第 43 卷 第 6A 期
2016 年 6 月
计 算 机 科 学
Computer Science
Vol. 43 No. 6A
June 2016

逻辑推理机制中的分配律

史 航 王宝山 吴美华
(北京航空航天大学数学与系统科学学院 北京 100191)

摘 要 分配律在经典逻辑推理机制中具有核心地位。量子逻辑不再具有经典逻辑中的分配律,从而也失去了经典逻辑推理机制,因此量子逻辑是否可称为逻辑备受人们质疑。指出了希尔伯特空间闭子空间刻画量子逻辑的不足,并深层次地分析了经典逻辑推理机制的内涵,利用正交模律取代经典逻辑中的分配律,可以实现量子逻辑的推理能力。最后,通过范畴理论中伴随函子的概念重新审视逻辑推理机制,使经典逻辑推理机制推广到更广泛的逻辑领域中。

关键词 分配律,推理机制,正交模律,伴随
中图法分类号 TP301,O141 **文献标识码** A

Distributive Law in Deduction Mechanism of Logic

SHI Hang WANG Bao-shan WU Mei-hua
(School of Mathematic and Systems Science,Beihang University,Beijing 100191,China)

Abstract It is well known that the distributive law plays a core role in deduction mechanism of classical logic. However, distributive law is abandoned in quantum logic, so that the classic deduction mechanism disappears from quantum, which spontaneously arises the debate whether the quantum logic can be called "logic"? In this paper, we introduced the defects of using closed subspaces of Hilbert space to describe quantum logic and deeply analyzed the deduction mechanism in classical logic. Further, the deduction mechanism can be established in quantum logic by using the orthomodular law instead of distributive law. In particular, the deduction mechanism can be renewed with adjunctions in category, which is a generalization of deduction mechanism in classical logic.

Keywords Distributive law, Deduction mechanism, Orthomodular law, Adjunctions

1 引言

经典逻辑是二值的命题演算与谓词演算,即狭义的数理逻辑,是计算机科学的逻辑基础。布尔逻辑作为经典逻辑的代表,包含 3 个原始逻辑连接词:"与"、"或"和"非"。布尔逻辑对应的代数结构是布尔格,它是典型的有补分配格。其蕴涵借助于"非"来定义,$x\rightarrow y=x'\vee y$。因为布尔格满足分配律,故 $x\wedge(x\rightarrow y)=x\wedge(x'\vee y)=(x\wedge x')\vee(x\wedge y)\leqslant y$,这是分离规则(modus ponens),体现了布尔逻辑的推理能力。直觉主义逻辑通常使用"与"、"或"、"蕴涵"作为原始逻辑连接词,它的"非"是由"蕴涵"间接定义的:$a':=a\rightarrow 0$。直觉主义逻辑对应的代数结构是 $Heyting$ 代数,也满足分配律。$b\wedge(b\rightarrow c)=b\wedge\bigvee\{a|a\wedge b\leqslant c\}=\bigvee\{b\wedge a\}\leqslant c$ 体现了直觉主义逻辑的推理能力。

Birkhoff 和 von. Neumann 对于量子逻辑给出了希尔伯特空间的解释[1]。量子逻辑是基于量子力学的命题演算[2],而与希尔伯特空间上的量子系统相联系的命题演算应与它的闭子空间上的演算一致,构成一个有正交补的模格,而模格中的元素对应所考虑系统中的命题。然而,由于希尔伯特空间的闭子空间形成有正交补的模格当且仅当该空间是有限维的,因此有正交补的模格这种模型具有很大的局限性。1937 年,K. Husimi 发现任意希尔伯特空间的投射算子集满足比模律更弱的正交模律。随后,I. Kaplansky 将满足正交模律且有正交补的格命名为正交模格,正交模格自此成为标准量子逻辑的代名词。1963 年,G. Mackey 从实验的角度验证了量子理论的命题集是一个正交模格[3]。量子蕴涵 Sasiki hook[4],使得量子逻辑也有一个符合实验的蕴涵,继而验证量子逻辑同样满足逻辑推理机制,即分离规则。

范畴理论试图以"公理化"的方法抓住各种相关联的"结构"中的共同特性,并以结构间的"结构保持函数"将这些结构相关起来。在数学领域中,范畴理论可以将我们以前拥有的数学经验以一种新颖且富有力量的形式组织起来,揭示新的联系与框架。在计算机科学方面,范畴为许多重要的概念给出了精确的处理,例如:合成性、抽取、泛型等等,换一种说法,它提供了支持许多关键的程序设计的基础数学架构,在逻辑学范围内,范畴为逻辑的基本结构给出了语法独立的观点,并开辟了许多新的模型和解释[8]。

本文第 1 节介绍了经典逻辑的连接词以及分配律在经典逻辑推理中的作用,简单介绍量子逻辑的由来、发展过程,以及范畴理论的重要作用;第 2 节演绎机制中的分配律,并深层次地分析分配律对于演绎推理的重要作用;第 3 节介绍了经典量子逻辑的希尔伯特空间代数学结构并分析了它作为逻辑"没有"推理能力这一不足;第 4 节依照经典逻辑的分配律找到正交模律,为量子逻辑构造了"量子蕴涵",使得重新获得

本文受自然科学基金(11371044),基本科研业务费项(YWF-15-SXXY-011)资助。
史 航(1991－),女,硕士生,主要研究方向为计算机科学逻辑基础、逻辑代数、范畴论,E-mail:1551871306@qq.com;王宝山(1973－),男,副教授,主要研究方向为范畴论、逻辑代数;吴美华(1993－),女,硕士生,主要研究方向为机器学习、计算理论。

“分配律”的量子逻辑也有了推理能力；第5节从范畴理论的角度为蕴涵做了更深层次的解释，指出了量子蕴涵构造方法的一般架构；最后总结全文。

2 推理机制中的分配律

作为逻辑的代数结构“格”来说，一般认为其是一个带有上下确界的偏序集，它通常不满足分配律。

定理1[2] 设L是格，对于所有$x,y,z\in L$，有分配不等式：

$x\wedge(y\vee z)\geqslant(x\wedge y)\vee(x\wedge z)$

$x\vee(y\wedge z)\leqslant(x\vee y)\wedge(x\vee z)$

证明：因为$x\wedge y\leqslant x$，$x\wedge y\leqslant y\leqslant y\vee z$，所以$x\wedge y\leqslant x\wedge(y\vee z)$；同时$x\wedge z>x$，$x\wedge z\leqslant z\leqslant y\vee z$，所以$x\wedge z\leqslant x\wedge(y\vee z)$，因此$x\wedge(y\vee z)\geqslant(x\wedge y)\vee(x\wedge z)$。$x\vee y\geqslant x$，$x\vee y\geqslant y\geqslant y\wedge z$，所以$x\vee y\geqslant x\vee(y\wedge x)$；同时$x\vee z\geqslant x$，$x\vee z\geqslant z\geqslant y\wedge z$，所以$x\vee z\geqslant x\vee(y\wedge z)$，因此$x\vee(y\wedge z)\leqslant(x\vee y)\vee(x\vee z)$。

定义1[2] 格L是分配的，对于每一个$x,y,z\in L$，如果它满足下面条件：

$x\vee(y\wedge z)=(x\vee y)\wedge(x\vee z)$

众所周知，逻辑由静态表达与动态推理两部分组成，推理的关键在于与蕴涵连接词有关的分离规则$a\wedge(a\rightarrow b)\leqslant b$。这里论证演绎推理的核心其实是分配律（有限的“与”运算相对于一般的“或”运算的分配：$\bigvee_{i\in I}\{a_i\}\wedge b=\bigvee_{i\in I}\{a_i\wedge b\}$），当$i=1,2$时，即为$(a_1\vee a_2)\wedge b=(a_1\wedge b)\vee(a_2\wedge b)$。

如果已知$a_i\wedge b\leqslant c$，$i=1,2$，若没有分配律，则不能有a_1，a_2的上确界$a_1\vee a_2$也满足$(a_1\vee a_2)\wedge b\leqslant c$，例如图1所示的格。

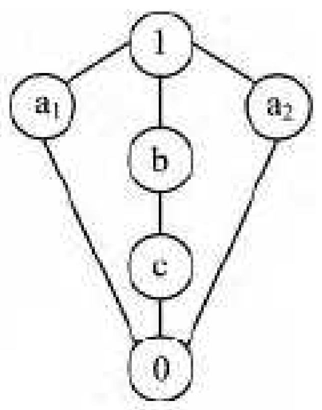

图1 无分配律的格

$a_1\wedge b=0\leqslant c$，$a_2\wedge b=0\leqslant c$，$(a_1\wedge b)\vee(a_2\wedge b)=0\leqslant c$，然而$(a_1\vee a_2)\wedge b=b\geqslant c$。这样，对于定义$b\rightarrow c:=\vee\{a|(a\wedge b)\leqslant c\}$在没有分配律的情况下$b\wedge\vee\{a|(a\wedge b)\leqslant c\}$不一定小于等于$c$，这样$b\rightarrow c$就不满足性质$b\wedge(b\rightarrow c)\leqslant c$，而这个式子恰好是演绎推理中的分离规则：$(B,B\rightarrow C)/C$在格序代数中的解释。

3 传统量子逻辑

1936年，G. Birkhoff和J. von. Neumann在“The logic of quantum mechanics”中探讨了如何在可分的希尔伯特空间中建立适当的逻辑结构来描述量子理论的问题，提出了量子逻辑的概念。量子逻辑的现实原型其实是科学家眼中的量子世界，是针对量子语言的。量子逻辑的经验基础是实验命题，所谓实验命题指在量子环境下，如果系统通过某次测量的概率为1，那么所得到的陈述就称为“实验命题”，实验命题与系统的希尔伯特闭子空间一一对应。

在量子逻辑中，希尔伯特空间的闭子空间与在这个闭子空间上的投射算子是一一对应的，可以用这两种方法表示命题a。用P来表示命题集，希尔伯特空间H闭子空间集用L(H)表示，正交投射算子的集合用P(H)来表示，量子实体的状态p用希尔伯特空间H的向量v_p表示[5]。

量子逻辑连接词：对于两个命题$a,b\in P$，H_a，H_b是闭子空间，量子逻辑运算表示为：

$a\rightarrow b\Leftrightarrow H_a\subset H_b$

$H_{a\wedge b}=H_a\cap H_b$

$H_{a\vee b}=span(H_a\cup H_b)$

$H_{a'}=H_a^{\perp}$

蕴涵连接词的意义即对于两个命题$a,b\in P$，假设a是真的，这就意味着在状态p下有$v_p\in H_a$，因为等式$H_a\subseteq H_b$，所以$v_p\in H_b$，所以命题b是真的。这样，$a\rightarrow b$就表明，“如果命题a是真的，可以推出命题b是真的”。因此，希尔伯特空间中的“蕴涵”似乎与经典逻辑连接词“蕴涵”具有相同意思。

量子逻辑联结词“合取”与经典逻辑联结词“合取”具有相同意思，利用希尔伯特闭子空间解释为空间的交，而析取连接词则不能单纯理解为闭子空间的并。因为$span(H_a\cup H_b)$包含的向量，H_a或H_b不一定包含。如果在状态p下，向量v_p是这样的向量，那么$a\vee b$是真的，不能得出a“or”b是真的。析取在量子逻辑中表示两个或多个状态的叠加，是量子物理最基本的现象；对于否定连接词来说，一个命题的量子否定是真的，那么它的经典否定也是真的，反之不成立。换句话说，在某个状态下命题a不是真的，那么a'也不一定是真的。

其中，由于命题的“或”对应于希尔伯特空间两个子空间张成的闭子空间，而不是简单的两个空间的并。因为两个空间做“并”运算后，得到的不一定是空间，例如，将直角坐标系的x轴、y轴分别看成空间X和空间Y，向量$a(1,0)\in X$，向量$b(0,1)\in Y$，$a\vee b:=a+b=c(1,1)$，$c\notin X\cup Y$，$c\in span(X\cup Y)$，因此$X\cup Y$不是闭空间，由此导致的后果就是破坏了分配律，如图2所示。

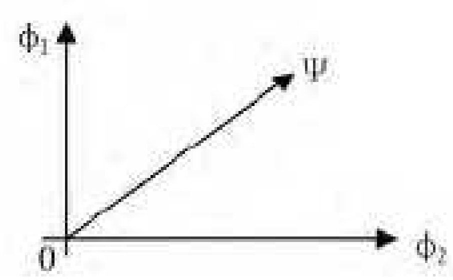

图2 量子逻辑不满足分配律

$(\phi_1+\phi_2):=\psi=(\phi_1\vee\phi_2)\wedge\psi$，这里$\psi$是$\phi_1$和$\phi_2$的叠加态，而$(\phi_1\wedge\psi)\vee(\phi_2\wedge\psi)=0\vee0=0$，因此$(\phi_1\vee\phi_2)\wedge\psi\neq(\phi_1\wedge\psi)\vee(\phi_2\wedge\psi)$。

确实，似乎找不到一个可以测出“如果a，那么b”这种形式的实验。根据海森堡测不准原理，若将物体的位置测量出来，那么物体的速度就会测不准，因为在量子力学中，对象的位置不独立于观察者对该位置的观察，而且被观察的对象与观察者是不可分的，因此对于量子逻辑，不存在任何一种在可测性质上满足推演定理的经典形式的操作。那么，失去了分配律的量子逻辑应该失去了经典意义下的逻辑推理能力，人们还能称之为逻辑吗？

4 量子逻辑的推理机制

研究量子逻辑的目的是提供一个既完备又能与希尔伯特空间、概率以及其它定性的概念不同的代数逻辑公理化，所以正交模格的语言为量子逻辑提供了恰当的定性描述。同时，为未来的量子计算机提供逻辑基础。

定义2（正交模格[6]） 格$\langle L,\wedge,\vee,',0,1\rangle$称为正交模格，如果满足正交模律：对于任意的$a,b\in L$，若$a\leqslant b$，那么$b=a\vee(a'\wedge b)$。

在量子逻辑中，分配律不成立，取而代之的是比分配律较弱的正交模律，这使得对量子逻辑推理能力的探究有了新的思路。是否可以依照经典逻辑代数中蕴涵连接词的定义构造出量子蕴涵？我们先了解经典逻辑代数中的蕴涵连接词是如何产生的。

在直觉主义逻辑中，蕴涵定义为 $b\to c:=\bigvee\{a\mid(a\wedge b)\leqslant c\}$，蕴涵是由“$\wedge$”运算定义的且满足 $b\wedge a\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant b\to c$。从另一个角度看，将 $(b\wedge -)$ 看成映射 f，将 $(b\to -)$ 看成映射 g，因此 $b\wedge a\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant b\to c$ 就可以写成 $f(a)\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant g(c)$，$(f,g)$ 为一对剩余映射[7]，因此经典逻辑代数中蕴涵和与组成一对剩余映射，根据这一特点可以构造量子蕴涵[4]。

对于正交模格 L，$\varphi_a^*:L\to L;b\mapsto a\wedge(a'\vee b)$，$\varphi_{a,*}:L\to L:b\mapsto a'\vee(a\wedge b)$，我们要证明 $\varphi_a^*(b)$ 与 $\varphi_{a,*}(b)$ 是一对剩余映射。

先证明 $\varphi_a^*(b)\leqslant c\Rightarrow b\leqslant\varphi_{a,*}(c)$。如果 $a\wedge(a'\vee b)\leqslant c$，即 $\varphi_a^*(b)\leqslant c$，那么 $a'\vee(a\wedge(a\wedge(a'\vee b)))\leqslant a'\vee(a\vee c)$，也就是说，$\varphi_{a,*}(\varphi_a^*(b))\leqslant c$，又因为 $a'\leqslant a'\vee b$，根据正交模律得知 $a'\vee(a\wedge(a'\vee b))=a'\vee b$，又因为 $b\leqslant a'\vee b$，则 $b\leqslant a'\vee b=a'\vee(a\wedge(a'\vee b))$，即 $b\leqslant\varphi_{a,*}(\varphi_a^*(b))$，即 $b\leqslant\varphi_{a,*}(c)$。

反过来，$b\leqslant\varphi_{a,*}(c)\Rightarrow\varphi_a^*(b)\leqslant c$。$b\leqslant\varphi_{a,*}(c)$，即 $b\leqslant a'\vee(a\wedge c)$，所以 $a\wedge(a'\vee b)\leqslant a\wedge(a'\vee(a'\vee(a\wedge c)))$，所以 $\varphi_a^*(b)\leqslant\varphi_a^*(b)(\varphi_{a,*}(c))$，又因为 $a\wedge(a'\vee(a'\vee(a\wedge c)))=a\wedge(a'\vee(a\wedge c))\leqslant a\wedge(a'\vee c)\leqslant a\vee(a'\vee c)$，所以 $\varphi_a^*(\varphi_{a,*}(c))\leqslant c$，即 $\varphi_a^*(b)\leqslant c$。

Sasaki hook $(a\to_S -):=\varphi_{a,*}(-)$ 即可取为量子蕴涵。

因为经典逻辑满足分配律，所以 $a\wedge(a'\vee b)=(a\wedge a')\vee(a\wedge b)=a\wedge b$，故 $\varphi_a^*(-)$ 与经典逻辑中 $(a\wedge -)$ 一致。而 $\varphi_a^*(\varphi_{a,*}(c))\leqslant c$ 就相当于逻辑推理机制中的分离规则 $a\wedge_S(a\to_S c)\leqslant c$，因此作为 $\varphi_a^*(-)$ 的伴随，Sasaki hook 也体现了量子逻辑满足正交模律的推理机制，使得量子逻辑作为逻辑更有说服力。

5 推理机制在范畴理论上的解释

在现代数学、理论计算机科学研究中，范畴理论为日趋多样的数学分支以及各分支之间多样化的联系提供了一种统一的简洁的“符号语言”。范畴理论是一种包含了对象及对象之间箭头的代数结构。范畴具有两个基本性质：1）对象之间的箭头可以复合，且复合是满足结合律的；2）每个对象到自己有一个单位箭头和箭头之间的复合。

定义3（函子[8]） 函子 $F:C\to D$ 将 C 中的对象 A,B 指派到 D 中的对象 FA,FB，将 C 中的态射 $f:A\to B$ 指派到 D 中的态射 $Ff:FA\to FB$，并满足单位态射以及态射的复合：$F(g\circ f)=Fg\circ Ff$，$Fid_A=id_{FA}$。

伴随函子通过形式化的方法给出了某些问题的一个最有效的解决方式，函子的伴随性质在许多具体的范畴中大量存在并且被广泛应用，因此其被称为范畴论中最有价值的概念。

对于两个偏序集 C 和 D 之间存在一对保序映射：$f:C\to D,g:D\to C$ 是一对剩余映射当且仅当对任意的 $c\in C,d\in D$，$f(c)\leqslant d\Rightarrow c\leqslant g(d)$ 成立。如果将偏序集 C,D 看作范畴 C,D，将映射 f,g 看作范畴之间的函子 F,G，那么用范畴的语言表达为：F,G 是剩余映射当且仅当对任意的 $X\in C,Y\in D$，态射集 $C(X,G(Y))$ 与态射集 $D(F(X),Y)$ 之间存在一个双射。

定义4 设 $F:C\to D,G:D\to C$ 是一对函子，考虑下面两个双函子：

$$C^{op}\times D\to Set:(X,Y)\mapsto D(F(X),Y)$$

$$C^{op}\times D\to Set:(X,Y)\mapsto C(X,G(Y))$$

若这两个双函子之间存在一个自然同构 $hom_C(X,G(Y))\cong hom_D(F(X),Y)$，则称 (F,G) 是一对伴随函子[8]，如图3所示。

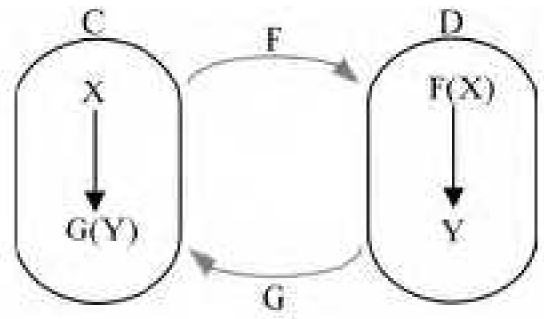

图3 伴随函子

定理2[8] 对于上述伴随函子 (F,G)，有 $F\circ G\leqslant id_D$。

证明：因为 (F,G) 是一对伴随函子，即 $F(X)\leqslant Y\Leftrightarrow X\leqslant G(Y)$。令 $X=G(Y)$，因为 $G(Y)\leqslant G(Y)$，所以 $F\circ G(Y)\leqslant Y$，即 $F\circ G\leqslant id_D$。

在布尔逻辑中，蕴涵定义为 $b\to c:=b'\vee c$，因为 $a\wedge b\leqslant c$，两边同时或 b' 得 $(a\wedge b)\vee b'\leqslant b'\vee c$，根据分配律得 $(a\vee b')\wedge(b\vee b')\leqslant b'\vee c$，又因为 $a\leqslant a\vee b'$，所以 $a\leqslant b'\vee c$。反过来，因为 $a\leqslant b'\vee c$，两边同时与 b，得 $a\wedge b\leqslant(b'\vee c)\wedge b=(b'\wedge b)\vee(c\wedge b)=b\wedge c\leqslant c$。因为布尔逻辑满足分配律，因此满足 $a\wedge b\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant b\to c$，即分离规则 $b\wedge(b\to c)\leqslant c$。在这里，将格 L 看成范畴，将格中的序看成范畴中的态射，将 $(b\wedge -)$ 看成函子 F，将 $(b\to -)$ 看成函子 G，因此 $b\wedge a\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant b\to c$ 用范畴的思想就可以解释为 $F(a)\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant G(c)$，$(F,G)$ 为一对伴随函子，且满足推理机制 $F\circ G(c)=b\wedge(b\to c)\leqslant c$。

在直觉主义逻辑中，蕴涵定义为 $b\to c:=\bigvee\{a\mid(a\wedge b)\leqslant c\}$，并满足性质 $b\wedge a\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant b\to c$。推理机制 $b\wedge\{b\to c\}=b\wedge\bigvee(a\mid a\wedge b\leqslant c)$，根据分配律得 $b\wedge(b\to c)=\bigvee\{a\mid b\wedge a\}\leqslant c$。将格 L 看成范畴，将格中的序看成范畴中的态射，将 $(b\wedge -)$ 看成函子 F，将 $(b\to -)$ 看成函子 G，因此 $b\wedge a\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant b\to c$ 用范畴的思想就可以解释为 $F(a)\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant G(c)$，$(F,G)$ 为一对伴随函子，其逻辑推理机制为 $F\circ G(c)=b\wedge(b\to c)\leqslant c$。

在模糊逻辑中，蕴涵是由三角范（triangular norm）定义的，即 $b\to c:=sup\{a\in[0,1]\mid b\star a\leqslant c\}$ 将 $[0,1]$ 看成范畴，将 $[0,1]$ 中的序看成范畴中的态射，将 $(b\star -)$ 看成函子 F，将 $(b\to -)$ 看成函子 G，因此 $b\star a\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant b\to c$，用范畴的思想就可以解释为 $F(a)\leqslant c\Leftrightarrow a\leqslant G(c)$，$(F,G)$ 为一对伴随函子。其中三角范与蕴涵成为一对伴随的原因是 $\star$ 对 sup 满足分配律[9]，则其逻辑推理机制为 $F\circ G(c)=b\star(b\to c)=b\star sup\{a\in[0,1]\mid b\star a\leqslant c\}=sup\{a\in[0,1]\mid b\star a\}\leqslant c$，即 $F\circ G(c)\leqslant c$。

在量子逻辑中，因为满足弱分配律（正交模律），才满足 $\varphi_a^*(b)\leqslant c\Leftrightarrow b\leqslant\varphi_{a,*}(c)$，所以分离规则 $a\wedge_S(a\to_S c)\leqslant c\Leftrightarrow\varphi_a^*(\varphi_{a,*}(c))\leqslant c$ 成立。将格 L 看成范畴，将格中的序看成范畴中的态射，将量子投射 $\varphi_a^*(-)$ 看成函子 F，将量子蕴涵 $\varphi_{a,*}(-)$ 看成函子 G，同样有 $\varphi_a^*(b)\leqslant c\Leftrightarrow b\leqslant\varphi_{a,*}(c)$，用范畴的思想解释为 $F(b)\leqslant c\Leftrightarrow b\leqslant G(c)$，$(F,G)$ 为一对伴随函子，且其逻辑推理机制为 $F\circ G(c)\leqslant c$。

综上，在拥有分配律或是弱分配律的情况下，运用范畴理论中伴随函子的概念将逻辑的推理机制表达为 $F\circ G\leqslant id_D$，故满足（弱）分配律逻辑的推理机制是融合在偏序范畴上的伴随函子中的，因此利用范畴中伴随函子的概念解释逻辑的推理

机制更具有一般性。

结束语　分配律在演绎机制的推理中起着重要的作用，量子逻辑看似缺失分配律实则是用正交模律取代分配律，并按照经典逻辑中蕴含与合取的伴随关系构造了量子蕴涵，使得量子逻辑的推理能力得以体现。利用范畴理论中伴随函子的观点解释蕴涵与合取的关系，使得量子蕴涵的构造方法更加具有通用性。伴随函子概念的引入，摆脱了逻辑推理机制只是简单地和逻辑连接词"与"、"蕴涵"有关的羁绊，抽象出在偏序范畴上的伴随函子，使得逻辑推理机制的表达更具有一般性，可以推广到其它逻辑推理的解释上。

参 考 文 献

[1] Brikhoff G, von Neumann J. The logic of quantum mechanics[M]. Annals of Mathematics, 1936, 37(4): 823-843

[2] de Vries A. Algebra Hierarchy of logics unifying fuzzy logic and quantum logic[OL]. http://arxiv.org/pdf/0707.2161.pdf

[3] Mackey G W. Mathematical foundations of quantum mechanics[M]. Benjamin, New York, 1936

[4] Coecke B, Smets S. The Sasaki Hook is not a [Static] Implicative Connective but Induces a Backward[in Time] Dynamic One that Assigns Causes[OL]. http://arxiv.org/abs/quant-ph/0111076

[5] Aerts D, D'Hondt E, Gabora L. Why the Disjunction in Quantum Logic is Not Classical?[J]. Foundations of Physics, 2000, 30(9): 1473

[6] Birkhoff G. Lattice Theory[M]. American Mathematical Society, Providence, 1940

[7] Russo C. Quantale Modules and their Operators, with Applications[J]. Joural of Logic Computation, 2010, 20(4): 917-946

[8] Abramsky S, Tzevelekos N. Introduction to Categories and Categorical Logic[M]. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011

[9] 任芳. 互为伴随的三角模与蕴涵算子及蕴涵算子的逼近问题[D]. 西安: 陕西师范大学, 2001

(上接第 20 页)

计算机，较少考虑硬件的实现。

此外，在学习规则上，目前的神经编程模型采用的是线下读参数的方式，而另一种更高级的方式是采用依赖于脉冲定时的塑性(STDP)，最终实现硬件的在线学习功能，但这种方式受限于学习规则以及突触数量，希望在不久的将来，可以采用两种方法的混合，实现具有线上学习能力和适应性的神经突触形态计算机。

类脑计算是可能改变未来人类生活方式的重要研究课题，IBM 成功研制 TrueNorth 芯片，是类脑计算研究中的一个重要里程碑。目前，美国和欧盟已经先行一步，投入巨资开展脑科学研究计划。其中，欧洲的"人脑项目"(Human Brain Project)于 2013 年 1 月被欧盟选定为未来新兴技术旗舰项目之一，这一项目凝聚了神经科学、医学和计算机领域近 300 名专家，10 年将耗资 10 亿欧元，为基于信息通讯技术的新型脑研究模式奠定技术基础，并极大地加速脑科学研究成果转化。国内在此领域也开始有所布局，多个研究单位开展类脑计算的前期探索与研究工作，国家也开始推动脑科学战略研究计划，"十三五"规划纲要草案已经把脑科学和类脑研究列入国家重大科技项目。预计在未来几年，类脑计算领域有可能迎来重大突破，由此可能产生全新的存储与计算体系、记忆材料、纳米制造工艺，这将为信息产业提供革命性的发展机遇。

参 考 文 献

[1] Shi L P, Yi K J, Ramanathan K, et al. Artificial cognitive memory-changing from density driven to functionality driven[J]. Applied Physics A, 2011, 102(4): 865-875

[2] Modha D S, Ananthanarayanan R, Esser S K, et al. Cognitive Computing[J]. Communications of the Acm, 2011, 54(8): 62-71

[3] Imam N, Cleland T A, Manohar R, et al. Implementation of olfactory bulb glomerular-layer computations in a digital neurosynaptic core.[J]. Frontiers in Neuroscience, 2012, 6: 83

[4] Gan J, Norman C, Gilbert P U P A, et al. 2012 International Science & Engineering Visualization Challenge[J]. Science, 2013, 339(6119): 509-519

[5] Imam N, Akopyan F, Arthur J, et al. A Digital Neurosynaptic Core Using Event-Driven QDI Circuits[C]// 2014 20th IEEE International Symposium on Asynchronous Circuits and Systems. IEEE, 2012: 25-32

[6] Shaw B, Cox A, Besterman P, et al. Cognitive Computing Commercialization: Boundary Objects for Communication[C]// Proceedings of International Conference on Integration of Design, Engineering and Management for Innovation (IDEMI 2013). Porto, Portugal, 2013: 1-10

[7] Seo J, Brezzo B, Liu Y, et al. A 45nm CMOS neuromorphic chip with a scalable architecture for learning in networks of spiking neurons[C]// Custom Integrated Circuits Conference (CICC), 2011 IEEE. IEEE, 2011: 1-4

[8] Cassidy A S, Merolla P, Arthur J V, et al. Cognitive computing building block: A versatile and efficient digital neuron model for neurosynaptic cores[C]// The 2013 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). IEEE, 2013: 1-10

[9] Alvarez-Icaza R, Cassidy A S, Brezzo B, et al. A million spiking-neuron integrated circuit with a scalable communication network and interface[J]. Science, 2014, 345(6197): 668-673

[10] Preissl R, Wong T M, Datta P, et al. Compass: A scalable simulator for an architecture for cognitive computing[C]// Proceedings of the 2012 International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis. IEEE Computer Society, 2012: 1-11

[11] Amir A, Datta P, Risk W P, et al. Cognitive Computing Programming Paradigm: A Corelet Language for Composing Networks of Neurosynaptic Cores[C]// The 2013 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). IEEE, 2013: 1-10

[12] Esser S K, Andreopoulos A, Appuswamy R, et al. Cognitive computing systems: Algorithms and applications for networks of neurosynaptic cores[C]// The 2013 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). IEEE, 2013: 1-10

[13] Service R F. The brain chip. [J]. Science, 2014, 345(6197): 614-616

[14] Arthur J V, Merolla P A, Akopyan F, et al. Building block of a programmable neuromorphic substrate: A digital neurosynaptic core[C]// The 2012 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). IEEE, 2012: 1-8

[15] Jackson B L, Rajendran B, Corrado G S, et al. Nanoscale Electronic Synapses Using Phase Change Devices[J]. Acm Journal on Emerging Technologies in Computing Systems, 2013, 9(2): 292-299