  是  $Y$  中未匹配的点集。

Step3.2 计算冲突匹配的最小损失值  $d = \min(slack)$ , 修改可行顶标的值,  $l(x_i) = l(x_i) - d$ ,  $l(y_j) = l(y_j) + d$ , 其中  $i \in S_x, S_y$ 。

Step4 重复 Step2 和 Step3,直至找到相等子图的完备匹配为止,输出  $G'(V,E')$ 。

### 3 基于自适应选择策略的改进型 MOEA/D 算法

针对 MOEA/D 单纯使用邻域更新作为选择策略而造成的重复更新、缺乏全局性等问题,本文设计了基于最佳二分图匹配的选择策略,并构造了一种基于更新能力的匹配紊乱判断机制,在综合分析邻域更新策略和二分图匹配策略各自优势的基础上,使用紊乱判断机制,让算法在不同的进化阶段,能够自适应地选择更有效率的选择策略,最终形成基于自适应选择策略的改进型 MOEA/D,记为 MOEA/D-AS。

#### 3.1 基于最佳二分图匹配的选择策略

若将子问题  $P$  和个体解  $S$  看作两个独立的集合,结合 2.3 节描述的二分图的模型,将  $P$  和  $S$  间的对应结构看作一个二分图  $G$ ,子问题集合  $P$  和个体集合  $S$  相互之间的聚合函数值即为二分图  $G$  中两个阵营个体之间的权值  $w_{ij}$ ,而 MOEA/D 的选择过程就是一个二分图匹配的过程。MOEA/D 的每一次选择过程就是使  $T+1$  个个体与  $T$  个子问题相匹配的过程,从  $T+1$  个个体中剔除一个“非优解”,该选择过程简单易行且时间复杂度低,但其存在严重的局限性,被保留的个体往往无法与邻域外更适配的子问题相匹配,而且被剔除的解在邻域外的有效性也会被忽视,该问题在种群进化幅度较大时(尤其在种群进化前期)尤为显著。

二分图的最佳匹配以权值最小化为目标,尽可能地让代理集合  $P$  和  $S$  中相互最适配的个体进行匹配,同时从全局出发,调和匹配过程中的冲突配对,使配对个体符合整体最优,从而获得全局的最优匹配。基于此,本文使用基于二分图最佳匹配的选择策略,从待选个体集合  $M$  中选择符合最优匹配的  $N$  个个体作为最优解,并将其用于下一代的进化,具体的选择过程如下:

输入:个体集  $S = \{x_1, \dots, x_M\}$ , 子问题集  $P = \{p^1, \dots, p^N\}$ , 权重  $w_{ij}$ 。

输出:最优个体集  $\bar{S}$ 。

Step1 初始化。

Step1.1 初始化子问题集合  $P = \{p^1, \dots, p^N, p^{N+1}, \dots, p^M\}$ , 其中  $p^i = 0 (i > N)$ 。

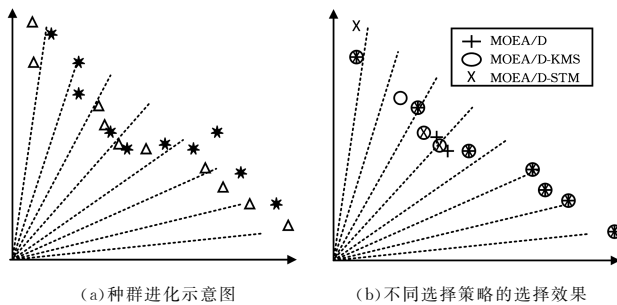
Step1.2 初始化  $\bar{S} = \emptyset$ ,  $w_{ij} = 0$ , 其中  $i, j \leq M$ , 且  $i, j$  为正整数。

Step2 计算权重  $w_{ij} = g^s(x_i | p^j, z^s)$ , 其中  $i \leq M, j \leq N$ 。

Step3 使用 2.3 节中的 KM 算法进行最佳二分图匹配, 以得到匹配子图。

Step4 选取匹配子图中与  $P$  匹配的  $N$  个个体作为  $\bar{S}$ 。

基于最佳二分图匹配的选择策略(KMS), 以个体  $x_i$  和参考向量  $p^j$  间的聚合函数值为权值, 从全局角度出发, 平衡所有个体解和子问题的适配度(权值), 避免了局部替代引起的局部最优问题, 在候选个体集  $S$  中选取满足整体适应度最小的个体集  $\bar{S}$  作为当前代精英个体解集, 从而提高了进化种群的整体质量和进化效率。图 2(a)所示为种群在某次进化后的个体分布, 其种群规模为 10, 星号点代表父代种群, 三角点代表进化产生的新子代种群。如图 2(b)所示, 在 MOEA/D 中使用邻域更新策略, 使用进化产生的新解替换“劣解” $b$ , 最终仅保留了 9 个精英个体解, 然而解  $b$  在子问题上显然更适配且较好地保证了了解的分布性。KMS 在权衡每个个体的全局适配性后, 得到了分布更加均匀且收敛性也较好的种群。实验证明, 不同于 MOEA/D, 使用了稳定匹配策略的 MOEA/D-STM 和使用了 KMS 的 MOEA/D 算法(MOEA/D-KMS)最终选取了分布性最佳的 10 个解, 而 MOEA/D-KMS 在整体适配性能上比 MOEA/D-STM 更优。



(a) 种群进化示意图 (b) 不同选择策略的选择效果

图 2 种群进化和选择示意图

Fig. 2 Schematic diagram of evolution and selection

### 3.2 基于进化能力的匹配紊乱判断机制

在种群进化初期, 由于种群进化的幅度较大, 对个体解和子问题的配对将造成很大的扰乱, 从而导致匹配关系处于紊乱状态。此时, KMS 作为选择策略, 在精英解的全局选择上体现了更优的性能, 从而显著地提升了最优解选择的准确性。但是其计算复杂度较高, 若算法始终使用 KMS, 必将影响其运行效率。种群在进化后期将达到一定的稳定状态, 个体的进化幅度较小, 此时, 进化算法的工作是进行个体解的局部调优, 使解在前沿上分布得更加均匀, 此时时间复杂度更低的邻域更新策略更能体现其局部搜索的优越性。基于两种选择策略各自的优势, 本文构造了一种基于进化能力的紊乱判断机制, 根据种群的进化状态, 自适应地选择合适的选择策略, 使算法能够准确且高效地获取更优质的前沿。

MOEA/D 算法将参考向量距离相近的  $T$  个子问题划分为一个邻域, 因此它会把一个大小为  $N$  的种群划分为  $N$  个邻域进行协同进化, 利用邻域内个体的交叉变异产生新解  $y'$ 。在邻域更新阶段, 若新解  $y'$  明显优于邻域内的  $\mu_i$  个个体, 则新解会更新这  $\mu_i$  个个体, 此时在邻域内会出现  $T$  个子

问题和  $T - \mu_i$  个个体匹配的紊乱状态。因此, 邻域的更新频率  $\mu_i$  较好地反映了邻域的紊乱状态, 当  $\mu_i$  超过邻域紊乱阈值  $\epsilon_m$ , 则认为该邻域处于紊乱匹配状态。而当所有的  $T$  个邻域中发生紊乱的邻域数  $L$  超过种群紊乱阈值  $\epsilon_M$  时, 即种群处于进化紊乱状态时, 使用基于最佳二分图匹配的选择策略能够得到更优越的性能。基于此, 本文使用上述的基于进化能力的双层紊乱判断机制, 具体的执行步骤如下:

输入:  $S = \{x_1, \dots, x_N\}$ ,  $P = \{p^1, \dots, p^N\}$ , 理想点  $z^*$ , 极值点  $z^{nad}$ 。

输出: 紊乱状态  $M_{dis}$ 。

Step1 初始化参数:  $\mu_i = 0, L = 0$ 。

Step2 对于每个邻域  $B(i) = \{i_1, \dots, i_T\}, j \in B(i)$ , 若  $g^{te}(y') \leq g^{te}(x^j)$ , 则  $\mu_i ++$ , 通过式(2)确定邻域  $B(i)$  的紊乱状态  $m_{dis}^i$ 。

Step3 根据式(3)统计整个种群中紊乱邻域的个数  $L$ , 并通过式(4)确定种群的紊乱状态  $M_{dis}$ 。

$$m_{dis}^i = \begin{cases} 0, & \mu_i < \epsilon_m \\ 1, & \mu_i \geq \epsilon_m \end{cases} \quad (2)$$

$$L = \sum_{i=1}^N m_{dis}^i \quad (3)$$

$$M_{dis} = \begin{cases} 0, & L < \epsilon_M \\ 1, & L \geq \epsilon_M \end{cases} \quad (4)$$

### 3.3 MOEA/D-AS 算法的描述

参照 MOEA/D 的进化框架, 结合基于进化能力的匹配紊乱判断机制和 KMS, 给出 MOEA/D-AS 的主要流程, 具体步骤如下:

Step1 初始化。

Step1.1 初始化新个体集  $Q$ 、父代种群  $P_t$  和精英种群  $P_{t+1}$  为  $\emptyset$ ,  $M_{dis} = 0$ , 以及  $N$  个均匀分布的参考向量  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ , 并按照向量间的欧氏距离划分邻域, 选取最近的  $T$  个向量为其邻域向量, 对于  $i = 1, \dots, N$ , 设置  $B(i) = \{i_1, \dots, i_T\}$  为第  $i$  个参考向量的邻域。

Step1.2 随机产生初始进化种群  $x = \{x^1, \dots, x^N\}$ , 并计算其目标值  $FV^i = F(x^i)$ 。

Step1.3 计算最优值  $z = \{z_1, \dots, z_m\}^T$ , 其中  $m$  为目标维数,  $z_i$  为当前代中  $f_i$  的最优值。

Step2 进化操作。

对于  $i = 1, \dots, N$ :

Step2.1 进化。记  $P_t = P_{t+1} = x$ , 从邻域  $B(i)$  中选择两个个体  $x^i$  和  $x^k$ , 对其进行差分进化并生成新解  $y'$ ,  $Q = Q \cup y'$ 。

Step2.2 更新最优值  $z$ 。对于  $j = 1, \dots, m$ , 若  $z_j > f_j(y')$ , 则  $z_j = f_j(y')$ 。

Step2.3 更新邻域解。对于  $j \in B(i)$ , 若  $y'$  的聚合函数值不大于  $x^j$ , 则替换解集  $P_{t+1}$  内的个体  $x^j = y'$  及相应目标值  $FV^j = F(y')$ , 并计算相应的邻域紊乱状态  $m_{dis}^i$ 。

Step3 自适应选择操作。

Step3.1 紊乱判断。按照 3.2 节介绍的判断机制,求出种群的紊乱状态  $M_{dis}$ 。

Step3.2 精英解选择。记  $P_t = Q \cup P_t$ ,若  $M_{dis} = 1$ ,则以  $P_t$  为待选个体集,使用 3.1 节中的 KMS 策略得到精英解集  $P_{t+1} = \bar{S}$ ;否则,利用邻域更新策略的选择结果,得到  $P_{t+1} = P_{t+1}$ ,并计算相应个体解的目标值。

Step4 停止迭代。

若满足停止条件,则停止迭代;否则,继续执行 Step2 和 Step3。

由文献[3]可知,MOEA/D 的时间复杂度为  $O(mNT)$ ,而 MOEA/D-AS 是在 MOEA/D 进化框架下使用紊乱判断机制对选择策略进行的改进,若算法使用 KMS,则其复杂度为  $O(N^3)$ ,而在算法实际运行中,MOEA/D-AS 仅在算法运行初期以及某些进化突变时才会自适应地选用 KMS,以提高种群的进化效率。在更多的情况下,算法仍使用简单且有效的邻域更新策略。因此,复杂度较高的 KMS 不会对算法的整体效率造成太大的影响。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 测试问题与对比算法

为验证文中提出的基于自适应选择策略的改进型 MOEA/D 的有效性,选取 CEC09 测试集中的 UF1 函数、UF3 函数、UF6 函数、UF7 函数<sup>[14]</sup>,文献[15]中提到的 LZ09F3 函数、LZ09F9 函数,WFG 系列测试函数中的 WFG2<sup>[16]</sup>函数,以及高维测试集 DTLZ 中的 DTLZ6 函数作为测试函数<sup>[17]</sup>。同时,为了验证 MOEA/D-AS 的改进效果,本文选取标准的 MOEA/D<sup>[3]</sup>、经典改进算法 MOEA/D-DRA<sup>[18]</sup>,以及同类型的最新算法 MOEA/D-STM<sup>[11]</sup>作为对比算法。

为保证各算法的对比公平性,本实验中的所有进化算法的交叉率为 0.9,变异率为  $1/n$ ( $n$  为决策变量维数),邻域规模为 20。同时,考虑到不同目标维数对分布性的要求,为验证对比优化的效果,本实验将所有 2 目标测试问题的种群规模均设置为 100,将最高评价次数设置为 100000;将 3 目标测

试问题的种群规模设置为 300,将最高评价次数设置为 300000。此外,将本文提出的 MOEA/D-AS 中的邻域紊乱阈值  $\epsilon_m$  和种群紊乱阈值  $\epsilon_M$  都设为  $N/T$ 。

### 4.2 性能指标

为评估算法获得解集的收敛性和多样性,本次实验采用广泛用于多目标进化算法评估的多样性  $Spread$ 、反转世代距离  $IGD$  作为性能评估指标<sup>[19-20]</sup>。

1)多样性  $Spread$  性能指标。通过计算最优解集中每个点与其相邻点的距离  $d_i$ 、平均距离  $\bar{d}$  以及边缘点与真实前沿边缘的距离  $d_f$  和  $d_l$ ,来衡量获得最优解集的分布情况,其定义如式(5)所示,其中  $n$  表示  $PF$  的规模,解集的分布越均匀,  $\sum_{i=1}^{N-1} |d_i - \bar{d}|$  越接近 0;解集分布越广,  $d_f$  和  $d_l$  越接近 0,因此  $Spread$  值越小说明算法获得解的分布性越好。

$$Spread = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{N-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (N-1)\bar{d}} \quad (5)$$

2)IGD 性能指标。计算一组真实 Pareto 最优前沿  $PF^*$  中每个点到算法获得的解集  $PF$  之间的最近距离的平均值。其定义如式(6)所示,其中  $N^*$  是  $PF^*$  的规模,  $d_i$  是第  $i$  个真实前沿点到  $PF$  的最近欧氏距离。该指标值越低,表明算法获得的近似 Pareto 前端的收敛性和多样性越好,越接近真实 Pareto 前沿。

$$IGD = \frac{\sum_{i=1}^{N^*} d_i}{N^*} \quad (6)$$

### 4.3 实验结果与分析

表 1 列出了 3 种经典算法和本文提出的 MOEA/D-AS 在分别独立运行 30 次后各种指标的平均值。为了说明实验结果的有效性和实验对比结果的优劣性,本文使用 Wilcoxon's Sign Rank Test 方法对各算法的实验数据进行显著性分析。图 3 是对比算法性能指标值统计的盒图集合,图 4 是对比算法的性能指标值的趋势图集,图 3 和图 4 的横坐标都是评价次数。

表 1 性能指标  $Spread$  和  $IGD$  的平均值统计表  
Table 1 Statistic results of  $Spread$  and  $IGD$  metric values

性能指标	测试函数	算法			
		MOEA/D-AS	MOEA/D	MOEA/D-DRA	MOEA/D-STM
$Spread$	UF1	7.033E-02	8.137E-02	9.120E-02	8.765E-02
	UF3	8.513E-01	8.769E-01	8.908E-01	8.709E-01
	UF6	1.038E+00	1.071E+00	1.054E+00	1.044E+00
	UF7	5.755E-01	7.138E-01	7.043E-01	6.243E-01
	LZ09F3	5.917E-01	6.389E-01	6.949E-01	6.126E-01
	LZ09F9	5.635E-01	6.214E-01	6.360E-01	6.075E-01
	WFG2	9.736E-01	9.747E-01	9.747E-01	9.744E-01
	DTLZ6	7.860E-01	7.863E-01	7.863E-01	7.864E-01
$IGD$	UF1	7.033E-02	8.137E-02	9.120E-02	8.765E-02
	UF3	8.522E-02	9.199E-02	9.373E-02	8.841E-02
	UF6	4.970E-01	5.481E-01	5.197E-01	5.200E-01
	UF7	1.494E-01	2.704E-01	2.618E-01	1.872E-01
	LZ09F3	5.018E-02	6.327E-02	5.585E-02	5.033E-02
	LZ09F9	2.531E-02	3.165E-02	7.541E-02	4.333E-02
	WFG2	3.794E-02	4.077E-02	4.083E-02	4.083E-02
	DTLZ6	2.928E-03	2.929E-03	2.928E-03	2.929E-03

由表 1 和图 3(a)—图 3(h)可以看出,在 *Spread* 值方面, MOEA/D-AS 较其他几种算法有着不错的优势,特别在图 3(d)—图 3(f)和图 3(h)所示的盒图中, *Spread* 指标值的统计结果的优势更加明显。而在处理难度较大的无约束的 CEC09 测试集(UF1, UF3, UF6, UF7)时(见图 3(a)—图 3(d)),使用匹配策略的 MOEA/D-AS 和 MOEA/D-STM 在均值和中位数等方面明显优于其他两种算法,结果表明,将精英解的选择操作看作个体解与子问题的匹配问题,是行之有效且效果显著的。同时,使用的最佳二分图匹配的 MOEA/D-

AS 的中位数不差于 MOEA/D-STM,且其指标均值全面优于 MOEA/D-STM,由此可以看出,通过 MOEA/D-AS 得到的解有更好的分布性和稳定性。而在 *IGD* 值方面,除了 DTLZ6 的 *IGD* 均值与 MOEA/D-DRA 持平外,MOEA/D-AS 均优于其他算法,且在盒图体现的 *IGD* 中位数方面,MOEA/D-AS 也都不弱于其他 3 种算法,反而在图 3(m)和图 3(n)中 MOEA/D-AS 体现了明显的优势。结果表明,对比其他 3 种算法,MOEA/D-AS 在保证最佳分布性的同时,还具有很好的收敛性。

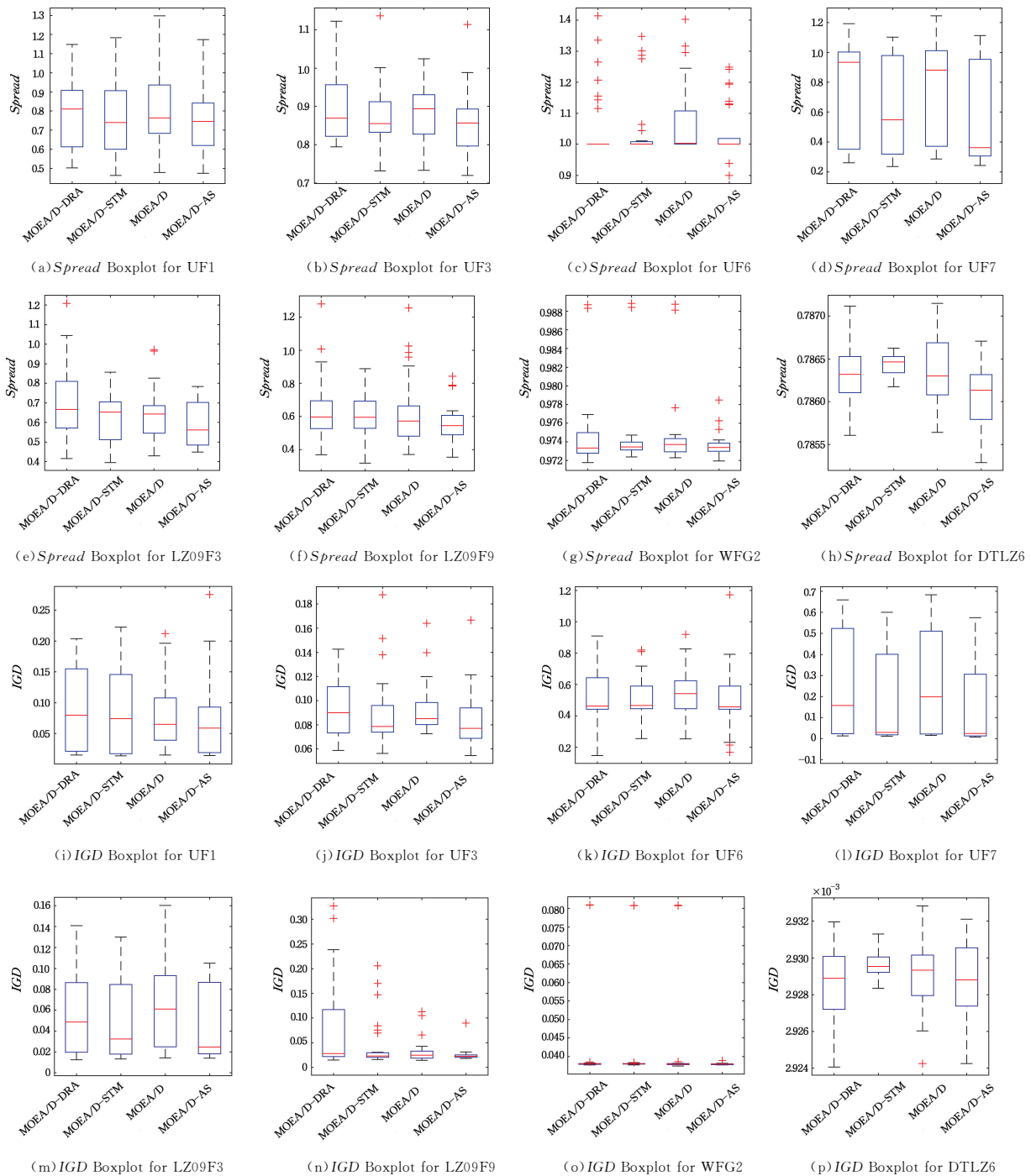


图 3 各算法在不同测试函数上的性能指标盒图集合

Fig. 3 Box plots of *Spread* and *IGD* metric values obtained by MOEA/D-DRA, MOEA/D-STM, MOEA/D and MOEA/D-AS

图 4 为各算法的指标值随着评价次数变化的曲线图,由

图 4(a)和图 4(b)可以看出,在进化前期,MOEA/D-AS 在保

证 IGD 值相对较小的同时,其 *Spread* 值下降得最快,达到最小值。其原因在于使用了 KMS 的 MOEA/D-AS 在种群进化初期,在保证收敛性的同时,最快地获得了分布更均匀的精英

解,避免了算法陷入局部最优,并在进化后期很好地平衡了收敛性和分布性,得到了更优质的解,这种进化特性在图 4(g)、图 4(h)、图 4(m)、图 4(n)中也得到了很好的体现。

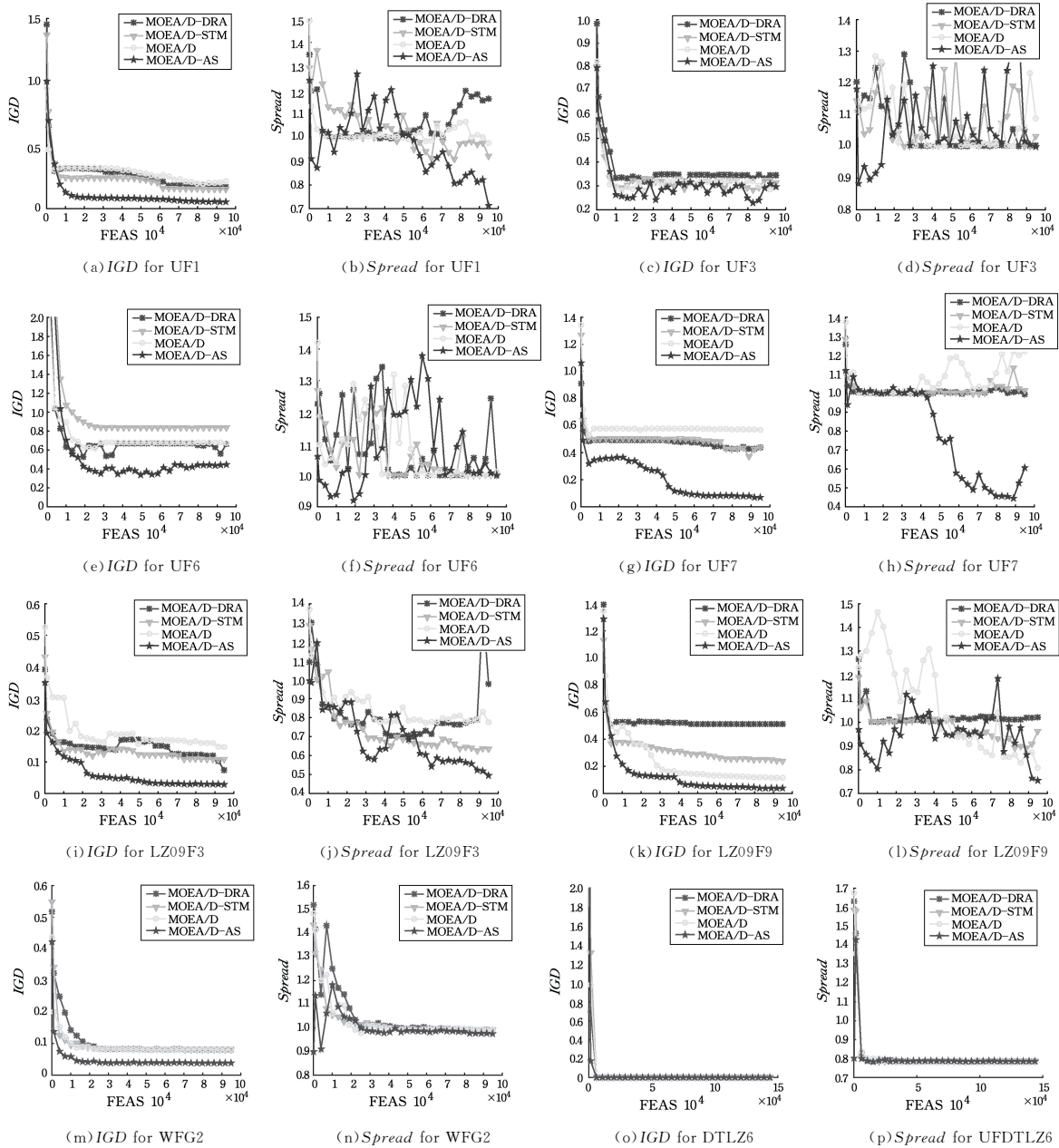


图 4 各算法在不同测试函数上的指标值趋势图

Fig. 4 Trend of median of *Spread* and *IGD* metric values for each test instance

此外,本文选择了目前研究得较为广泛的各类测试问题进行实验数据的对比分析(包括 *PF* 为凹(如 UF1, UF3, LZ09F3)、凸(如 LZ09F9)、分段(如 WFG2, UF6)的问题,以及高维问题(如 DTLZ6)),实验结果显示,MOEA/D-STM 在处理高维问题时处于劣势状态,MOEA/D 在处理分段前沿问题时存在分布性较差的缺点,而本文提出的算法在处理以上问题时都取得了相对不错的解,这说明 MOEA/D-AS 具有较好的鲁棒性。

综上,本文提出的 MOEA/D-AS 在算法的收敛性、分布性以及在处理不同问题的鲁棒性上明显优于其他几种算法。

**结束语** 为了避免 MOEA/D 在选择策略上的缺陷,本文通过分析子问题和个体解的匹配关系,提出了基于最佳二

分图匹配的选择策略,使算法在综合考虑个体解的全局适应性的基础上,选择出了整体性能更优的个体集。与此同时,本文又提出了基于进化能力的匹配紊乱判断机制,在综合考虑邻域更新策略和 KMS 的优势的基础上,使算法在进化过程中自适应地使用邻域更新策略和最佳二分图匹配策略,以最大限度地发挥每种策略的优势,最终形成了基于自适应选择策略的改进型 MOEA/D。实验结果表明,所提出的算法体现了更优的分布性和收敛性。未来将进一步对选择策略进行研究和扩展,并在深入分析各自性能的基础上,进一步拓宽选择策略的自适应选择。