

一类新的基于一维 renyi 熵的图像分割迭代算法

冉清华 龚 劬 王 珂

(重庆大学数学与统计学院 重庆 401331)

摘要 针对一维 renyi 熵算法的局限性,利用一维 renyi 熵算法的阈值,提出了一个新的迭代算法。其不断地寻找分割原始图像的子区域,当相邻两次迭代计算出的阈值之差小于一个预设常数时就停止迭代,并且把最后一次迭代得到的阈值作为最终分割阈值。文中不但给出了直观的分割结果,而且运用均匀性测度这一图像分割评价指标给出了分割效果的量化结果。实验表明,所提出的方法不但从直观上达到了较理想的分割效果,而且在整个迭代过程中计算出的均匀性测度呈单调递增的趋势。同时,实验验证了该算法对参数 α 的不敏感性。

关键词 图像分割, renyi 熵, 迭代, 均匀性测度

中图分类号 TP751.1 文献标识码 A

A New Class of Image Segmentation Iterative Algorithm Based on One-dimensional Renyi Entropy

RAN Qing-hua GONG Qu WANG Ke

(School of Mathematics and Statistics, Chongqing University, Chongqing 401331, China)

Abstract Aiming at the limitation of one-dimensional renyi entropy algorithm, the paper proposed a new iterative method in image segmentation based on one-dimensional renyi's threshold. The method iteratively searches for sub regions of the image for segmentation for processing to get the final segmentation threshold. The process stops when the renyi's thresholds calculated between two iterations is less than a preset constant and the last threshold calculated is the final threshold that we want. The paper not only gave the segmentation result intuitively but also gave the quantitative result of segmentation using the uniformity measure which is an image segmentation evaluation criteria. The experiment results show that the iterative method not only can get desired segmentation result intuitively but also that the uniformity measure calculated at each iteration is a monotone increasing sequence. And the experiment shows that the proposed method is not sensitive to parameter α .

Keywords Image segmentation, Renyi entropy, Iterative, Uniformity measure

1 引言

图像分割是图像分析与处理的基础与关键,在图像工程中具有重要的意义。到目前为止,已经提出的图像分割方法都有各自的优缺点和适用范围,没有一种普遍最优的图像分割方法,而阈值分割方法是最简单有效的^[1]。20 世纪 80 年代初,人们开始考虑用信息论中熵的概念进行阈值选取^[2]。1980 年 Pun^[3]首先提出了最大后验上限法,随后研究者们陆续提出了最大熵法、基于 renyi 熵^[4]、基于 Tsallis 熵^[5]等阈值化算法,并推导出相应的二维算法。renyi 熵方法的阈值是通过在图像的整个灰度范围内搜索,直到熵值达到最大而得到的。由定义可知,由 renyi 熵法得到的阈值更偏向于把概率密度大的灰度值分到一类。因此当图像的灰度直方图的尖峰分布不太集中的时候,renyi 熵方法会产生不理想的结果。近年来,学者们提出了许多方法来改进原始 renyi 熵方法。Sahoo P K 等人把邻域平均灰度考虑到直方图中,提出了二维 renyi

熵算法^[6,7],虽然该方法较原始算法得到了较大的改善,但其计算复杂度提高为 $O(L^4)$,效率非常低。文献[8]针对二维 renyi 熵的计算复杂度问题,提出了基于分解的二维 renyi 熵算法,其在保证达到二维分割效果的同时,把计算复杂度由 $O(L^4)$ 降为 $O(L)$ 。大量的实验证明,不同的图像参数 α 的取值不同,且 α 的选取对分割结果影响较大。针对该问题,文献[9,10]给出了 PSO 参数自适应选取算法,其根据不同的图像自适应地选取最合适的参数 α 值,使得得到较理想的分割结果。

本文利用一维 renyi 熵算法的分割阈值,提出了基于一维 renyi 熵的迭代算法,该算法较原始一维 renyi 熵算法有较大的改进,其分割效果不亚于在合适的参数 α 选择下的二维算法,但其计算速度远远快于二维算法。而且通过实验发现,该算法对参数 α 的敏感性大大降低,当参数 α 取 0.7 时,往往能得到较理想的分割结果。

本文受国家自然科学基金面上项目(61271313)资助。

冉清华(1989—),女,硕士生,主要研究方向为图像分割算法;龚 劬(1963—),女,博士,教授,主要研究方向为小波分析、图论、图像处理;王 珂(1990—),女,硕士生,主要研究方向为图像处理、模式识别。

2 一维 renyi 熵阈值法与图像分割评价准则

2.1 一维 renyi 熵阈值法

设 F 表示一幅大小为 $M \times N$ 、灰度级为 L 的图像。 $F(x, y)$ 表示图像上坐标为 (x, y) 的像素点的灰度值, $F(x, y) \in I = \{0, 1, 2, \dots, L-1\}$ 。像素灰度级 i 出现的频数记为 f_i , 相应的概率密度为:

$$q(i) = \frac{f_i}{M \times N} \quad (i=0, 1, \dots, L-1)$$

其中, $\sum_{i=0}^{L-1} q(i) = 1$ 。设阈值 t 将图像分为目标和背景两类:

目标类

$$C_0 = \{(x, y) | f(x, y) = 0, 1, 2, \dots, t\}$$

背景类

$$C_1 = \{(x, y) | f(x, y) = t+1, t+2, \dots, L-1\}$$

则图像的 α 阶 renyi 熵定义为:

$$H_\alpha(t) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i=0}^t \left(\frac{q(i)}{P_0(t)} \right)^\alpha + \frac{1}{1-\alpha} \ln \sum_{i=t+1}^{L-1} \left(\frac{q(i)}{P_1(t)} \right)^\alpha$$

其中, $\alpha > 0$, $P_0(t) = \sum_{i=0}^t q(i)$, $P_1(t) = \sum_{i=t+1}^{L-1} q(i)$ 分别表示目标类和背景类的先验概率。

图像的 renyi 熵越大, 类内的像素灰度越相近, 灰度变化越平缓, 因此当 $H_\alpha(t)$ 最大时, 可得到最佳阈值 T , 即

$$T = \arg \max_{0 \leq t \leq L-1} \{H_\alpha(t)\} \quad (1)$$

分割后所得的二值图像 $F_1(x, y)$ 的取值为:

$$F_1(x, y) = \begin{cases} 0, & F(x, y) \leq T \\ 1, & F(x, y) > T \end{cases} \quad (2)$$

2.2 图像分割评价准则

均匀性测度是用来评价分割方法性能的一个指标, 对于一个区域, 区域内的均匀性与区域内的方差成反比, 方差越小说明该区域的均匀性越好, 该区域内灰度分布越集中。假设在阈值 T 处对图像进行阈值分割, 其均匀性测度可以按如下方式表示^[11]:

$$UM = 1 - \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{C} \quad (3)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{(x, y) \in R_i} [f(x, y) - \mu_i]^2 \quad (4)$$

$$\mu_i = \frac{\sum_{(x, y) \in R_i} f(x, y)}{A_i}, \quad i=1, 2 \quad (5)$$

式中, R_i 表示分割后的第 i 个区域, A_i 表示区域 R_i 中的像素总个数, C 是归一化参数。均匀性测度值越高, 则说明图像分割效果越好。

3 本文算法

3.1 分析一维 renyi 熵算法的分割效果

由 renyi 熵法的定义可知, 分割阈值偏向于把直方图中的高峰分在一类, 以使熵值达到最大, 但这种分割结果往往不理想, 比如当直方图中只有一个最高峰时, 分割效果不好; 当高峰不多但相隔较远时, 分割效果不好等, 如图 1—图 3 所示。

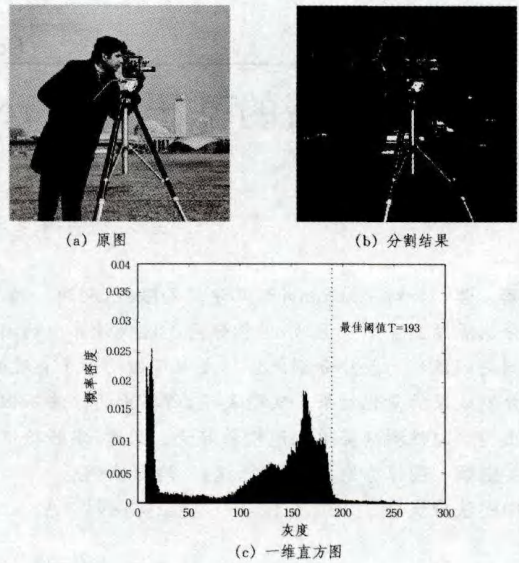


图 1 cameraman 图的直方图及分割结果

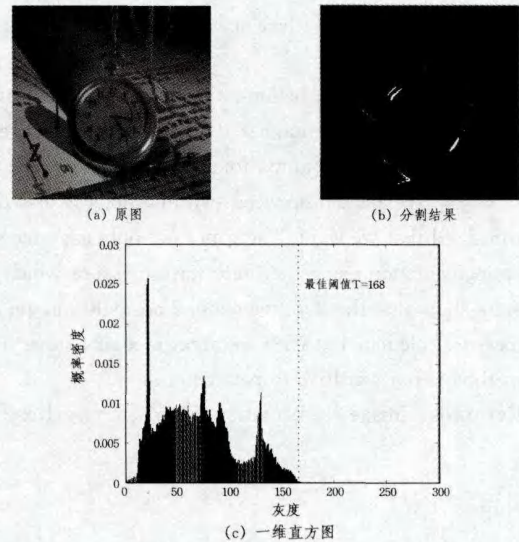


图 2 闹钟图的直方图及分割结果

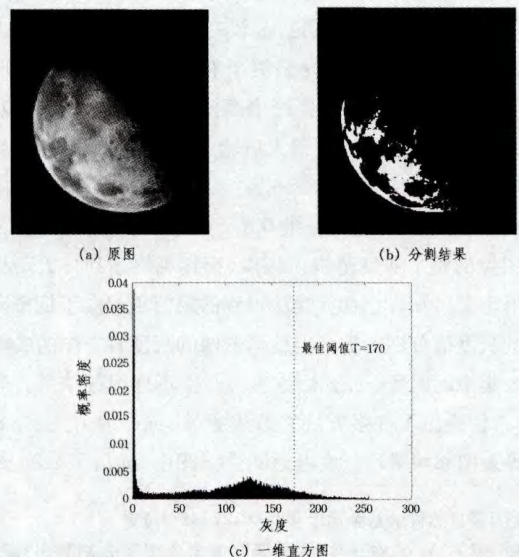


图 3 月亮图的直方图及分割结果

由以上例子可知,renyi 熵法分割的阈值偏向于把概率密度大的像素点分到同一类,在实际应用中经常会出现分割失败的情况。

3.2 本文算法

受文献[12]思想的启发,针对 renyi 熵法存在的问题,本文提出一种新的运用 renyi 熵法的分割阈值的迭代算法。该算法的基本思想是:每次迭代中运用 renyi 熵方法处理图像,得到一个阈值 T ,然后把图像分为 3 类(目标、背景、待定区域),目标和背景保持不变,把待定区域作为处理对象,进行下一次迭代。

对于图像 F ,在第一次迭代中,把 renyi 熵方法运用到 F 上,得到阈值 $T^{[1]}$, $T^{[1]}$ 把 F 的直方图分为两类:背景和目标,记背景和目标中概率密度最大的像素灰度分别为 $u_0^{[1]}$ 和 $u_1^{[1]}$,即

$$u_0^{[1]} = \{i | \max\{q(i)\}, 0 \leq i \leq T^{[1]}\} \quad (6)$$

$$u_1^{[1]} = \{i | \max\{q(i)\}, T^{[1]} < i \leq L-1\} \quad (7)$$

然后把 F 分为 3 类:背景 $B^{[1]}$ 、目标 $O^{[1]}$ 和待定区域 $D^{[1]}$,其中

$$B^{[1]} = \{(x, y) | 0 \leq F(x, y) < u_0^{[1]}\}$$

$$O^{[1]} = \{(x, y) | u_1^{[1]} < F(x, y) \leq L\}$$

$$D^{[1]} = \{(x, y) | u_0^{[1]} \leq F(x, y) \leq u_1^{[1]}\}$$

且有 $F = B^{[1]} \cup D^{[1]} \cup O^{[1]}$ 。

第二次迭代中,把 renyi 熵方法运用到 $D^{[1]}$ 上,得到阈值 $T^{[2]}$, $T^{[2]}$ 把 $D^{[1]}$ 的直方图分为两类:背景和目标,记背景和目标中概率密度最大的像素灰度分别为 $u_0^{[2]}$ 和 $u_1^{[2]}$ 。然后把 $D^{[1]}$ 分为 3 类:背景 $B^{[2]}$ 、目标 $O^{[2]}$ 和新的待定区域 $D^{[2]}$,其中

$$B^{[2]} = \{(x, y) | u_0^{[1]} \leq F(x, y) < u_0^{[2]}\}$$

$$O^{[2]} = \{(x, y) | u_1^{[2]} < F(x, y) \leq u_1^{[1]}\}$$

$$D^{[2]} = \{(x, y) | u_0^{[2]} \leq F(x, y) \leq u_1^{[2]}\}$$

且有 $O^{[1]} = B^{[2]} \cup D^{[2]} \cup O^{[2]}$ 。

这样循环下去,每次保留背景和目标,而对新产生的待定区域进行处理,直到 $|T^{[n+1]} - T^{[n]}|$ 小于一个预定的参数。最后一次迭代,把 renyi 熵方法运用到 $D^{[n]}$ 上,得到阈值 $T^{[n+1]}$,其中

$$D^{[n]} = \{(x, y) | u_0^{[n]} \leq F(x, y) \leq u_1^{[n]}\} \quad (8)$$

$$u_0^{[n]} = \{i | \max\{q(i)\}, u_0^{[n-1]} \leq i \leq T^{[n]}\} \quad (9)$$

$$u_1^{[n]} = \{i | \max\{q(i)\}, T^{[n]} < i \leq u_1^{[n-1]}\} \quad (10)$$

$T^{[n+1]}$ 把 $D^{[n]}$ 分为两类:背景 $B^{[n+1]}$ 和目标 $O^{[n+1]}$,其中

$$B^{[n+1]} = \{(x, y) | u_0^{[n]} \leq F(x, y) < T^{[n+1]}\}$$

$$O^{[n+1]} = \{(x, y) | T^{[n+1]} \leq F(x, y) \leq u_1^{[n]}\}$$

且有 $D^{[n]} = B^{[n+1]} \cup O^{[n+1]}$ 。最后的分割阈值 $T^{[n+1]}$ 即为图像 F 的分割阈值。其具体算法步骤如下:

Step 1 参数赋值 $\alpha=0.7, n=1, \epsilon=0.5$; 输入图像 F 。

Step 2 根据式(1)计算 F 的分割阈值 $T^{[n]}$ 。

Step 3 若 $n=1$,根据式(6)、式(7)计算 $u_0^{[n]}, u_1^{[n]}$; 否则根据式(9)、式(10)计算 $u_0^{[n]}, u_1^{[n]}$ 。

Step 4 根据式(8)计算 $D^{[n]}$ 。

Step 5 根据式(1)计算 $D^{[n]}$ 的分割阈值 $T^{[n+1]}$ 。

Step 6 如果 $|T^{[n+1]} - T^{[n]}| > \epsilon$, 令 $n=n+1$, 转 Step 3; 否则转 Step 7。

Step 7 令 $t^* = T^{[n+1]}$, 根据式(2)输出最终分割结果。

4 实验结果与分析

本实验在系统配置为 1.75G 内存, 2.70GHz, matlab7.

10.0(R2010a)下进行,从直观与定量两方面证明了本文算法在分割效果上的有效性,如图 4—图 8 所示。

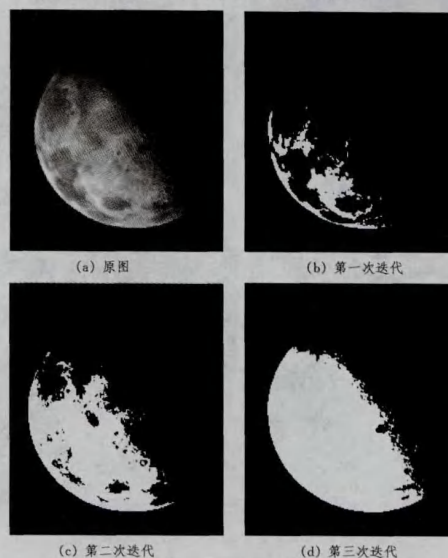


图 4 月亮图的分割结果

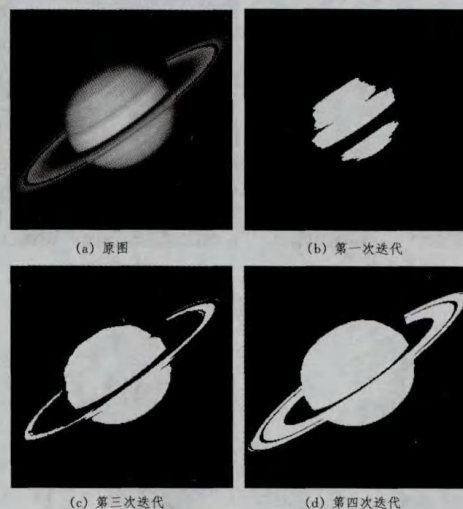


图 5 行星图的分割结果

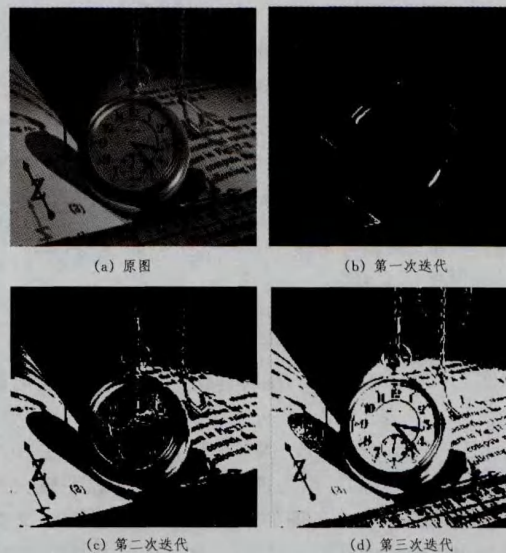


图 6 闹钟图的分割结果

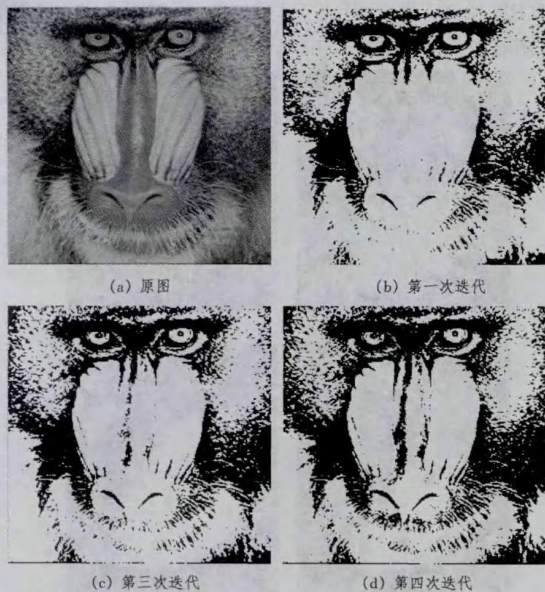


图7 狒狒图的分割结果

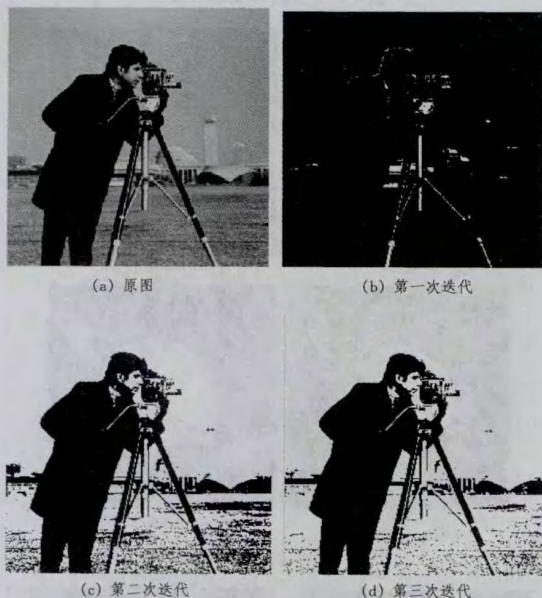


图8 cameraman图的分割结果

各次迭代分割得到的阈值如表1所列。

表1 各次迭代得到的阈值

图像	从左右依次为第一次迭代、第二次迭代、...、最后一次迭代的阈值				
月亮图	170	120	74	74	
行星图	165	115	102	68	68
闹钟图	168	98	77	77	
狒狒图	104	112	115	117	117
cameraman图	193	118	104	104	

由图4—图8可以看出,随着迭代的进行,该方法把越来越多的目标正确地分割出来,分割效果较好。由算法原理易知,每个图中的第一次迭代结果(b)实际上即为原始renyi熵法得到的结果,其分割效果与理想的分割效果差距较大。而本文算法的最终结果由各图的最后一幅图呈现出来,显然该方法较理想地把目标分割了出来,分割后图像内部均匀、边界形状较清晰准确。

由图4(a)—图6(a)以及表1的第2,3行我们可以看到,当图像背景为暗像素时,随着迭代的进行,阈值越来越小,说明目标中的弱像素逐渐被正确地分割出来。由图7(a)、图8(a)以及表1的第4,5行我们可以看到,当图像背景为亮像素时,随着迭代的进行,阈值越来越大,说明目标中的弱像素逐渐被正确地分割出来。

为了更好地说明本文算法的有效性,下面从定量方面利用图像分割的均匀性测度这一判别准则进一步说明。根据本文算法的各次分割阈值及式(3)一式(5),得到各次迭代的均匀性测度及其变化情况,如表2及图9—图13所示。

表2 适应度的比较

图像	各次阈值	170	120	74	74	
月亮图	对应的适应度	0.9297	0.9715	0.9866	0.9866	
行星图	各次阈值	165	115	102	68	68
	对应的适应度	0.9351	0.9714	0.9765	0.9796	0.9796
闹钟图	各次阈值	168	98	77	77	
	对应的适应度	0.9521	0.9824	0.9848	0.9848	
狒狒图	各次阈值	104	112	115	117	117
	对应的适应度	0.9824	0.9839	0.9843	0.9846	0.9846
cameraman图	各次阈值	193	118	104	104	
	对应的适应度	0.8776	0.9725	0.9786	0.9786	

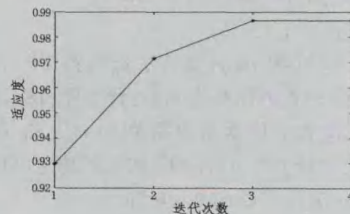


图9 月亮图的适应度变化情况

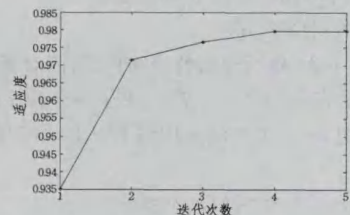


图10 行星图的适应度变化情况

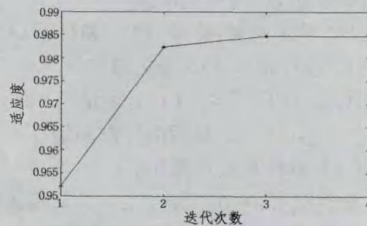


图11 闹钟图的适应度变化情况

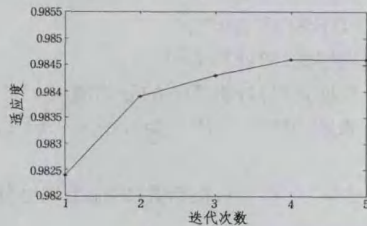


图12 狒狒图的适应度变化情况

(下转第115页)

[18] Ranganath H S, Kuntimad G, Johnson J L. Pulse coupled neural networks for image processing[C]//Proceedings Southeastcon'95. Visualize the Future. IEEE, 1995:37-43

[19] 于江波, 陈后金, 王巍, 等. 脉冲耦合神经网络在图像处理中的参数确定[J]. 电子学报, 2008, 36(1)

[20] Kuntimad G, Ranganath H S. Perfect image segmentation using pulse coupled neural networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1999, 10(3):591-598

[21] Johnson J L. Pulse-coupled neural nets: translation, rotation,

scale, distortion, and intensity signal invariance for images[J]. Applied Optics, 1994, 33(26):6239-6

[22] Wildes R P, Asmuth J C, Green G L, et al. A system for automated iris recognition[C]//Proceedings of the Second IEEE Workshop on Applications of Computer Vision, 1994. IEEE, 1994: 121-128

[23] 马义德, 杨森, 李廉. 一种全方位多角度自适应形态滤波器及其算法[J]. 通信学报, 2004, 25(9):86-92

[24] Mansfield T, Kelly G, Chandler D, et al. Biometric product testing final report[J]. Contract, 2001, 92(4009):309

(上接第 94 页)

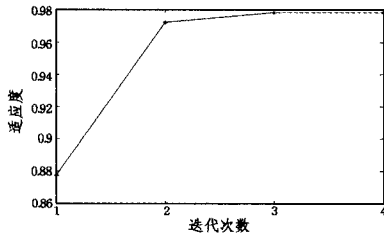


图 13 cameraman 图的适应度变化情况

由表 2 及图 9—图 13 可以看出,随着迭代的进行,各图的均匀性测度是单调递增的,即分割结果越来越好,图像区域内的灰度越来越均匀,从定量方面验证了本文算法的有效性。

实验发现,该算法对参数 α 的取值不敏感,即在执行该算法的情况下,无论每次迭代中 renyi 熵的参数 α 取什么值,分割结果都能达到一样的结果。下面给出月亮图和行星图在参数 $\alpha=0.1, 0.2, \dots, 0.9$ 的 9 种常用取值方式下,整个迭代分割过程中阈值的变化情况,如表 3、表 4 所列。

表 3 月亮图的分割结果比较

参数 α 的值	月亮图的各次迭代得到的阈值			
$\alpha=0.1$	136	81	74	74
$\alpha=0.2$	142	93	74	74
$\alpha=0.3$	149	106	74	74
$\alpha=0.4$	160	106	74	74
$\alpha=0.5$	168	120	74	74
$\alpha=0.6$	170	120	74	74
$\alpha=0.7$	170	120	74	74
$\alpha=0.8$	170	120	74	74
$\alpha=0.9$	168	120	74	74

表 4 行星图的分割结果比较

参数 α 的值	行星图的各次迭代得到的阈值				
$\alpha=0.1$	134	102	68	68	68
$\alpha=0.2$	140	102	68	68	68
$\alpha=0.3$	146	102	68	68	68
$\alpha=0.4$	159	114	102	68	68
$\alpha=0.5$	159	114	102	68	68
$\alpha=0.6$	165	115	102	68	68
$\alpha=0.7$	165	115	102	68	68
$\alpha=0.8$	165	115	102	68	68
$\alpha=0.9$	160	114	102	68	68

由表 3、表 4 可知,本文算法对参数 α 的取值不敏感,即使在开始的几次迭代结果中存在很大的差异,最终的分割阈值

也都达到了一致,且最终的分割结果较理想。

结束语 本文利用 renyi 熵方法的分割阈值,提出了一种新的图像分割迭代算法。该算法在每次迭代中把图像分为 3 类,并不断对待定区域进行分割,直到达到终止条件。通过大量的实验表明,本文方法不但能得到较好的分割效果,而且对参数 α 的选择很灵活,该算法对参数 α 的取值依赖性较弱。

参考文献

[1] 黄金杰, 郭鲁强, 逯仁虎. 改进的二维 Renyi 熵图像阈值分割[J]. 计算机科学, 2010, 37(10):251-253

[2] 卓问, 曹治国, 肖阳. 基于二维 Arimoto 熵的阈值分割方法[J]. 模式识别与人工智能, 2009(2):208-213

[3] Pun T. A new method for grey-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Signal processing, 1980, 2(3): 223-237

[4] Sahoo P K, Arora G. A thresholding method based on two-dimensional Renyi's entropy[J]. Pattern Recognition, 2004, 37(6):1149-1161

[5] Sahoo P K, Arora G. Image thresholding using two-dimensional Tsallis-Havrda-Charvát entropy[J]. Pattern Recognition Letters, 2006, 27(6):520-528

[6] Abutaleb A S, Eloteifi A. Automatic Thresholding of Gray-Level Pictures Using 2-D Entropy[C]//31st Annual Technical Symposium. International Society for Optics and Photonics, 1988:29-35

[7] Sahoo P K, Arora G. A thresholding method based on two-dimensional Renyi's entropy[J]. Pattern Recognition, 2004, 37(6):1149-1161

[8] 龚劬, 王菲菲, 倪麟. 基于分解的二维 Renyi 灰度熵的图像阈值分割[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(1):181-185

[9] 雷博, 范九伦. 一维 Renyi 熵阈值法中参数的自适应选取[J]. 光子学报, 2009, 38(9):2439-2443

[10] 雷博, 范九伦. 二维 Renyi 熵阈值分割方法中参数的自适应选取[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(22):16-19

[11] Levine M D, Nazif A M. Dynamic measurement of computer generated image segmentations[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1985(2):155-164

[12] Cai H, Yang Z, Cao X, et al. A New Iterative Triclass Thresholding Technique in Image Segmentation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(3):1038-1046