

用于彩色图像复原的带有高阶耦合项的TV模型

马洪华¹ 黄永林¹ 丁岩岩²

(湖北工程学院物理与电子信息工程学院 孝感 432000)¹ (湖北工程学院新技术学院 孝感 432000)²

摘 要 提出了一种改进的TV(Total Variance)彩色图像复原方法。为消除TV模型的各向异性扩散导致的块效应,采用在TV模型的基础上耦合高阶项的新模型,并将这个新的模型推广到彩色图像,利用多通道的耦合机制实现各单色通道图像复原过程的相互制约。新模型保持了各向异性扩散的特性,图像的边缘得到了保持。实验结果证明,与其它模型的复原彩色图像相比,新模型复原的图像的峰值信噪比(PSNR)有了更大的提高,图像的非边缘区看上去更加平滑自然。

关键词 整体方差,四阶偏微分,各向异性扩散,彩色图像复原

中图法分类号 TP391.41 文献标识码 A

Total Variance with High-order Coupling Term for Color Image Restoration

MA Hong-hua¹ HUANG Yong-lin¹ DING Yan-yan²

(School of Physics and Electronic-information Engineering, Hubei Engineering University, Xiaogan 432000, China)¹

(College of Technology, Hubei Engineering University, Xiaogan 432000, China)²

Abstract A new total variance for color image restoration method was proposed. To overcome blocky effect produced by anisotropic diffusion of TV model, high-order term was added to TV model. In the process of color image restoration, multi-channel coupled mechanism was used to realize mutual constraints between different monochrome channels. The new model is able to preserve edges because of the characteristic of anisotropic diffusion. The experimental results show that the images processed by the proposed model have higher PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) than these processed by other models, and the non-boundary region looks more natural.

Keywords Total variance, Fourth-order PDE, Anisotropic diffusion, Restoration of color image

1 引言

图像偏微分的研究方法作为图像复原的重要的一支,在近十几年的发展中取得了极大的成功。对于一般常用的图像复原方法,如逆滤波、维纳滤波以及约束最小二乘图像复原^[1],它们使复原图像信噪比获得提高的同时,又使得图像的边缘变得模糊,而采用各向异性扩散的偏微分方法^[2-7]不仅可以降噪还可以保持图像的边缘,因而在图像复原中更具有优越性。偏微分应用于彩色图像复原, P Blomgrue 和 T F Chan^[8]提出了基于TV模型的矢量图像还原。文献^[9,10]由 Sochen, Kimmel 和 Malladi 在 Beltrami 构架的基础上提出了多通道彩色图像复原的模型,文献^[9]还证明了他们推导的模型在一定取值情况下,分别与各向同性的整体方差模型以及 P-M(Perona-Malik)模型的一致性。由 Guy Gilboa^[11]对于 Beltrami 架构的多通道彩色复原模型的方法提出了改进模型,取得了很好的效果。

本文提出新的图像还原模型,它在TV模型的基础上耦合高阶项,利用多通道的耦合机制来实现各单色通道图像复原过程的相互制约。这个模型可以在降噪的同时保持彩色图

像的边缘,并且不会产生块效应,使得彩色复原图像的非边缘区平滑自然。

2 带有高阶偏微分耦合项的改进TV彩色复原模型

2.1 TV模型和四阶偏微分模型

TV模型由 Rudin, Osher 和 Fatemi^[12,13]提出,利用这个模型进行图像复原能够保持图像边缘,提高复原图像的信噪比。但是,该模型的各向异性扩散受到噪声和非边缘区灰度变化的共同影响,导致了图像的非边缘区产生了虚假边缘(false edge),而且虚假边缘两边区域内进行着各自的灰度值的演变,形成了块效应,如图1所示。块效应使得复原图像失去了平滑自然(也称为cartoon图像),这种现象是TV模型本身无法克服的。

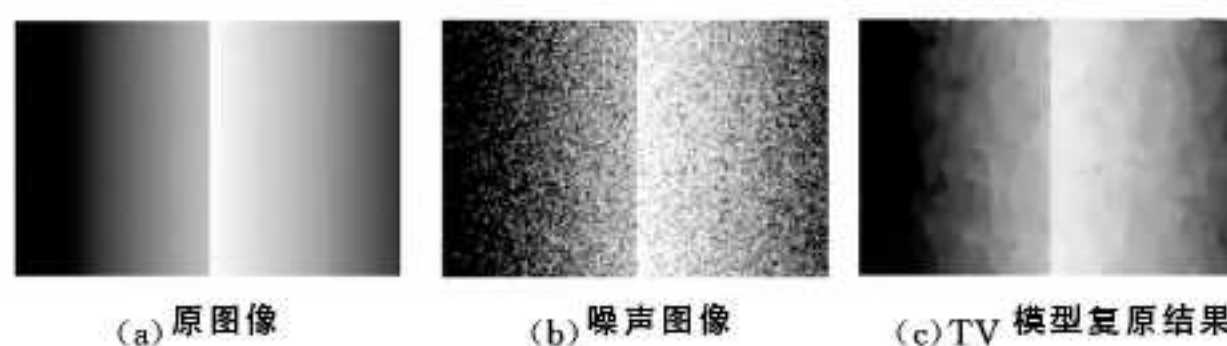


图1 TV模型图像复原

本文受湖北省自然科学基金项目(2015CFC770)资助。

马洪华(1986—),男,硕士,主要研究方向为图像处理及图像无线传输,E-mail:mahonghua0708@hbeu.edu.cn;黄永林(1972—),男,博士生,主要研究方向为机器视觉与偏微分图像处理;丁岩岩(1989—),女,硕士,主要研究方向为电子与无线通信传输。

为了消除块效应, Yu-Li You 和 M. Kaveh 提出四阶偏微分模型^[14]。四阶偏微分模型可以消除块效应,不会产生虚假边缘,使得非边缘区平滑自然。但是这个模型对于强噪声无能为力,并且在强噪声周围灰度不均匀。文献^[14]提出使用中值滤波除掉强噪声的后续处理方法。由于强噪声周围像素点灰度不均匀,即使采用中值滤波也会有斑块现象。从文献^[14]的图 4 可以看到除掉强噪声后,复原图像,在上仍然有白色和黑色斑块。本文使用这个模型进行彩色复原图像对比,在实验中同样观察到了这种斑块现象。

2.2 改进的 TV 模型

一幅被噪声污染的图像 $u_0(x, y)$ 和其无噪声图像 $u(x, y)$ 以及加性噪声 $n(x, y)$ 的关系有如下表达:

$$n(x, y) = u(x, y) - u_0(x, y) \quad (1)$$

其中, $n(x, y)$ 为零均值、方差为 δ^2 的噪声。利用图像的一阶和二阶变分以及噪声性质,构造如下能量方程:

$$E(u) = \iint_{\Omega} f_1(|\nabla u|) dx dy + a \iint_{\Omega} f_2(|\nabla^2 u|) dx dy + \frac{\lambda}{2} \iint_{\Omega} (u - u_0)^2 dx dy \quad (2)$$

其中, a 为耦合系数, λ 为拉格朗日乘子。与 TV 模型的能量函数相比,上式的最大不同是增加了图像二阶变分的能量函数。 ∇u 为图像的一阶变分,对噪声有一定敏感性。 $\nabla^2 u$ 为图像的二阶变分,对于图像中的噪声相当敏感^[15]。无论是一阶变分还是二阶变分,由于有噪声图像的整体变分比无噪声图像整体变分明显要大,因此最小化能量函数式(2)可以降低噪声。令

$$f_1(|\nabla u|) = |\nabla u| \quad (3)$$

模型中规整化约束空间 $BV(\Omega)$ 为:

$$BV(\Omega) = \{u \in L^1(\Omega), \iint_{\Omega} f_1(|\nabla u|) dx dy < \infty, \iint_{\Omega} f_2(|\nabla^2 u|) dx dy < \infty\}$$

引入时间 t , 应用梯度下降法求解式(2)的 Euler-lagrange 方程,其中第二项的求解参照文献^[14],可以得到:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - a \nabla^2 (C(|\nabla^2 u|) \nabla^2 u) + \lambda(u - u_0) \quad (4)$$

通常取

$$C(\nabla^2 u) = \frac{1}{1 + (\nabla^2 u/k)^2} \quad (5)$$

式(4)中的第二项为四阶偏微分项。高阶耦合项使得图像的各向异性扩散不会产生虚假边缘,因而不会产生块效应。另一方面新的模型仍然保持着原 TV 模型对强噪声的降噪能力。

2.3 彩色复原模型

由于彩色图像的三基色(即红、绿、蓝)相关性很高,使得彩色图像的处理远比灰度图像复杂。将改进的 TV 模型推广到彩色图像,新的整体变分(NTV)定义为:

$$NTV(u) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left[\iint_{\Omega} (|\nabla u^{(i)}| + a * C(|\nabla^2 u^{(i)}|) \nabla^2 u^{(i)}) d\Omega \right]^2} \quad (6)$$

其中, $u = (u^{(1)}, u^{(2)}, u^{(3)})$ 表示分量为 R、G、B 的三维矢量复原图像。也就是说,彩色图像整体变分 $NTV(u)$ 是各分量整体变分 $NTV(u^{(i)})$ 的平方和的方根。用 $u_0 = (u_0^{(1)}, u_0^{(2)}, u_0^{(3)})$ 表示分量为 R、G、B 的三维矢量被噪声污染的图像。每一个分量对应的偏微分方程为

$$\frac{\partial u^{(i)}}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u^{(i)}}{|\nabla u^{(i)}|} \right) - a \nabla^2 (C(|\nabla^2 u^{(i)}|) \nabla^2 u^{(i)}) + \lambda_i (u^{(i)} - u_0^{(i)}) \quad (7)$$

其中, $\lambda_i = \frac{\lambda * NTV(u)}{NTV(u^{(i)})}$ 表示不同分量采用了不同的 Lagrange

乘子 λ_i 。Lagrange 乘子对图像的平滑起着非常重要的作用。如果某一通道的整体变分 $NTV(u^{(i)})$ 越小,则对应的乘子 λ_i 越大,则对该通道的数据保真度越高。因此,这种耦合机制实现了各通道图像除噪的相互制约。

3 实验结果及讨论

实验 1: 为了清楚地比较不同各向异性扩散复原方法的效果优劣,采用实验结果的局部放大图像。实验采用改进的 TV 模型、TV 模型、四阶偏微分方程模型的彩色图像复原结果进行比较。彩色噪声图像(图 2(b))是在无噪声彩色图像(图 2(a))中加入均方差为 0.01 的高斯噪声。TV 模型复原设定的参数 λ 为 0.01,时间步长为 0.1,网格步长为 1,迭代 300 次。四阶偏微分模型 k 取 5,时间步长为 0.1,网格步长为 1,迭代次数为 1200。新模型的参数设定 λ 为 0.01,耦合系数 a 为 0.05, k 为 5,时间步长为 0.1,网格步长为 1,迭代次数为 200。

图 2(c)为 TV 模型复原结果,可以看到出现了明显的块效应。图 2(d)是采用四阶偏微分方程的图像复原结果,除了强噪声点没有除去以外,在非边缘区图像显示平滑自然。四阶偏微分模型复原的图像的强噪声点周围表面不平,即使采用中值滤波的方法去除,在图 2(e)中仍然可以看到斑块现象。图 2(f)是采用新模型的图像复原结果,降噪效果明显,在边缘保持的同时非边缘区平滑自然。



图 2 彩色图像复原结果

为了进一步验证本算法的有效性,对 Lena 原始彩色图像进行不同强度的噪声污染并采用上述不同模型复原。用彩色

图像的峰值信噪比 (PSNR) 来评估复原效果, 彩色图像的 PSNR 定义为:

$$PSNR = 10 \lg \left[\frac{255 * 255}{M * N * 3 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^3 (u(i, j, k) - u'(i, j, k))^2} \right] \quad (8)$$

其中, k 的取值 1、2、3 分别对应彩色图像 R、G、B 3 个分量, $u(i, j, k)$ 为复原图像坐标 (x, y) 分量为 k 的灰度值, $u'(i, j, k)$ 为没有噪声污染的图像坐标为 (x, y) 分量为 k 的灰度值。 M 、 N 分别为图像的宽和高的像素点数。

表 1 不同模型降噪结果

模型 \ 噪声	14.2451	17.3946	20.1741	22.0187	24.9149
TV	24.2463	25.3283	27.6518	29.1937	31.5387
Four-order	24.2748	25.5921	27.2637	28.3263	29.0692
新模型	25.3386	26.7152	28.5365	29.9314	32.4570

从表 1 中可以看出, 使用改进的 TV 模型算法复原的彩色图像, 其 PSNR 值一般高于 TV 模型接近 1dB, 高于四阶偏微分模型至少 1dB 以上。显示出改进模型的降噪能力比其它模型有了进一步的提高。

实验 2: 本实验对有损压缩的 jpeg 图像进行复原。图 3(a) 为原始图像, 图 3(b) 为 jpeg 有损压缩图像, 可以看到它呈现明显的“马赛克”现象, 极大地影响了视觉效果。TV 模型复原设定的参数 λ 为 0.01, 时间步长为 0.1, 网格步长为 1, 迭代 300 次。四阶偏微分模型 k 取 5, 时间步长为 0.1, 网格步长为 1, 迭代次数为 800。新模型设定 λ 为 0.01, 耦合系数 a 为 0.05, k 为 5, 时间步长为 0.1, 网格步长为 1, 迭代次数仅为 30。

图 3(c) 为 TV 模型复原图像, 这个模型对于“马赛克”的边缘几乎没有平滑能力。图 3(d) 为四阶偏微分复原图像, “马赛克”的边缘自然平滑。图 3(e) 为新的模型复原图像, 在保持了图像的实际边缘的同时, 原来的“马赛克”边缘也被自然平滑, 提高了图像的视觉效果。



图 3 有损压缩彩色图像复原

结束语 提出了带有高阶耦合项的 TV 模型彩色图像复原方法。新的改进模型仍然保持了各向异性扩散的特性, 因而能够在复原的过程中保持图像的边缘。高阶项的引入使得扩散过程中不会产生虚假边缘, 也不再出现块效应现象, 在非边缘区复原图像平滑自然, 极大地改善了复原图像的视觉效果。实验数据也说明了新的模型能产生更好的降噪效果。

参考文献

- [1] Yao Min. Digital image process[M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 97-103
- [2] Chan T F, Golub G, Mulet P. A nonlinear primal-dual method for total variation-based image restoration[J]. SIAM J. Sci. Comp, 1999, 20: 1964-1977
- [3] You Y, Xu W, Tannenbaum A, et al. Behavioral Analysis of Anisotropic Diffusion in Image Processing[J]. IEEE Trans on Image Process, 1996, 5(11): 1539-1553
- [4] Xie Mei-hua, Wang Zheng-ming. Image restoration based on edge-directed diffusion[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2005, 16(9): 1107-1111
- [5] Strong D M. Adaptive Total Variational Minimizing Image Restoration[D]. Los Angeles: University of California, 1997
- [6] Fu Shui-jun, Ruan Qiu-qi, Wang Wen-qia. A Shock-diffusion Equation with Local Coupling Term for Image Sharpening[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2007, 18(2): 245-248
- [7] Wu Ji-ying, Ruan Qiu-qi. Helmholtz vorticity equation and third order PDE coupled image inpainting model[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2008, 19(8): 1104-1107
- [8] Blomgren P, Chan T F. Color TV: Total variation method for restoration of vector valued image[J]. IEEE, IP, 1998, 7(3): 304-309
- [9] Sochen N, Kimmel R, Malladi R. A general framework for low level vision[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1998, 31(7): 310-318
- [10] Sochen N, Zeevi Y Y. Representation of colored images by manifolds embedded in higher dimensional non-Euclidean space[C]// Proc. IEEE ICIP'98. Chicago, 1998
- [11] Guy Gil-boa. Super-resolution Algorithms Based on Inverse Diffusion-type Processes[D]. USA: University of California at Los Angeles, 2004: 55-62
- [12] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear Total Variation based noise removal algorithms[J]. Physica D 60, 1992: 259-268
- [13] Rudin L, Osher S. Total Variation Based Image Restoration with Free Local Constraints[C]// Proceedings of the First IEEE International Conference on Image Processing. Austin, Texas, USA: IEEE Press, 1994
- [14] You Y L, Kaveh M. Fourth-order partial differential equation for noise removal[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9: 1723-1730
- [15] Zhang Yu-jing. Image Segmentation[M]. Beijing: Science Press, 2001: 9-16