第 43 卷 第 6A 期
2016 年 6 月
计 算 机 科 学
Computer Science
Vol. 43 No. 6A
June 2016

描述逻辑 εVL 的保守扩充

聂登国[1] 余 泉[2] 张 维[2] 申宇铭[3]

(贵州工程应用技术学院理学院 毕节 551700)[1] (黔南民族师范学院数学系 都匀 558000)[2]

(广东外语外贸大学思科信息学院 广州 510420)[3]

摘 要 在描述逻辑中,将本体看作一个逻辑理论,一个本体被形式化为给定的描述逻辑系统的一个 Tbox。本体是动态的实体,为了适应新领域的发展,需要对原始本体进行扩充,但是扩充后的本体与原始本体是否保持逻辑一致性是目前研究者们所关注的焦点。在 Lutz 等人研究的基础上探究 εVL 的保守扩充问题,构建了 εVL 的典范模型,将包含推理问题转换为典范模型的模拟问题,由典范模型之间的最大模拟是多项式时间复杂的,证明了 εVL 的包含推理是多项式时间复杂的;给出了描述逻辑 εVL 的保守扩充及其判定算法,证明了 εVL 的保守扩充的判定算法是指数时间复杂的。

关键词 描述逻辑,典范模型,保守扩充,本体

中图法分类号 TP301 **文献标识码** A

Conservative Extensions in Description Logic εVL

NIE Deng-guo[1] YU Quan[2] ZHANG Wei[2] SHEN Yu-ming[3]

(Guizhou University of Engineering Science, Bijie 551700, China)[1]

(Department of Math, Qiannan Normal College for Nationalities, Duyun 558000, China)[2]

(Cisco School of Information, Guandong University of Foreign Studies, Guangzhou 510420, China)[3]

Abstract In fact ontology is definitely the structured knowledge base in description logic. As we know, knowledge is not always the same, so it needs to be extended as long as new improvement appears in this field. It is concerned that whether it is consistent with the primitive one after extension. The conservative extension of εVL system was analyzed based on Lutzs' work. Firstly the εVL canonical model was constructed and the inclusion inference was reduced to the simulations between two εVL canonical model. The complexity was pointed out to be polynomial based on that the canonical models' largest simulation is polynomial. After that the εVL conservative extension algorithm was presented and its complexity was proved to be exponential.

Keywords Description logic, Canonical model, Conservative expansion, Ontology

1 引言

本体作为知识库表示知识已经成为计算机理论与应用的研究热点。在计算机科学中,本体是动态的实体,为了适应新领域的发展,需要对原始本体增加新的公理进行扩充。但是扩充后的本体与原始本体是否保持逻辑一致性是构建者必须关注的问题。

描述逻辑[1-3]是一簇知识表示的语言,其以结构化、形式化的方法来表示特定应用领域的知识。在描述逻辑中,将本体看作一个逻辑理论,一个本体被形式化为给定的描述逻辑系统的一个 Tbox。给定一个已建本体 T_1,如果用户需要增加新的公理或新的概念 T_2 对 T_1 进行扩充得到 $T_1 \cup T_2$,那么这些新增加的公理或概念有可能会改变已建本体 T_1 的某些已有的概念的解释,从而使得扩充后的本体与扩充前的本体 T_1 在逻辑推理上产生不一致。如果用户事先没有意识到上述变化,那么若本体推理机能够提示用户,当前的扩充操作将改变已建本体中的某些已有概念的解释,并影响到其已建本体 T_1 的逻辑推理。但是,目前基于描述逻辑的本体推理机还不能提供上述服务协助用户扩充已建本体。

保守扩充(conservative extension)是数理逻辑和哲学中一个重要的概念。在软件工程领域,保守扩充被认为是本体扩充和合并[4]中的一个重要的性质,其在本体设计和本体集成中扮演着重要的角色,它可形式地精练本体,安全地进行本体合并。在本体的扩充与本体的合并中,保守扩充最根本的任务是判定扩充或合并后的本体是否是原始本体的保守扩充,如果不是,则扩充后的本体与原始本体将不能保持一致的逻辑结论。即扩充或合并后的本体与原始本体的推理的一致性问题,正好对应于判定扩充或合并后的本体是否是原始本

本文受贵州省 2013 年度贵州省科技厅、毕节市科技局、毕节学院科技联合基金计划项目(黔科合 J 字 LKB[2013]23 号),贵州省科学技术基金资助项目(黔科合 J 字[2012]2310),国家自然科学基金项目(61463044),广西可信软件重点实验室研究课题(kx201330)资助。

聂登国(1985-),男,硕士,讲师,主要研究方向为数理逻辑、描述逻辑,E-mail:niedengguo@126.com;余 泉(1979-),男,博士,副教授,主要研究方向为模态逻辑、描述逻辑;张 维(1983-),男,博士生,副教授,主要研究方向为数理逻辑、描述逻辑;申宇铭(1977-),男,博士,教授,主要研究方向为模态逻辑、描述逻辑。

体的保守扩充问题。

目前，关于本体的保守扩充问题在国际上已有一些初步的成果。Antoniou 等人[4]首先注意到本体保守扩充过程中所产生的问题，将保守扩充的概念引入到本体工程领域，建立了本体保守扩充定义。Ghilardi 等人[6]给出基于描述逻辑 ALC 的保守扩充推理算法，并证明了 ALC 保守扩充是 2 指数时间完备。基于 ALC 的保守扩充算法的基本思想是根据描述逻辑中的概念包含问题等价于概念的可满足性问题，即将判定本体 $T_1 \cup T_2$ 是否为本体 T_1 的保守扩充问题，转换为判定对本体 T_1 中的每一个可满足概念 C 是否也在本体 $T_1 \cup T_2$ 中是可满足的。若存在本体 T_1 中的某个可满足概念（见证概念）在本体 $T_1 \cup T_2$ 中是不可满足的，则本体 $T_1 \cup T_2$ 就不是本体 T_1 的保守扩充。假如本体 $T_1 \cup T_2$ 不是本体 T_1 的保守扩充，那么 Ghilardi 等人[6]提出的算法能准确地计算出这样的见证概念。Lutz 等人[7,8]运用典范模型（Canonical Model）的方法研究了非循环描述逻辑 εL（包含概念的交和存在约束构造子）的保守扩充问题，并证明了 εL 的保守扩充指数时间是完全的。文献[9]给出了描述逻辑 VL（包含概念的"$\sqcup$"和"$\exists r.$"构造子）的保守扩充及其判定算法是指数时间复杂的；文献[10]给出了描述逻辑 FL_0（包含概念的"$\sqcap$"和"$\forall r.$"构造子）的保守扩充及其判定算法是指数时间复杂的。本文从这一些新的方向展开研究，结合文献[9,10]提出描述逻辑 εVL 系统的保守扩充，构建了描述逻辑系统 εVL 的典范模型，证明了 εVL 的保守扩充的判定算法是指数时间复杂的。

2 描述逻辑系统 εVL 的语法及语义

描述逻辑 εVL 的基本符号包括：(1)由概念名组成的可数集合 N_C；(2)由角色名组成的可数集合 N_R；(3)由个体名组成的可数集合 N_I。从这些基本符号出发可以构造出描述逻辑 εVL 概念和断言。

定义 1 εVL 中的概念由如下产生式生成：

$C,D \rightarrow \bot \mid \top \mid A \mid C \sqcup D \mid C \sqcap D \mid \forall R.C \mid \exists R.C$

其中，A 表示初始概念，C,D 表示概念描述，R 表示角色。

下面定义后文将要用到的概念：概念 A 的大小 $size(A)$ 和概念 A 的角色深度 $depth(A)$ 及概念 C 的子概念集 $sub(C)$。

定义 2 概念 A 的大小 $size(A)$ 定义如下：

(1) $size(\bot)=size(\top)=size(P)=1$；

(2) $size(\forall R.C)=3+size(C)$；

(3) $size(\exists R.C)=3+size(C)$；

(4) $size(C \sqcap D)=1+size(C)+size(D)$；

(5) $size(C \sqcup D)=1+size(C)+size(D)$。

定义 3 递归地定义 $depth(A)$ 如下：

$depth(\bot)=depth(\top)=depth(P)=0$；

$depth(C \sqcap D)=\max(depth(C),depth(D))$；

$depth(\forall R.C)=depth(C)+1$；

$depth(C \sqcup D)=\max(depth(C),depth(D))$；

$depth(\exists R.C)=depth(C)+1$。

定义 4 概念 C 的子概念集 $sub(C)$ 定义如下：

(1)对任意的概念 $C \equiv A$ 或 $\top$，$A \in N_C$ 则 $sub(C)=\{C\}$。

(2)对任意的概念 $C \equiv D \sqcap E$，D,E 是 εVL 的概念，则 $sub(C)=\{C\} \cup sub(D) \cup sub(E)$。

(3)对任意的概念 $C \equiv D \sqcup E$，D,E 是 εVL 的概念，则 $sub(C)=\{C\} \cup sub(D) \cup sub(E)$。

(4)对任意的概念 $C \equiv \forall R.D$，$R \in N_R$，D 是 εVL 的概念，则 $sub(C)=\{C\} \cup sub(D)$。

(5)对任意的概念 $C \equiv \exists R.D$，$R \in N_R$，D 是 εVL 的概念，则 $sub(C)=\{C\} \cup sub(D)$。

由子概念描述，知概念 C 中的任意子概念 C 都有 $C_i \in sub(C)$，并且概念 C 本身也是 C 的一个子概念，即 $C \in sub(C)$。另外，在此还约定：若 D_1,D_2,D_3 都是 εVL 的概念，

(1)当 $C \equiv D_1 \sqcap D_2 \sqcap D_3$ 时，有

$sub(C)=\{D_1 \sqcap D_2 \sqcap D_3\} \cup sub(D_1) \cup sub(D_2 \sqcap D_3)$。即 $D_1 \sqcap D_2$ 不是概念 C 的子概念。

(2)当 $C \equiv D_1 \sqcup D_2 \sqcup D_3$ 时，有

$sub(C)=\{D_1 \sqcup D_2 \sqcup D_3\} \cup sub(D_1) \cup sub(D_2 \sqcup D_3)$。即 $D_1 \sqcap D_2$ 不是概念 C 的子概念。

于是求解概念 C 的子概念集 $sub(C)$ 时，概念 C 若出现多个构造子"$\sqcap$"或"$\sqcup$"，则遵循构造子从左往右的原则依次求解子概念集 $sub(C)$。所以，对于任意一个 εVL 的概念，都可以在多项式时间内得出它的子概念集[11]。

εVL 的语义将概念解释为论域的一个子集，将角色解释为论域上的二元关系。一个解释 $I=(\Delta^I, \cdot^I)$ 由论域 Δ^I 和解释函数 $\cdot^I$ 所构成，具体如下：

$\bot^I=\varphi$；

$\top^I=\Delta I$；

$A^I \subseteq \Delta^I$；

$R^I \in D^I \times D^I$；

$(C \sqcap D)^I=C^I \cap D^I$；

$(C \sqcup D)^I=C^I \cup D^I$；

$(\forall R.C)^I=\{x \in D^I \mid \forall y \in D^I,(x,y) \in R^I \rightarrow y \in C^I\}$；

$(\exists R.C)^I=\{x \in D^I \mid \exists y \in D^I,(x,y) \in R^I \rightarrow y \in C^I\}$。

解释 $I=(D^I, \cdot^I)$ 满足 $A^I=D^I$，那么 $A \equiv D$，如果解释 I 满足 Tbox 中的每一条公理，则它是该 Tbox 的一个模型。

3 εVL 的模拟关系及性质

定义 5[12] 任意给定两个描述逻辑 εVL 的解释 $I_1=(\Delta^{I_1}, \cdot^{I_1})$，$I_2=(\Delta^{I_2}, \cdot^{I_2})$，一个 $\Delta^{I_1} \times \Delta^{I_2}$ 上的二元关系 z 称为 I_1 到 I_2 的一个模拟（记作 $z:I_1 \rightharpoonup I_2$），如果下面两个条件成立：

(1)如果 $(d_1,d_2) \in z$，那么对任意的概念名 $A \in N_C$，都有：若 $d_1 \in A^{I_1}$，则 $d_2 \in A^{I_2}$；

(2)对任意的角色名 $r \in N_R$，如果 $(d_1,d_2) \in z$，$(d_1,e_1) \in r^{I_1}$，那么存在 $e_2 \in \Delta^{I_2}$，使得 $(d_2,e_2) \in r^{I_2}$ 并且 $(e_1,e_2) \in z$。

当 z 是连接 d_1 和 d_2 的模拟，记作 $z:(I_1,d_1) \rightharpoonup (I_2,d_2)$。如果将定义 5 中的条件(1)改为：$d_1 \in A^{I_1}$，当且仅当 $d_2 \in A^{I_2}$，再要求条件(2)的逆方向也成立，就可给出互模拟的定义。

定义 6 任意给定两个描述逻辑 εVL 的解释 $I_1=(\Delta^{I_1}, \cdot^{I_1})$，$I_2=(\Delta^{I_2}, \cdot^{I_2})$，一个 $\Delta^{I_1} \times \Delta^{I_2}$ 上的二元关系 z 称为 I_1 到 I_2 的一个互模拟（记作 $z:I_1 \rightleftharpoons I_2$），如果下面 3 个条件成立：

(1)对任意的 $d_1 \in \Delta^{I_1}$，$d_2 \in \Delta^{I_2}$，如果 $(d_1,d_2) \in Z$，那么对任意的概念名 $A \in N_C$，都有 $d_1 \in A^{I_1}$，当且仅当 $d_2 \in A^{I_2}$；

(2)对任意的角色名 $r\in N_R$，如果$(d_1,d_2)\in z$，$(d_1,e_1)\in r^{I_1}$，那么存在 $e_2\in\Delta^{I_2}$，使得$(d_2,e_2)\in r^{I_2}$并且$(e_1,e_2)\in z$；

(3)对任意的角色名 $r\in N_R$，如果$(d_1,d_2)\in Z$，$(d_2,e_2)\in r^{I_2}$，那么存在 $e_2\in\Delta^{I_2}$，使得$(d_1,e_1)\in r^{I_1}$并且$(e_1,e_2)\in z$。

互模拟定义的条件(1)要求模型 I_1，I_2 在概念名的解释上保持一致性。条件(2)和(3)的几何解释如图1所示。

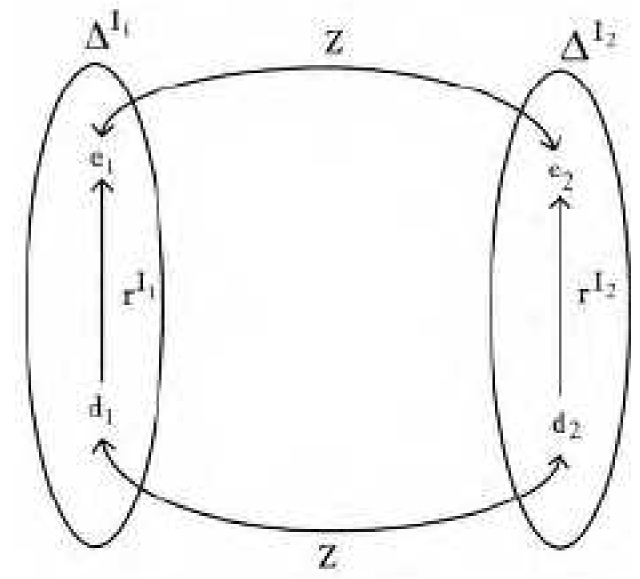

图1　互模拟定义几何解释

在上图中，I_1 中的元素 d_1 通过角色 r 与元素 e_1 建立联系，相应地，I_2 中与 d_1 有 z 关系的元素 d_2 也能通过 r 与元素 e_2 建立联系，并且 e_1，e_2 保持 z 关系。反过来，如果$(d_1,d_2)\in z$，并且 d_2 通过角色 r 与元素 e_2 建立联系，那么 d_1 也能通过 r 与元素 e_1 建立联系，并且 e_1，e_2 保持 z 关系。当 z 是连接 d_1 和 d_2 的互模拟，记作 $z:(I_1,d_1)\rightleftharpoons(I_2,d_2)$。

令 I 是一个描述逻辑 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的解释，$d\in\Delta^I$，C 是 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的一个概念。定义 $d^I=\{C|d\in C^I\}$，表示在解释 I 下，$\varepsilon\mathrm{VL}$ 中包含 d 的概念集。下面证明如果$(I_1,d_1)\rightharpoonup(I_2,d_2)$，那么 $d_1^{I_1}\subseteq d_2^{I_2}$。

命题1　任意给定两个描述逻辑 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 解释 I_1，I_2，对任意的 $d_1\in\Delta^{I_1}$，$d_2\in\Delta^{I_2}$，如果$(I_1,d_1)\rightleftharpoons(I_2,d_2)$，那么 $d_1^{I_1}=d_2^{I_2}$。

下面证明模拟关系满足传递性，即证明对任意的描述逻辑的解释 I_1，I_2，I_3，如果 $Z_1:I_1\rightharpoonup I_2$，$Z_2:I_2\rightharpoonup I_3$，那么 Z_1 与 Z_2 的复合关系是 I_1 到 I_3 的模拟关系。

命题2　任意给定描述逻辑 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的解释 I_1，I_2，I_3，如果 $Z_1:I_1\rightharpoonup I_2$，$Z_2:I_2\rightharpoonup I_3$，那么 $z_1\circ z_2=\{(d,d'')\mid$存在 d' 使得：$(d,d')\in Z_1$，$(d',d'')\in Z_2\}$是一个模拟关系。即，$Z_1\circ Z_2:I_1\rightharpoonup I_3$。

证明：对任意的概念名 A，令 $d\in A^{I_1}$，因为 $Z_1:I_1\rightharpoonup I_2$，所以 $d\in A^{I_2}$。又因为 $Z_2:I_2\rightharpoonup I_3$，所以 $d\in A^{I_3}$。

对任意的角色名 r，令$(d,d')\in Z_1$，$(d,e)\in r^{I_2}$，因为 $Z_1:I_1\rightharpoonup I_2$，所以存在 $e'\in\Delta^{I_2}$ 使得$(d',e')\in r^{I_2}$，$(e,e')\in Z_1$。再令$(d',d'')\in Z_2$，因为 $Z_2:I_2\rightharpoonup I_3$，所以存在 $e''\in\Delta^{I_3}$ 使得$(d'',e'')\in r^{I_3}$，$(e',e'')\in Z_2$。

由 $Z_1\circ Z_2$ 的定义，$Z_1\circ Z_2$ 是 I_1 到 I_3 的一个模拟关系。

命题3　任意给定描述逻辑 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的解释 I_1，I_2，令 $Z_1:I_1\rightharpoonup I_2$，$Z_2:I_1\rightharpoonup I_2$，那么 $Z=Z_1\cup Z_2$ 也是 I_1 到 I_2 的模拟关系。

证明：令$(d_1,d_2)\in z$，则有$(d_1,d_2)\in z_1$或$(d_1,d_2)\in z_2$。对任意的概念名 A，若 $d_1\in A^{I_1}$，因为 $Z_1:I_1\rightharpoonup I_2$，所以 $d_2\in A^{I_2}$。又因为 $Z_2:I_1\rightharpoonup I_2$，所以 $d_2\in A^{I_2}$。综合可知满足定义6中的条件(1)。

对任意的角色名 r，令$(d_1,e_1)\in r^{I_1}$，因为 $Z_1:I_1\rightharpoonup I_2$，所以存在 $e_2\in\Delta^{I_2}$ 使得$(d_2,e_2)\in r^{I_2}$，$(e_1,e_2)\in z_1$。又因为 $Z_2:I_1\rightharpoonup I_2$，所以存在 $e'_2\in\Delta^{I_2}$，取 $e'_2=e_2$ 使得$(d_1,e_2)\in r^{I_2}$，$(e_1,e_2)\in z_2$。综合有$(e_1,e_2)\in z_1\cup z_2$，满足定义6中的条件(2)。

定理1[10]　σ 是描述逻辑 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 中的一个非逻辑符号集，$d^{\Sigma,\mathrm{I}}=\{C|d\in C^{\mathrm{I}}$且 $sig(C)\subseteq\Sigma\}$任意给定两个解释 I_1，I_2 对任意的 $d_1\in\Delta^{\mathrm{I}_1}$，$d_2\in\Delta^{\mathrm{I}_2}$，如果 $\mathrm{S}:\mathrm{I}_1\rightarrow\mathrm{I}_2$，那么 $d_1^{\Sigma,\mathrm{I}_1}\subseteq d_2^{\Sigma,\mathrm{I}_2}$。

4　$\varepsilon\mathrm{VL}$ 典范模型构造

在上述模拟的基础上，下面给出 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的典范模型构造方法，证明由概念 C 和 Tbox T 构造的典范模型是 T 的模型，得到典范模型与模拟之间的关系。

定义7　任意给定 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 概念 C 和 Tbox T，$\varepsilon\mathrm{VL}$ 的典范模型 $\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}=(\Delta^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}},\cdot^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}})$定义如下：

(1)$\Delta^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}}=sub(C)\cup sub(\mathrm{T})$；

(2)对原子概念 $A\in N_C$，$d\in A^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}}$当且仅当 $\mathrm{T}\models D\sqsubseteq A$，其中 $D\in sub(C)\cup sub(\mathrm{T})$；

(3)给定一个基本角色 $R\in N_R$，对于任意的 $E\in D_1^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}}$ 都有 $\mathrm{T}\models D\sqsubseteq\forall R.D_1$，其中 D，$\forall R.D_1\in sub(C)$，或者 $\forall R.D_1$ 是 D 的一个合取部分，即：

$D\equiv\forall R.D_1\sqcap F$，$F\in sub(C)\cup sub(\mathrm{T})$。

命题4[10]　令 C 是 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的概念，T 是 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的一个 Tbox T，那么对任意的 $E\in\Delta^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}}$ 都有：$E\in E^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}}$。

命题5[10]　令 C 是在 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的概念，T 是在 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 一个 Tbox T，对任意的概念，$D\in\Delta^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}}$ 和 $E\in sub(C)\cup sub(\mathrm{T})$ 时，$D\in\Delta^{\mathrm{I}_{C,\mathrm{T}}}$ 当且仅当 $\mathrm{T}\models D\sqsubseteq E$。

5　$\varepsilon\mathrm{VL}$ 的保守扩充

保守扩充在本体设计和本体集成中扮演着重要的角色，它可形式地精练本体、可靠地进行本体合并以及在本体内部进行本体模块化。保守扩充推理最基本的任务是判定一个本体是否是另一个本体的保守扩充。保守扩充定义如下。

定义8　令 T_1，T_2 是在 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的2个 Tbox，若对于任意的2个 $sig(\mathrm{I}_1)$的概念 C，D，$\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2\models C\sqsubseteq D$ 时，$\mathrm{T}_1\models C\sqsubseteq D$ 也成立，则称 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 是 T_1 的保守扩充。

若 $sig(\mathrm{T}_1)$概念 C，D 满足 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2\models C\sqsubseteq D$，但 $\mathrm{T}_1\not\models C\sqsubseteq D$，此时 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 不是 T_1 的保守扩充，并且称 $C\sqsubseteq D$ 是一个见证包含术语，C，D 是见证概念。

综上，要判断 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 是 T_1 的保守扩充，需要说明包含术语 $C\sqsubseteq D$，且 C，D 是 $sig(\mathrm{T}_1)$概念，在 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 中的所有模型都满足，并且在 T_1 中的所有模型也满足才能说明是保守扩充。这样，判断扩充工作量比较大。在定义中，如果扩充后的 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 不是原来 T_1 的保守扩充，只需找到一个原 T_1 的见证包含术语即可，若找不到这样的包含术语，则是保守扩充的。在给出如何见证包含术语之前，先引入一个定义。

定义9　令 T_1，T_2 是 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的2个 Tbox，C 是 $sig(\mathrm{T}_1)$的概念，D 是 $sig(\mathrm{T}_1)\cup sig(\mathrm{T}_2)$的概念，称概念 C 蕴含于概念 D，记为 $C\Rightarrow_1 D$，若对于 $sig(\mathrm{T}_1)$的概念 E 且 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2\models \mathrm{D}\sqsubseteq\mathrm{E}$ 时，有 $\mathrm{T}_1\models C\sqsubseteq E$。

定理2　$\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 不是 T_1 的保守扩充，当且仅当存在一个 $sig(\mathrm{T}_1)$的概念 C 及 $sig(\mathrm{T}_1)\cup sig(\mathrm{T}_2)$的概念 D，使得以下命题成立：

①$\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2\models C\sqsubseteq D$；

②$C\not\Rightarrow_1 D$；

③概念 C 的出度被$|\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2|$长度所限制。

证明："⇒"：假设①－③被满足，由②存在 $sig(\mathrm{T}_1)$的概念

E,使得 $T_1\cup T_2\models D\sqsubseteq E$,但是 $T_1\not\models C\sqsubseteq E$。由①,有 $T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq E$,又由于 C,E 都为 $sig(T_1)$ 的概念,所以 $T_1\cup T_2$ 不是 T_1 的保守扩充。

"$\Leftarrow$":假设 $T_1\cup T_2$ 不是 T_1 的保守扩充,对给出的概念 C,D,若 $C\sqsubseteq D$ 是见证包含术语及 $D\in sig(T_1)$ 并且 D 的概念长度是最简的,那么 D 概念长度是最小的,由定理 1 及命题 4,$T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq\forall R.D_1$ 或 $T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq\exists R.D_1$ 分别蕴涵下面两种情况之一:

(1)若 $T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq\forall R.D_1$,则有,

(a)C 有形如 $\forall R.C_1$ 的子概念,使得 $T_1\cup T_2\models C_1\sqsubseteq D_1$ 成立;

(b)存在 $\forall R.C_1\in sub(T_1\cup T_2)$,使得 $T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq\forall R.C_1$ 及 $T_1\cup T_2\models C_1\sqsubseteq D_1$ 成立。

(2)若 $T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq\exists R.D_1$,则有,

(a′)C 有形如 $\exists R.C_1$ 的子概念,使得 $T_1\cup T_2\models C_1\sqsubseteq D_1$ 成立;

(b′)存在 $\exists R.C_1\in sub(T_1\cup T_2)$,使得 $T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq\exists R.C_1$ 及 $T_1\cup T_2\models C_1\sqsubseteq D_1$。

若(a)或(a′)成立,与 D 的概念长度是最小的矛盾;若(b)或(b′)成立,用 C 及 $\forall R.C_1$ 和 $\exists R.C_1$ 替换 D,由定理 2 的①有 $T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq\forall R.C_1$ 和 $T_1\cup T_2\models C\sqsubseteq\exists R.C_1$;由定理 2 的②有 $T_1\cup T_2\models\forall R.D_1$,$T_1\cup T_2\models\forall R.C_1\sqsubseteq\forall R.D_1$,所以 $C\not\Rightarrow_1 D$。

在定理 2 中,根据模拟关系和典范模型知道两个概念 C,D 是否满足蕴含式 $C\Rightarrow_1 D$ 是语法的,并且在多项式时间内是可判定的。

下面按概念 C 的角色深度[7]根据 $_{\varepsilon}\mathrm{VL}$ 概念进行分类,并给出相应的标准形式。$_{\varepsilon}\mathrm{VL}$ 中的概念按角色深度分类如下。

(1)$_{\varepsilon}\mathrm{VL}$ 中角色深度为 0 的概念,标准形式为 $C\equiv D_1\sqcap D_2\sqcap\cdots\sqcap D_n$ 和 $C\equiv D_1\sqcup D_2\sqcup\cdots\sqcup D_n$,其中 D_i 为 Σ 中的概念名,为书写方便简记为 $C\equiv F_0$。

(2)$_{\varepsilon}\mathrm{VL}$ 中角色深度为 1 的概念,标准形式为 $C\equiv F_0\sqcap\bigsqcap_{(r,E)\in p}\forall r.E$ 和 $C\equiv F_0\sqcup\bigsqcup_{(r,E)\in p}\exists r.E$,其中 $\bigsqcap_{(r,E)\in p}\forall r.E$ 及 $\bigsqcup_{(r,E)\in p}\exists r.E$ 为满足概念 C 的出度的条件,且 E 的角色深度为 0。

(3)$_{\varepsilon}\mathrm{VL}$ 中角色深度为 n 的概念,标准形式为 $C\equiv F_0\sqcap\bigsqcap_{(r,E)\in p}\forall r.E$ 和 $C\equiv F_0\sqcup\bigsqcup_{(r,E)\in p}\exists r.E$,其中 $\bigsqcap_{(r,E)\in p}\forall r.E$ 及 $\bigsqcup_{(r,E)\in p}\exists r.E$ 为满足概念 C 的出度的条件,且 E 的角色深度为 $n-1$。

上面的分类方便我们按概念 C 的角色深度从小到大地遍历 $_{\varepsilon}\mathrm{VL}$ 概念来寻找见证概念[9],同时可以给出算法停机的条件,当检查 $_{\varepsilon}\mathrm{VL}$ 中足够长的概念,即当概念 C 的角色深度为某个预先给定值时停机。为了获得停机条件且避免处理 2 指数长度概念,我们的算法不直接构造待检测概念 C,而是根据定理 2 构造一个与 C 有关的四元组来刻画 C:

$$C^{\#}=(F,K_{T_1}(C),K_{T_2}(C),K_{T_1,T_2}(C))$$

其中,F 是 Σ 中的概念名的并(如果这样的 F 不存在,那么取 F 为 $\perp$ 概念),并且

$$K_T(C)=\{D\in sub(T)\mid T\models C\sqsubseteq D\}$$

$$K_{T_1,T_2}(C)=\{D\in sub(T_1\cup T_2)\mid |T|=C\sqsubseteq D,C\not\Rightarrow_1 D\}$$

其中,$C\not\Rightarrow_1 D$ 所表达的意思是对所有 $_{\varepsilon}\mathrm{VL}\text{-}sig(T_1)$ 的概念 E,$T_1\cup T_2\models D\sqsubseteq E$ 但是 $T_1\not\models C\sqsubseteq E$。下面设计判定 $T_1\cup T_2$ 不是 T_1 的保守扩充,即寻找见证的算法如下。

算法 1 保守扩充的判定算法

输入:描述逻辑 $_{\varepsilon}\mathrm{VL}$ 的 2 个 Tbox T_1,T_2;

输出:

(1)$T_1\cup T_2$ 不是 T_1 的保守扩充;

(2)如果 $N_{i+1}=N_i$,则输出 $T_1\cup T_2$ 是 T_1 的保守扩充。

Step1 计算由 $_{\varepsilon}\mathrm{VL}\text{-}sig(T_1)$ 中概念名的并决定的四元组的集合 N_0。

Step2 检测四元组的集合 N_0,如果 N_0 包含一个四元组(F,Q_1,Q_2,Q_3)使得 $Q_2/Q_3\neq\emptyset$,那么输出 $T_1\cup T_2$ 不是 T_1 的保守扩充。

Step3 通过递归的方法产生一系列的四元组的集合 N_i,$N_{i+1}=N_i\cup N_i'$,其中,N_0 由 Step1 产生,$N_i'=(F_0,F_1,F_2,F_3)$,F_0 是 $_{\varepsilon}\mathrm{VL}\text{-}sig(T_1)$ 中的概念名的并,$Q\subseteq(N_R\cup sig(T_1))\times N_i$,且集合 Q 的势不超过 $T_1\cup T_2$,F_i 的形式如下:

$F_1=K_{T_1}(F_0\sqcap\bigsqcap_{(r,(F,Q_1,Q_2,Q_3))\in Q}\forall R.(\bigsqcap_{D\in Q_2}D)$;

$F_1'=K_{T_1}(F_0\sqcup\bigsqcup_{(r,(F,Q_1,Q_2,Q_3))\in Q}\exists R.(\bigsqcup_{D\in Q_2}D)$;

$F_2=K_{T_1\cup T_2}(F_0\sqcap\bigsqcap_{(r,(F,Q_1,Q_2,Q_3))\in Q}\forall R.(\bigsqcap_{D\in Q_2}D)$;

$F_2'=K_{T_1\cup T_2}(F_0\sqcup\bigsqcup_{(r,(F,Q_1,Q_2,Q_3))\in Q}\exists R.(\bigsqcup_{D\in Q_2}D)$;

$F_3=\{D\mid D\in sub(T_1\cup T_2)$。

由定理 2 的①对所有 $A\in sig(T_1)$,$A\in K_{T_1\cup T_2}(D)$,则 $A\in F_1$;由定理 2 的②,如果$(D,D')\in r^{I_{D,T_1\cup T_2}}$ 且 $R\in sig(T_1)$,那么存在二元组(F_0,Q)使得 $D'\in Q_3$,或者存在 $\forall R.C'\in F_i$,$i=1,2,3$,且$(I_{D',T_1\cup T_2},D)\leqslant(I_{C',T_1},C')$。

Step4 检测每个 N_i,满足下列 2 个条件之一停机,并输出结果:

(1)如果 N_i 包含一个四元组(F,Q_1,Q_2,Q_3)使得 $Q_2/Q_3\neq\emptyset$,$T_1\cup T_2$ 不是 T_1 的保守扩充;

(2)如果 $N_{i+1}=N_i$,则输出 $T_1\cup T_2$ 是 T_1 的保守扩充。

6 算法分析

上面的算法通过遍历搜索不是保守扩充的见证概念,显然,算法 1 中的条件 $Q_2/Q_3\neq\emptyset$ 与定理 2 中的①和②是一致的,而且典型模型的构造是多项式时间内完成的。下面的定理保证所提算法的可靠性。

定理 3 设(F_0,F_1,F_2,F_3)是由算法 1 中的 F_0,Q 决定的四元组,令每一个$(R,q)\in Q$,$C_{R,q}$ 是由 q 决定的概念,那么 $C=F_0\sqcap\bigsqcap_{(Q,R)\in Q}\forall R.C_{R,q}D$ 决定四元组(F_0,F_1,F_2,F_3)。

证明:设(F_0,F_1,F_2,F_3)和 C 为算法 1 给出的四元组和概念 C,F_0 是 $_{\varepsilon}\mathrm{VL}\text{-}sig(T_1)$ 中的概念名的并,对 F_0 的要求是显然的;对所有 Tbox T 和概念 $C'=F_0'\sqcap\bigsqcap_{(R,E)}\forall R.E$ 其中 F_0' 是概念名的交,那么 $K_T(C')=K_T(F_0'\sqcap\bigsqcap_{(R,E)}\forall R.E(\bigsqcap_{D\in K_{T(E)}}D)$ 正是我们需求的 F_1 和 F_2,对于 F_3,固定 $D\in sub(T_1\cup T_2)$,由定理 2,$C\Rightarrow_1 D$ 当且仅当$(I_{D',T_1\cup T_2},D)\leqslant(I_{C,T_1},C)$,由模拟的定义,检测 $C\Rightarrow_1 D$ 是否满足的问题等价于检测下面 2 个条件:

(1)对于所有的概念 A,若 $A\in sig(T_1)$ 及 $A\in K_{T_1\cup T_2}(D)$,那么 $A\in K_{T_1}(C)$;

(2)如果对所有的 $R\in sig(T_1)$,那么存在 D',使得$(D,D')\in R^{I_{D,T_1\cup T_2}}$,且存在 C',使得$(C,C')\in R^{I_{C,T_1}}$。

对于(1)的检测,有 $K_{T_1}(C)=F_1$;对(2)的情形,由$(C,C')\in R^{I_{C,T_1}}$ 及典型模型的定义,又有 $C=\forall R\cdot C'\sqcap E$ 或 $\forall R\cdot C'\in K_{T_1}(C)$ 两种情形:

1)对 $C=\forall R.C'\sqcap E$ 的情形,令 $C'=C_{R,q}$ 及$(R,q)\in Q$,所以 $C\Rightarrow_1 D$ 当且仅当 D' 是 q 的第四元的一个元素,这是定理 2 的①的情形;

2)对 $\forall R.C'\in K_T(C)$ 的情形,因为 $\forall R\cdot C'\in sub(T_1)$。这是定理 2 的②的情形。证毕。

(下转第 115 页)

IEEE Transactions on Image Processing,1997,6(4):574-583
[28] Mese M,Vaidyanathan P P. Look up table Method for inverse halftoning[J]. IEEE Trans. on Images Processing, 2000, 10 (10):1566-1578
[29] Mese M,Vaidyanathan P P. Template selection for LUT inverse halfloning and application to color halftones[J]. IEEE International Conf. on Acoustics,Speech,and Signal Processing,2000,4 (4):2290-2293
[30] Mese M,Vaidyanathan P P. New methods for digital halftoning and inverse halftoning[J]. Proc. of SPIE-The International Society for Optical Engineering,2001,46(63):278-292
[31] Kong Y P,Zeng P. Inverse Halftoning for Error Diffusion Based on Pattern Recognition and Look-up Table[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2004,25(S4):177-181
[32] Chang P C,Yu C S,Lee T H. Hybrid LMS-MMS inverse halftoning technique[J]. IEEE Trans. on Images Processing,2001, 10(1):95-103
[33] Mese M,Vaidyanathan P P. Tree-structured method for LUT inverse halftoning and for image halftone[J]. IEEE Trans. on Images Processing,2002,11(6):644-655
[34] Mese M,Vaidyanathan P P. Recent advances in digital halftoning and inverse halftoning methods[J]. IEEE Trans. on Circuits and Systems Fundamental Theory and Applications,2002,49 (6):790-805
[35] Chung K L,Wu S T. Inverse halftoning algorithm using edge-based look up table approach[J]. IEEE Trans. on Images Processing,2005,14(10):1583-1589
[36] Glen W E,et al. Image system based on psychophysical data[J]. SID,1985,26(1):71-78
[37] 周景超,戴汝为,肖柏华. 图像质量评价研究综述[J]. 计算机科学,2008,35(7):1-4
[38] Damera-Venkata N,Kite T D,Geisler W S,et al. Image quality assessment based on a degradation model[J]. IEEE Signal Processing Society,2000,9(4):636-650
[39] Damera-Venkata V N,Kite T D,Venkataraman M,et al. Fast blind inverse halftoning[J]. Proceeding of International Conference on Image Processing,1998,2(2):64-68
[40] Shen M Y,Kuo C C J. A robust nonlinear filtering approach to inverse halftoning[J]. Journal of Visual Communication and Image Reprentation,2001,12(1):84-95

(上接第 86 页)

推论 1　设(F_0,F_1',F_2',F_3)是由算法 1 中的 F_0,Q 决定的四元组，令每一个$(R,q)\in Q$，$C_{R,q}$是由 q 决定的概念，那么 $C=F_0\sqcup\bigsqcup_{(Q,R)\in Q}\exists R.C_{R,q}D$ 决定四元组(F_0,F_1,F_2',F_3)。

对于算法的复杂性，假设 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 不是 T_1 的保守扩充，由定理 1 存在出度不超过$|\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2|$的概念 C 及 $D\in sub(\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2)$ 使得 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2\models C\sqsubseteq D$，但是 $C\not\Rightarrow_1 D$。如果 C 是角色深度为 0 的 $\varepsilon\mathrm{VL}\text{-}sig(\mathrm{T}_1)$ 中的概念，那么算法的 Step1 输出 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 不是 T_1 的保守扩充。下面考虑 C 是角色深度为 $n\geqslant 1$ 的情形，由定理 3 及推论 1，容易给出由角色深度小于 i 的概念 C 的子概念决定的所有四元组的集合 N_i，因此，当计算到某个 $N_i,i\leqslant n$，那么可以判断并输出 $\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2$ 不是 T_1 的保守扩充。

对于算法 1 的计算复杂度，由定理 3，在 $\varepsilon\mathrm{VL}\text{-}sig(\mathrm{T}_1)$ 中角色深度为 0 的概念 $\varepsilon\mathrm{VL}\text{-}sig(\mathrm{T}_1)$ 中概念名的并能够在多项式时间内计算，因此算法的 Step1 及 Step2 均可在指数时间内完成，对于 Step3 中四元组(F,Q_1,Q_2,Q_3)的数量被 $2^{4|\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2|}$ 限制，其中 F_0 是 $\varepsilon\mathrm{VL}\text{-}sig(\mathrm{T}_1)$ 中角色深度为 0 的概念，$Q_i\subseteq sub(C)$。对某些 $i\leqslant 2^{4|\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2|}$，有 $N_i=N_{i+1}$，因为对 N_{i+1} 检测在 N_i 的指数时间内完成：首先二元组(F_0,Q)的数量、角色深度为 0 的概念的长度及集合 Q 的势都不超过$|\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2|$；其次计算由 F_0 和 Q 决定的四元组(F_0,F_1,F_2,F_3)和(F_0,F_1',F_2',F_3)也是$|\mathrm{T}_1\cup\mathrm{T}_2|$的多项式时间内完成的，因此算法在指数时间内停机。

结束语　本文主要研究了描述逻辑 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 在非循环 Tbox 下的推理及其相应的保守扩充问题，将 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 中的包含推理问题转换为典范模型的模拟问题，由典范模型之间的最大模拟是多项式时间复杂的这一性质，给出了包含推理问题的复杂性。进一步构建了的典范模型，提出描述逻辑 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的保守扩充，并证明了 $\varepsilon\mathrm{VL}$ 的保守扩充的判定算法是指数时间复杂的。不同形式的 Tbox，比如空 Tbox、非循环的概念定义式 Tbox、循环的概念定义式 Tbox、一般概念包含 Tbox 和混合 Tbox 等，会影响推理问题的算法结构及相应的推理复杂性。$\varepsilon\mathrm{VL}$ 含循环 Tbox 和混合 Tbox 下的保守扩充问题将是我们下一步的工作。

参考文献

[1] 唐素勤,蔡自兴,王驹,等. 基于最大不动点模型的描述逻辑系统 FLE 的有穷基[J]. 计算机研究与发展,2010,47(9):1514-1521
[2] 孙晋永,古天龙,常亮. 基于描述逻辑的事例推理综述[J]. 计算机科学,2014,41(11):1-6,39
[3] 蒋运承,唐素勤,王驹,等. 带传递关系和存在量词的描述逻辑 MSC 推理[J]. 计算机研究与发展,2009,46(6):979-987
[4] Antoniou G,Kehagias A. On the refinement of ontologiess [J]. International Journal of Intelligent System,2000,15(7):623-632
[5] Lutz C, Wolter F. Deciding inseparability and conservative extensions in the description logic EL [J]. Journal of Symbolic Computation,2010,45(2):194-228
[6] Ghilardi S,Lutz C,Wolter F. Did I damage my ontology?[C]// Int Conf on Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Menlo Park,CA:AAAI Press,2006:187-197
[7] Lutz C,Walther D,Wolter F. Conservative extensions in expressive description logics[C]// Proc of the 20th Int Conf on Artificial Intelligence. San Francisco. CA: Morgan Kaufmann Publishers,2007:453-458
[8] Lutz C, Wolter F. Deciding inseparability and conservative extensions in the description logic EL [J]. Journal of Symbolic Computation,2010,45(2):194-228
[9] 聂登国. 描述逻辑系统 VL 的保守扩充[D]. 桂林:广西师范大学,2012
[10] 聂登国,康旺强,曹发生,等. 描述逻辑 FL−θ 的包含推理及其保守扩充[J]. 计算机研究与发展,2015(1):221-228
[11] 康旺强. 轻量级描述逻辑 FL 的保守扩充[D]. 桂林:广西师范大学,2012
[12] 申宇铭,王驹,唐素勤. 描述逻辑 εLU 概念及术语公理集的表达能力刻画[J]. 软件学报,2014(8):1794-1805
[13] 王驹,蒋运承,申宇铭. 描述逻辑系统 VL 循环术语集的可满足性及推理机制[J]. 中国科学信息科学,2009,39(2):205-211
[14] 申宇铭,文习明,王驹. 描述逻辑 FL−θ 概念及术语公理集的表达能力刻画[J]. 计算机科学,2014,41(12):206-210,215