

一种基于各向异性扩散方程的自适应去噪方法

赵川¹ 马希荣¹ 马岭² 张桐¹

(天津师范大学计算机与信息工程学院 天津 300387)¹ (北京首都国际机场股份有限公司 北京 100621)²

摘要 提出了一种基于各向异性扩散方程的图像自适应去噪方法。分析了各向异性扩散方程在图像除噪中的实现原理,将一种改进的图像结构相似度算法与各向异性扩散方程相结合,实现了对图像的自适应滤波。实验结果表明,改进的结构相似度算法在自适应滤波的应用中有一定的优越性和较好的鲁棒性。

关键词 各向异性扩散,结构相似度,图像去噪

中图法分类号 TP39 **文献标识码** A

Adaptive Denoising Method Based on Anisotropic Diffusion Equation

ZHAO Chuan¹ MA Xi-rong¹ MA Ling² ZHANG Tong¹

(College of Computer and Information Engineering, Tianjin Normal University, Tianjin 300387, China)¹

(Beijing Capital International Airport Company Limited, Beijing 100621, China)²

Abstract An adaptive filtering method based on the anisotropic diffusion equation was proposed. The denoising principle of the anisotropic diffusion equation was studied. Adaptive filtering of image was realized by combining the improved image structural similarity algorithm and the anisotropic diffusion equation. Experiment results show that the improved structural similarity algorithm has good robustness and advantages in the application of adaptive filtering.

Keywords Anisotropic diffusion, Structural similarity, Image denoising

1 引言

近年来利用偏微分方程研究图像处理领域的相关问题受到了越来越多的关注,各向异性扩散方程在图像去噪、分割、图像匹配等方面有着广泛的应用^[1]。Perona 和 Malik 在 1990 年提出了可以保持图像边缘特征各向异性扩散方法^[2],这是偏微分方程在图像滤波领域由各向同性扩散到各向异性扩散的过程。他们提出用具有方向性(各向异性)的扩散方程来代替高斯平滑滤波器。偏微分方程是从运动的观点来处理图像的,对于各向同性偏微分方程,其解可以表示为高斯函数与图像的卷积^[3];对于各向异性方程,在离散化情形下,可以转化为线性迭代方程。因此,从数学角度来讲,对图像的偏微分方程的处理方法实际上是一种迭代过程,迭代的收敛性和唯一性极大地影响图像处理效果,特别地,迭代的次数影响图像的去噪质量。

目前人们通常通过人眼观察来主观地判断图像的去噪效果,以此来控制迭代的次数。在实际应用中,这种判断往往费时且精度不高。针对此问题,本文提出一种改进的图像质量评价方法,在借鉴各向异性偏微分方程去噪的基础上,通过比较和评价相邻处理图像的质量控制离散方程的迭代次数,给出了一种自适应的去噪方法。

2 相关基本模型与方法

2.1 各向异性扩散模型及其去噪原理

用 $u_0:R^2 \rightarrow R$ 表示一幅灰度图像,灰度值为 $u_0(x, y), R^2$

表示平面图像空间。引入时间因子,Perona 和 Malik 提出的各向异性扩散方程模型如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(c(|\nabla u|^2)\nabla u) \\ u_0(x, y) = u(x, y; 0) \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中, $u(x, y, t):R^2 \times [0, \tau] \rightarrow R$ 为变化过程中的图像, $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ 为绝热条件,保证扩散仅在图像边界内进行, $c(\cdot) > 0$ 是非增函数,与图像梯度成反比,Perona 和 Malik 在其模型中给出了 $c(\cdot)$ 的两种形式: $c(s) = e^{-(s/k)^2}$ 和 $c(s) = \frac{1}{1+(s/k)^2}$ 。由 $c(\cdot)$ 的性质可得,方程(1)中图像梯度较大的地方扩散较小,在图像梯度较小的地方扩散较大,这样就可以在除噪的同时在一定程度上保护边界。

这是一个以 u_0 为初始条件的发展方程,方程的解 $u(x, y, t)$ 给出了迭代 t 次时的图像,在得到满意的图像时停止迭代,这就是各向异性扩散方程表达的图像处理过程。

2.2 图像质量评价方法

传统的客观质量评价标准主要有均方误差(MSE)和峰值信噪比(PSNR)等。MSE 和 PSNR 都是一种统计误差,它们能从整体上反映原始图像与失真图像的差别,其评价结果往往与人的主观感受不一致^[4]。另外,图像整体亮度的微弱变化在视觉上并不明显,而且对图像质量的评价的影响也不大。因为在图像质量的评价中,我们更多关注的是图像的细节

本文受天津师范大学实验室改革研究基金资助。

赵川(1986-),男,硕士,助理实验师,主要研究方向为图像视频处理、编码, E-mail: chzhao@live.cn; 马希荣(1962-),女,博士,教授,主要研究方向为情感计算、模式识别; 马岭(1985-),男,硕士,工程师,主要研究方向为图像视频处理; 张桐女,主要研究方向为图像视频处理。

节结构信息。本文中,我们选用更能反映图像结构信息的结构相似度作为图像的质量评价标准。

结构相似度(SSIM)是由 Zhou Wang^[5,6]等人提出的一种自上而下的客观评价方法。与传统的评价方法相比,SSIM具有很好的性能并且与人眼视觉特性比较吻合。SSIM模拟人类视觉系统的功能,它比较的是两幅图像的相似度,而不是差值,获得图像的相似结构映像,从而得到客观预测质量分。SSIM将图像分成亮度、对比度和结构,分别进行比较,然后加权乘积获得结构相似值。

设 x, y 表示待比较的两幅图像,SSIM 模型定义为:

$$SSIM(x, y) = [l(x, y)]^\alpha [c(x, y)]^\beta [s(x, y)]^\gamma \quad (2)$$

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1}$$

$$c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2}$$

$$s(x, y) = \frac{\sigma_{xy} + C_3}{\sigma_x\sigma_y + C_3}$$

其中, x, y 代表原始图像与失真图像; $l(x, y), c(x, y), s(x, y)$ 分别为 x 和 y 的亮度函数、对比度函数和结构度函数; μ_x 与 μ_y, σ_x 与 σ_y, σ_{xy} 分别为 x 和 y 的亮度均值,方差和协方差; C_1, C_2, C_3 是为了避免分母为零而设置的常数; α, β, γ 为 3 部分的权重。

一般取 $\alpha = \beta = \gamma = 1, C_3 = C_2/2$ 。SSIM 的具体质量评估函数如下:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (3)$$

3 自适应去噪原理及算法的改进

3.1 各向异性扩散模型的改进

本文对各向异性扩散方程做如下的改进:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = c(|G_\sigma * \nabla u|) \text{div}(c(|\nabla u|^2) \nabla u) \\ u_0(x, y) = u(x, y; 0) \end{cases} \quad (4)$$

其中, $c(\cdot)$ 的形式不变, G_σ 是高斯核函数, $G_\sigma(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma}}$ 。对原有模型的改进主要基于以下两点考虑:(1) $c(|G_\sigma * \nabla u|)$ 项用来增强图像的边缘,控制扩散速度。对梯度较小或对对比度低的内部区域不再区分,加强了原模型的各向异性扩散作用。(2)形式上比较简单,对比原模型只增加了 $c(|G_\sigma * \nabla u|)$ 项,实际中易于编程实现,操作简单。

3.2 自适应去噪的实现

本文提出的自适应思想是用结构相似度(SSIM)评价各向异性扩散模型迭代过程中图像的去噪质量,当得到满意的去噪效果的图像时停止迭代,以此作为去噪的最终结果。

对含有不同噪声的图像用各项异性扩散方程模型进行滤波,由于图像噪声的类型和大小的不同,因此达到最佳的去噪效果时所需的迭代次数也是不同的。经过对大量的实验结果统计发现,每一次迭代后与迭代前图像之间的 SSIM 值随着迭代次数的增加而逐渐趋近于 1,且相邻两个 SSIM 值之间的差值也越来越小。对一幅图像加入不同类型的噪声,对其进行 20 次迭代,迭代次数与相邻两幅图像之间的 SSIM 值的关系如图 1 所示。

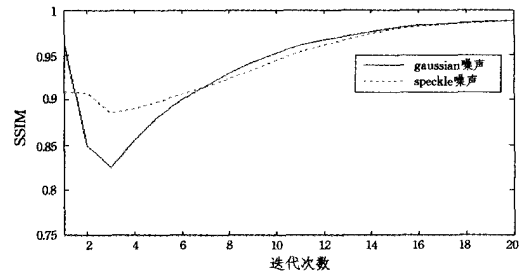


图 1 不同噪声下迭代次数与 SSIM 的关系曲线

观察 SSIM 值的变化趋势,随着迭代次数的增加,SSIM 在某一点开始以比较平缓的方式趋向于 1,即相邻两幅图像之间的差别已经越来越小,可以认为此时已得到基本满意的去噪效果。由于噪声的类型、大小不同,所需的最佳迭代次数会有差别。每一次迭代结束时,计算变化曲线的斜率,当该点斜率小于所设阈值时,停止迭代。需要指出的是,并非迭代次数越多,除噪效果越好。一方面各项异性扩散方程模型虽然能较好地保护图像的边缘和细节部分,但随着迭代次数的增加,在图像内部仍然会有一些的模糊效应。另一方面,迭代次数的增加会加大计算量,使运算时间变长。因此,找出最佳的迭代次数是自适应滤波器的关键。

3.3 自适应滤波中结构相似度算法的改进

SSIM 算法简单,评价性能较好,但是,SSIM 算法不能较好地评价模糊严重的图像的质量。图像的结构信息可以解释为图像中能量足够大的中高频成分^[7],人眼对图像的高频成分(如边界、边缘)非常敏感,而梯度可以很好地反映出图像中微小的细节和纹理特征变化。杨春玲^[8]等人提出一种基于梯度的结构相似度图像质量评价方法,梯度的计算采用 sobel 算子,但 sobel 算子对像素位置的影响作了加权,因此其具有平滑滤波的功能,这会加强各向异性扩散模型的去噪作用。此处我们只希望计算图像的梯度,平滑去噪会导致我们无法准确判断图像质量的提高是由各向异性扩散模型还是 sobel 算子作用的结果。可见,在计算图像的梯度时, sobel 算子并不适用于本文提出的自适应滤波思想。为突出迭代次数相邻的两幅图像之间结构的差别,我们利用 robert 算子对图像进行梯度运算,用两幅图像的梯度图的相关性代替 SSIM 算法中结构的比较,梯度图结构比较函数由 $s'(x, y)$ 给出:

$$s'(x, y) = \frac{\sigma'_{xy} + C_3}{\sigma'_x \sigma'_y + C_3} \quad (5)$$

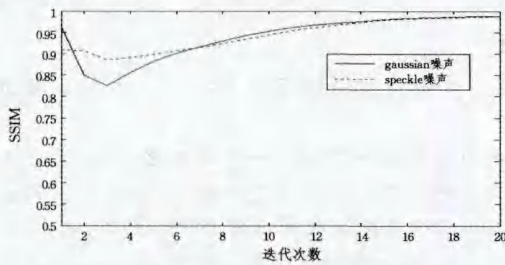
其中, $\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_{xy}$ 分别为图像 x, y 梯度图的标准差和协方差。把式(2)中的 $s(x, y)$ 用 $s'(x, y)$ 代替,常数部分不变,得到改进的结构相似度函数 $SSIM'(x, y)$:

$$SSIM'(x, y) = [l(x, y)]^\alpha [c(x, y)]^\beta [s'(x, y)]^\gamma \quad (6)$$

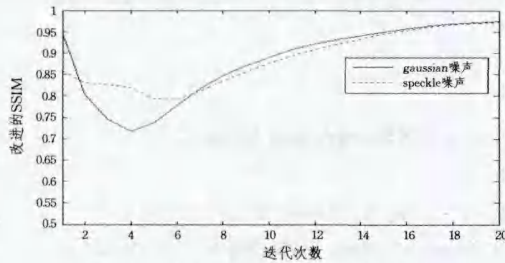
图 2(a)、(b)分别给出了相邻迭代次数图像的 SSIM 与 $SSIM'$ 随迭代次数的变化关系。从图中可以看出,本文提出的改进的结构相似度随迭代次数的变化曲线起伏明显,便于通过斜率的变化确定最佳的迭代次数,这是由于改进的算法突出了图像结构之间的差异,降低了亮度变化的影响。

在图 2(b)中,对于一幅含有噪声的图像,刚开始迭代时能够去掉较多的噪声,迭代次数相邻的两幅图像之间差别较大,故 $SSIM'$ 比较小。当迭代到一定程度的时候,图像包含的噪声大部分已被消除,迭代次数相邻的两幅图像之间的差别比较小,故 $SSIM'$ 开始增大。在实际的编程实现中,为防

止程序无限循环,可以设一个较小的阈值,当某点斜率小于该阈值时,程序停止迭代,本文实验中的阈值设为 0.0019。实际应用中,一般情况下的噪声可按此阈值进行去噪,对于噪声比较大的极端情况,可做适当的调整。



(a)不同噪声下迭代次数与 SSIM 的关系曲线



(b)不同噪声下迭代次数与 SSIM' 的关系曲线

图 2 SSIM 与 SSIM' 在不同噪声下随迭代次数变化的曲线

4 实验结果与讨论

在 MATLAB 下,对图像 cameraman 加入不同类型的噪声,用本文提出的自适应算法进行滤波得到的结果如图 3、图 4 所示。



图 3 Gaussian 噪声去噪效果,迭代次数 14



图 4 Speckle 噪声去噪效果,迭代次数 8

由实验结果可以看出:(1)用本文提出的自适应除噪方

法,评估每一次迭代结束后的图像质量,能够选出与人眼视觉特性相吻合的结果,能较好地保护图像的边缘和细节部分。(2)该算法对不同类型噪声的鲁棒性较好,实验中对含 Gauss 和 Speckle 类型的噪声的图像进行滤波,取得了较好的结果。

在自适应去噪过程的图像评价方法中并不涉及原始的标准图像,为了验证上述的实验结果,我们利用文献[4,5]中提出的结构相似度,使用标准图像评价去噪效果,表 1 给出了不同迭代次数的图像与标准图像之间的 SSIM 值。第一行为迭代次数,第一列为噪声类型。

表 1 标准图像与去噪结果之间的 SSIM 值

| | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Gaussian | 0.2775 | 0.2993 | 0.3371 | 0.3650 | 0.3838 |
| Speckle | 0.3821 | 0.3974 | 0.4106 | 0.4148 | 0.4154 |
| | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| Gaussian | 0.4014 | 0.4035 | 0.4026 | 0.3994 | 0.3945 |
| Speckle | 0.4112 | 0.4077 | 0.4036 | 0.3990 | 0.3939 |

从表中可以看出,迭代次数较少的图像,由于仍含有较多噪声,因此 SSIM 值比较小。随着迭代次数的增加,噪声开始降低,含噪图像和标准图像的相似度越来越接近,SSIM 值变大。当达到最佳的去噪效果时,SSIM 值也达到了最大值,如果继续处理,图像由于变模糊而使得 SSIM 值减小。该表中的数据变化与图 3 和图 4 的实验结果基本一致。一般误差在 1 次以内,但对结果影响不大。

结束语 利用各向异性扩散方程模型对图像除噪的优点在去噪的同时能够较好保护地图像的边缘和细节部分,但不能实现自适应。本文提出一种用改进的结构相似度与各向异性扩散方程模型相结合的算法,实现了在各向异性扩散方程模型基础上的自适应图像去噪。

参考文献

- [1] Chan T F, Shen J. Image Processing and Analysis: Variational, PDE, Wavelet, and Stochastic Methods[M]. SIAM, 2005
- [2] Perona P, Malik J. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629
- [3] Sapiro G. Geometric partial differential equations in image analysis: past, present, and future[J]. International Conference on Image Processing, 1995, 3: 1
- [4] Mannos J L, Sakrison D J. The effects of a visual fidelity criterion on the encoding of images[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1974, 20(4): 525
- [5] Wang Zhou, Bovik A C. A universal image quality index[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9: 81
- [6] Wang Zhou, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600
- [7] 叶盛楠, 苏开那, 肖创柏, 等. 基于结构信息提取的图像质量评价[J]. 电子学报, 2008, 36(5): 856
- [8] 杨春玲, 旷开智, 陈冠豪, 等. 基于梯度的结构相似度的图像质量评价方法[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2006, 34(9): 22