

Mamdani 模糊推理算法的直觉化扩展

王 坚 史朝辉 郭新鹏 李伟平
(空军工程大学防空反导学院 西安 710051)

摘 要 对 Mamdani 模糊推理算法进行了直觉化扩展。首先将 Mamdani 定义的模糊关系 R_c 进行直觉化扩展, 然后推出了其对应的直觉模糊取式推理算法和直觉模糊拒式推理算法, 最后以具体算例叙述了推理计算过程中的细节, 验证了该方法的正确性和有效性依据直觉准则对其性能进行了评价。

关键词 模糊集合, 直觉模糊, 逻辑推理

中图法分类号 TP182 文献标识码 A

Intuitionistic Extension of Mamdani Fuzzy Reasoning Arithmetic

WANG Jian SHI Zhao-hui GUO Xin-peng LI Wei-ping

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract Mamdani fuzzy reasoning arithmetic was intuitively extended in this paper. Firstly, the fuzzy relation (FR) of R_c which was defined by Mamdani was intuitively extended. Secondly, the intuitionistic fuzzy generalized modus ponens formulas and intuitionistic fuzzy generalized modus tollens formulas of IFR R_c were deduced. Finally, an instance was given to depict the detail of logic reasoning and computing and prove the validity of this method, and the performance of this method was evaluated by intuitionistic rules.

Keywords Fuzzy sets, Intuitionistic fuzzy, Logic reasoning

保加利亚学者 K. Atanassov 于 1986 年在对 Zadeh 模糊集理论进行扩充的基础上, 提出了直觉模糊集 (Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS) 的概念, 并系统地提出和定义了 IFS 及其一系列运算和定理^[1-5]; 随后 Atanassov 本人和其他许多学者对 IFS 理论及应用又进行了大量研究^[6-9]。近年来, 有关 IFS 理论及其在逻辑规划、机器学习、医疗诊断、目标识别和智能决策等诸多领域中的应用研究已引起人们的高度重视, 并取得了丰硕成果。如何对传统模糊推理算法进行直觉化扩展, 并对扩展后的模糊推理算法进行评价, 已经成为 IFS 实际应用中需要研究的问题。本文对 Mamdani 模糊推理算法进行直觉化扩展, 并对其扩展后的算法进行性能评价。

1 Mamdani 模糊推理算法的直觉化扩展

Mamdani 提出了一个称为条件命题的最小运算规则来构造模糊关系, 记为 R_c , 将 R_c 定义为:

$$R_c = A \times B = \int_{x \times y} \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) / (x, y) \quad (1)$$

对于肯定前件式, 采用“ $\vee - \wedge$ ”合成规则的 Mamdani 模糊逻辑推理基本形式算法为:

$$\begin{aligned} B_c' &= A' \circ R_c \\ &= A' \circ (A \times B) \\ &= \int_Y \bigvee_{x \in X} (\mu_{A'}(x) \wedge (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))) / y \end{aligned} \quad (2)$$

对于肯定后件式, 采用“ $\vee - \wedge$ ”合成规则的 Mamdani 模糊逻辑推理基本形式算法为:

$$\begin{aligned} A_c' &= R_c \circ B' \\ &= (A \times B) \circ B' \\ &= \int_X \bigvee_{y \in Y} ((\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \wedge \mu_{B'}(y)) / x \end{aligned} \quad (3)$$

将 Mamdani 定义的模糊关系 R_c 进行直觉化扩展, 有

$$\begin{aligned} R_c &= A \times B \\ &= \int_{X \times Y} \langle \mu_{R_c}(x, y), \gamma_{R_c}(x, y) \rangle / (x, y) \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\mu_{R_c}(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) \quad (5)$$

$$\gamma_{R_c}(x, y) = \gamma_A(x) \vee \gamma_B(y) \quad (6)$$

给定直觉模糊集 A' (表示前提) 和 $X \times Y$ 上的直觉模糊关系 $A \rightarrow B$ (表示规则), 可推出 V 上的一个直觉模糊集合 B' 。运用直觉模糊关系 R_c , 有:

$$B_c^* = B' = A' \circ R_c \quad (7)$$

即

$$\mu_{B_c^*}(y) = \bigvee_{x \in X} (\mu_{A'}(x) \wedge (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))) \quad (8a)$$

$$\gamma_{B_c^*}(y) = \bigwedge_{x \in X} (\gamma_{A'}(x) \vee (\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y))) \quad (8b)$$

式(7)、式(8a)和式(8b)为运用直觉模糊关系 R_c 的直觉模糊取式推理合成计算公式。

给定直觉模糊集 B' (表示前提) 和 $X \times Y$ 上的直觉模糊关系 $A \rightarrow B$ (表示规则), 可推出 V 上的一个直觉模糊集合 A' 。运用直觉模糊关系 R_c , 有:

$$A_c^* = A' = R_c \circ B' \quad (9)$$

本文受国家自然科学基金(61503407)资助。

王 坚(1982—), 男, 硕士, 讲师, 主要研究方向为智能信息处理、数据管理, E-mail: 26471375@qq.com; 史朝辉(1974—), 男, 硕士, 讲师, 主要研究方向为智能信息处理、软件工程。

即

$$\mu_{A_c}^*(x) = \bigvee_{y \in Y} ((\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \wedge \mu_{B'}(y)) \quad (10a)$$

$$\gamma_{A_c}^*(x) = \bigwedge_{y \in Y} ((\gamma_A(x) \vee \gamma_B(y)) \vee \gamma_{B'}(y)) \quad (10b)$$

式(9)、式(10a)和式(10b)为运用直觉模糊关系 R_c 的直觉模糊拒式推理合成计算公式。

2 算例研究

下面以实际算例进一步说明和验证运用直觉模糊关系 R_c 的 Mamdani 直觉模糊推理方法的推理计算过程,并对其性能进行分析。

例 已知 $A, A' \in IFS(X), B \in IFS(Y), X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}, Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$ 。已知规则:若 x 是 A 则 y 是 B ,求运用直觉模糊关系 R_c ,若 x 是 A' 则 y 是 B' 的结果,性能分析依据直觉准则^[10]如表 1、表 2 所列。假定

$$\begin{aligned} A &= \langle 1, 0 \rangle / x_1 + \langle 0.5, 0.4 \rangle / x_2 + \langle 0.33, 0.6 \rangle / x_3 + \langle 0.25, \\ &\quad 0.65 \rangle / x_4 + \langle 0.2, 0.7 \rangle / x_5 \\ B &= \langle 0.2, 0.7 \rangle / y_1 + \langle 0.4, 0.9 \rangle / y_2 + \langle 0.6, 0.3 \rangle / y_3 + \\ &\quad \langle 0.8, 0.1 \rangle / y_4 + \langle 1, 0 \rangle / y_5 \end{aligned}$$

$$R_c = \begin{bmatrix} \langle 0.2, 0.7 \rangle & \langle 0.4, 0.5 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.8, 0.1 \rangle & \langle 1, 0 \rangle \\ \langle 0.2, 0.7 \rangle & \langle 0.4, 0.5 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle \\ \langle 0.2, 0.7 \rangle & \langle 0.33, 0.6 \rangle & \langle 0.33, 0.6 \rangle & \langle 0.33, 0.6 \rangle & \langle 0.33, 0.6 \rangle \\ \langle 0.2, 0.7 \rangle & \langle 0.25, 0.65 \rangle & \langle 0.25, 0.65 \rangle & \langle 0.25, 0.65 \rangle & \langle 0.25, 0.65 \rangle \\ \langle 0.2, 0.7 \rangle & \langle 0.2, 0.7 \rangle & \langle 0.2, 0.7 \rangle & \langle 0.2, 0.7 \rangle & \langle 0.2, 0.7 \rangle \end{bmatrix}$$

根据直觉模糊算子的定义,由 A 可得:

very A

$$\begin{aligned} &= \int_x \frac{\langle [\mu_A(x)]^2, 1 - [1 - \gamma_A(x)]^2 \rangle}{x} \\ &= \{ \langle 1, 0 \rangle \langle 0.25, 0.64 \rangle \langle 0.11, 0.84 \rangle \langle 0.06, 0.88 \rangle \\ &\quad \langle 0.04, 0.91 \rangle \} \end{aligned}$$

more or less A

$$\begin{aligned} &= \int_x \frac{\langle [\mu_A(x)]^{\frac{1}{2}}, 1 - [1 - \gamma_A(x)]^{\frac{1}{2}} \rangle}{x} \\ &= \{ \langle 1, 0 \rangle \langle 0.71, 0.23 \rangle \langle 0.57, 0.37 \rangle \langle 0.5, 0.41 \rangle \\ &\quad \langle 0.45, 0.45 \rangle \} \end{aligned}$$

$$\text{not } A = \int_x \frac{\langle \gamma_A(x), \mu_A(x) \rangle}{x}$$

$$= \{ \langle 0, 1 \rangle \langle 0.4, 0.5 \rangle \langle 0.6, 0.33 \rangle \langle 0.65, 0.25 \rangle \langle 0.7, 0.2 \rangle \}$$

not very A

$$\begin{aligned} &= \int_x \frac{\langle 1 - [1 - \gamma_A(x)]^2, [\mu_A(x)]^2 \rangle}{x} \\ &= \{ \langle 0, 1 \rangle \langle 0.64, 0.25 \rangle \langle 0.84, 0.11 \rangle \langle 0.88, 0.06 \rangle \\ &\quad \langle 0.91, 0.04 \rangle \} \end{aligned}$$

not more or less A

$$\begin{aligned} &= \int_x \frac{\langle 1 - [1 - \gamma_A(x)]^{\frac{1}{2}}, [\mu_A(x)]^{\frac{1}{2}} \rangle}{x} \\ &= \{ \langle 0, 1 \rangle \langle 0.23, 0.71 \rangle \langle 0.37, 0.57 \rangle \langle 0.41, 0.5 \rangle \\ &\quad \langle 0.45, 0.45 \rangle \} \end{aligned}$$

由 B 得:

$$\begin{aligned} \text{very } B &= \int_y \frac{\langle [\mu_B(y)]^2, 1 - [1 - \gamma_B(y)]^2 \rangle}{y} \\ &= \{ \langle 0.04, 0.91 \rangle \langle 0.16, 0.75 \rangle \langle 0.36, 0.51 \rangle \\ &\quad \langle 0.64, 0.19 \rangle \langle 1, 0 \rangle \} \end{aligned}$$

表 1 直觉准则(GMP)

	x is A' (小前提)	y is B' (结论)
原则 I	x is A	y is B
原则 II	x is very A	y is very B
		y is B
原则 III	x is more or less A	y is more or less B
		y is B
原则 IV	x is not A	y is unknown
		y is not B

表 2 直觉准则(GMT)

	y is B' (小前提)	x is A' (结论)
原则 V	y is not B	x is not A
原则 VI	y is not very B	x is not very A
原则 VII	y is not more or less B	x is not more or less A
原则 VIII	y is B	x is unknown
		x is A

解:根据直觉模糊关系 R_c 的定义,由 A, B 的直觉模糊集可以得到各种直觉模糊关系的直觉模糊矩阵。这里选取式(4)一式(10)的直觉模糊推理算法, R_c 的直觉模糊矩阵为:

more or less B

$$\begin{aligned} &= \int_y \frac{\langle [\mu_B(y)]^{\frac{1}{2}}, 1 - [1 - \gamma_B(y)]^{\frac{1}{2}} \rangle}{y} \\ &= \{ \langle 0.45, 0.45 \rangle \langle 0.63, 0.29 \rangle \langle 0.77, 0.16 \rangle \langle 0.89, \\ &\quad 0.05 \rangle \langle 1, 0 \rangle \} \end{aligned}$$

$$\text{not } B = \int_y \frac{\langle \gamma_B(y), \mu_B(y) \rangle}{y}$$

$$= \{ \langle 0.7, 0.2 \rangle \langle 0.5, 0.4 \rangle \langle 0.3, 0.6 \rangle \langle 0.1, 0.8 \rangle \langle 0, 1 \rangle \}$$

$$\text{not very } B = \int_y \frac{\langle 1 - [1 - \gamma_B(y)]^2, [\mu_B(y)]^2 \rangle}{y}$$

$$= \{ \langle 0.91, 0.04 \rangle \langle 0.75, 0.16 \rangle \langle 0.51, 0.36 \rangle \langle 0.19, 0.64 \rangle \langle 0, 1 \rangle \}$$

not more or less B

$$\begin{aligned} &= \int_y \frac{\langle 1 - [1 - \gamma_B(y)]^{\frac{1}{2}}, [\mu_B(y)]^{\frac{1}{2}} \rangle}{y} \\ &= \{ \langle 0.45, 0.45 \rangle \langle 0.29, 0.63 \rangle \langle 0.16, 0.77 \rangle \langle 0.05, \\ &\quad 0.89 \rangle \langle 0, 1 \rangle \} \end{aligned}$$

(1) Mamdani 直觉模糊取式推理算法

当 $A' = A$ 时:

$$\begin{aligned} B' &= A' \circ R_c \\ &= \{ \langle 0.2, 0.7 \rangle \langle 0.4, 0.5 \rangle \langle 0.6, 0.3 \rangle \langle 0.8, 0.1 \rangle \langle 1, 0 \rangle \} \\ &= B \end{aligned}$$

当 $A' = \text{very } A$ 时:

$$\begin{aligned} B' &= A' \circ R_c \\ &= \{ \langle 0.2, 0.7 \rangle \langle 0.4, 0.5 \rangle \langle 0.6, 0.3 \rangle \langle 0.8, 0.1 \rangle \langle 1, 0 \rangle \} \\ &= B \end{aligned}$$

当 $A' = \text{more or less } A$ 时:

(下转第 59 页)

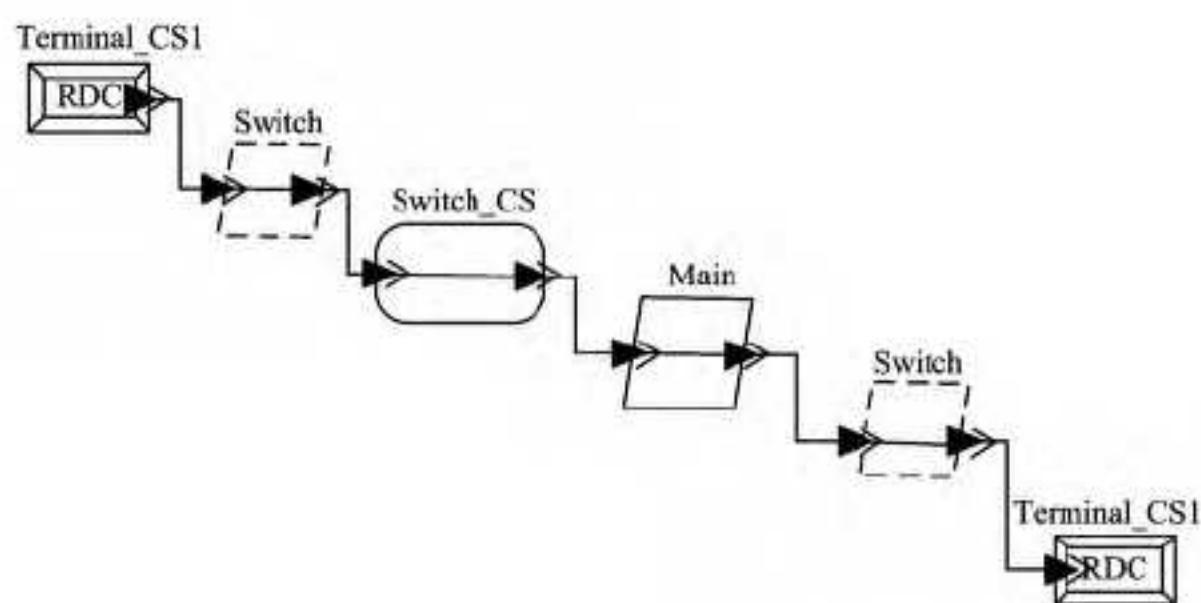


图9 端到端系统流分析

表2 数据分析

	源端	目的终端
IP	10.10.10.10	10.1.2.4
Mac	02:00:00:01:02:40	03:00:00:00:00:03

结束语 随着综合模块化航电系统的发展,航电系统的综合程度会进一步提高,因此如何实现对不同航电系统的构型控制变得更加重要。通过本文的分析,利用AADL语言实现了系统级的组件建模策略,层次化地描述了系统的架构。其模型可以表达系统的功能与非功能约束。在本文建模完成的基础上,利用AADL语言的扩展性,通过对组件的扩展,建立系统故障与测试之间的关系,从而描述系统的测试性。

(上接第45页)

$$\begin{aligned}
 B' &= A' \circ R_c \\
 &= \{ \langle 0.45, 0.45 \rangle \langle 0.63, 0.29 \rangle \langle 0.77, 0.16 \rangle \langle 0.89, \\
 &\quad 0.05 \rangle \langle 1, 0 \rangle \} \\
 &= \text{more or less } B
 \end{aligned}$$

当 $A' = \text{not } A$ 时:

$$\begin{aligned}
 B' &= A' \circ R_c \\
 &= \{ \langle 0.7, 0.2 \rangle \langle 0.5, 0.4 \rangle \langle 0.4, 0.5 \rangle \langle 0.4, 0.5 \rangle \langle 0.4, \\
 &\quad 0.5 \rangle \}
 \end{aligned}$$

根据直觉准则(GMP)可以得出:当 $A' = A$ 、 $A' = \text{very } A$ 、 $A' = \text{more or less } A$ 时, R_c 的性能较好;当 $A' = \text{not } A$ 时, R_c 性能比较差。

(2) Mamdani 直觉模糊拒式推理算法

当 $B' = \text{not } B$ 时:

$$\begin{aligned}
 A' &= R_c \circ B' \\
 &= \{ \langle 0.4, 0.5 \rangle \langle 0.4, 0.5 \rangle \langle 0.6, 0.33 \rangle \langle 0.65, 0.25 \rangle \\
 &\quad \langle 0.7, 0.2 \rangle \}
 \end{aligned}$$

当 $B' = \text{not very } B$ 时:

$$\begin{aligned}
 A' &= R_c \circ B' \\
 &= \{ \langle 0.51, 0.36 \rangle \langle 0.64, 0.25 \rangle \langle 0.84, 0.11 \rangle \langle 0.88, \\
 &\quad 0.06 \rangle \langle 0.91, 0.04 \rangle \}
 \end{aligned}$$

当 $B' = \text{not more or less } B$ 时:

$$\begin{aligned}
 A' &= R_c \circ B' \\
 &= \{ \langle 0.29, 0.63 \rangle \langle 0.29, 0.63 \rangle \langle 0.37, 0.57 \rangle \langle 0.41, 0.5 \rangle \\
 &\quad \langle 0.45, 0.45 \rangle \}
 \end{aligned}$$

当 $B' = B$ 时:

$$\begin{aligned}
 A' &= R_c \circ B' \\
 &= \{ \langle 1, 0 \rangle \langle 0.5, 0.4 \rangle \langle 0.33, 0.6 \rangle \langle 0.25, 0.65 \rangle \langle 0.2, \\
 &\quad 0.7 \rangle \}
 \end{aligned}$$

$= A$

根据直觉准则(GMT)可以得出:当 $B' = \text{not } B$ 、 $B' = \text{not}$

- ### 参 考 文 献
- [1] Feiler P H, Hundak J. developing. AAD-L for Control System: APractitioner's Guide (CMU/SEI-2007-TR-014) [M]. Pittsburgh, PA: Software Engineering Institute, Carnegie Mellon University, 2007
 - [2] 钱磊, 郁文生, 朱明华. 基于AADL的无线传感网络的建模与分析[J]. 计算机科学, 2012, 39(11): 424-427
 - [3] Feiler P H, Hansson J. Flow Latency Analysis with the Architecture Analysis and Design Language(AADL)[D]. Pittsburgh, PA: Software Engineering Institute, Carnegie Mellon University, 2007
 - [4] 李振松, 蒋志雄, 顾斌. AADL 模式转化设计方法研究[J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(12): 424-427
 - [5] 姜丽云. AFDX 网络关键技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013
 - [6] 杨阳. 基于AADL的车用嵌入式实时系统建模方法研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2012
 - [7] 殷锋社, 汤小明. 基于AADL的航空电子系统建模研究[J]. 舰船电子工程, 2013, 33(4): 88-89
 - [8] 刘玮, 李蜀瑜. AADL 的形式化研究[J]. 计算机技术与发展, 2013, 23(9): 43-45

$\text{very } B$ 、 $B' = \text{not more or less } B$ 时, R_c 的性能较差;当 $B' = B$ 时, R_c 性能比较好。

综合上述结果可以看出,无论是对于直觉模糊取式推理还是直觉模糊拒式推理,当 $A' = A$ 或者 $B' = B$ 时, R_c 都是性能比较好的直觉模糊关系。

结束语 本文的主要贡献是在对 Mamdani 模糊推理算法研究的基础上,对其进行了直觉化扩展,给出了模糊关系 R_c 对应的直觉模糊取式推理算法和直觉模糊拒式推理算法。然后以具体的算例验证了该方法的正确性和有效性,并依据直觉准则对其性能进行了评价。

参 考 文 献

- [1] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96
- [2] Atanassov K. More on intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33(1): 37-46
- [3] Atanassov K. New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 61(2): 137-142
- [4] Atanassov K. Intuitionistic Fuzzy Sets: Theory and Applications [M]. Heidelberg, Germany: Physical-Verlag, 1999
- [5] Atanassov K, Janusz K, Eulalia S, et al. On Separability of Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2003, 2715: 285-292
- [6] 雷英杰, 王宝树. 直觉模糊关系及其合成运算 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(2): 113-118
- [7] 郭智莲, 杨海龙, 王珏. 双论域上的直觉模糊概率粗糙集模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(7): 1828-1834
- [8] 郭庆, 殷明, 吴磊. 直觉模糊信息系统的优势关系及其约简[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(11): 2239-2243
- [9] 吴磊, 杨善林, 郭庆. 优势关系下直觉模糊目标信息系统的上近似约简[J]. 模式识别与人工智能, 2014, 27(4): 300-304
- [10] 王永庆. 人工智能原理与方法原理[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1998