

基于 ARIMA 神经网络的工业生产指数仿真研究

李孟刚 周长生 连 莲 李文锐

(北京交通大学中国产业安全研究中心 北京 100081)

摘 要 工业生产指数是衡量某个时期工业经济景气状况和发展趋势的重要指标,也是研究宏观经济预警的首选指标。将 ARIMA 理论与神经网络理论相结合,构建了 ARIMA 神经网络模型,采用 1997—2015 年月度工业生产指数的时间序列数据,开展了工业生产指数的仿真研究。首先对工业生产指数进行季节调整,剔除了工业生产指数时间序列中的季节因素影响;其次通过 ARIMA 神经网络模型对 1997—2015 年月度工业生产指数进行仿真,结果表明模型仿真训练效果较好;最后运用 ARIMA 神经网络模型对 2016 年 1—6 月工业生产指数进行模拟仿真,得出了 2016 年 1—6 月工业生产指数模拟仿真值。

关键词 ARIMA 神经网络,工业生产指数,仿真

中图分类号 TP181 文献标识码 A

Simulation Research of Industrial Production Index Based on Neural Network of ARIMA

LI Meng-gang ZHOU Chang-sheng LIAN Lian LI Wen-rui

(China Center for Industrial Security Research, Beijing Jiaotong University, Beijing 100081, China)

Abstract Industrial production index is an important indicator to measure the status of industrial economic sentiment over a given period of time, and it is also the first indicator for researching the macroeconomic early-warning. In this paper, the ARIMA neural network model was built, through the ARIMA theory combined with neural network theory, and using 1997—2015 monthly time series data of the industrial production index, the simulation research of the industrial production index was carried out. First of all, the seasonal adjustment for industrial production index was made to get rid of the seasonal factors of industrial production index in the time series. Secondly, the 1997—2015 monthly industrial production index by ARIMA neural network model was emulated. The simulation results show a good simulation training effect. Finally, ARIMA neural network model was used to carry on the simulation of the industrial production index from January to June in 2016, and the simulation values of industrial production index from January to June in 2016 was got.

Keywords ARIMA neural network, Industrial production index, Simulation

1 引言

工业生产指数是用加权算术平均数编制的工业产品实物量指数,它是反映工业经济发展趋势的重要指标,也是世界各国分析经济景气的首选指标。工业生产指数最早由美国联邦储备局于 1922 年 12 月编制,英、德、日等国紧随其后,也开始陆续编制了工业生产指数。工业生产指数已成为世界各国研判经济发展最强有力的指标,美国将工业生产指数作为反映经济周期波动的重要标志,工业生产指数的上升幅度和下降幅度能够准确地反映美国经济增长和衰退的程度;英国将宏观经济指数作为监测宏观经济走势的有效工具;日本将工业生产指数、原材料消耗指数、生产者发货指数和产成品库存指数等指标进行综合分析,以全面反映日本宏观经济状况;在我国,工业生产指数既是宏观经济景气监测的重要指标,也是衡量工业经济发展速度的重要指标。由于我国统计数据具有时滞性,中国国家统计局公布的工业生产指数通常要滞后即期

1—3 个月,大大降低了我国研判宏观经济能力,增加了政府决策失误的概率。因此,有必要开展工业生产指数仿真研究,为政府研判宏观经济形势提供有力的支撑。

关于工业生产指数仿真研究的文献很少^[1-3],这些文献的不足之处是衡量仿真效果的步长较短,只能对部分样本的仿真效果进行测试,不能对全部样本的仿真效果进行测试,另外仿真方法多采用 ARIMA 方法或神经网络方法。其中 ARIMA 方法是应用最为广泛的时间序列仿真预测模型之一,但其存在严重不足之处,主要体现在 ARIMA 模型要求仿真预测值与滞后变量、随机干扰项呈线性关系,但事实上预测值既包含了滞后变量和随机干扰项的线性时序成分,也包含非线性时序成分^[4]。神经网络模型因具有较强的学习能力和数据处理能力,能够挖掘出变量间复杂甚至很难用数学式描述的非线性关系,在时间序列仿真预测中占据了主导地位,但其缺陷是对线性特征数据的效果不如 ARIMA 模型^[5]。为弥补单一 ARIMA 模型和神经网络模型的不足,发挥 ARIMA 模型

本文受教育部专项资助项目(B09C1100020),中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(B15JB00510)资助。

李孟刚(1967—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为产业经济学;周长生(1982—),男,博士后,主要研究方向为经济安全;连 莲(1989—)女,博士生,主要研究方向为产业经济学;李文锐(1988—),男,博士生,主要研究方向为产业经济学。

和神经网络模型的各自优势,本研究将 ARIMA 与神经网络模型组合,目的是更好地捕捉变量间线性与非线性复合特征。

2 构建 ARIMA 神经网络仿真模型

ARIMA 神经网络仿真模型是由 ARIMA 模型、人工神经网络模型组合而成。ARIMA 是自回归积分滑动平均模型 (Autoregressive Integrated Moving Average Model), 详细信息请参见 George(1976)^[6] 关于 ARIMA 模型的介绍。ARIMA(p, d, q) 称为差分自回归移动平均模型, AR 是自回归, p 为自回归项, MA 为移动平均, q 为移动平均项数, d 为时间序列成为平稳时所做的差分次数。ARIMA 模型表达式为:

$$x = \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (1)$$

其中, φ, θ 是自回归和移动平均系数, a_t 是均值为 0、方差为 σ^2 的白噪声。运用 ARIMA 模型对宏观经济预警指标进行仿真预测首先需要确定 p, d, q , 学者们通常采用自相关系数和偏相关系数方法^[7], 该方法指明 d 值的确定取决于序列的平稳性, p 和 q 值的确定取决于自相关系数 ACF_p 和偏相关系数 $PACF_p$ 。序列经过 d 阶差分后自相关系数基本落入随机区间, 而 $d+1$ 阶差分反而远离 0, 则选 d 为平稳差分阶数。自相关系数为:

$$ACF_p = \frac{\sum_{t=1}^{n-p} (x_t - \bar{x})(x_{t+p} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (2)$$

其中, n 是样本数量, 偏相关系数为:

$$PACF_{pp} = \begin{cases} \frac{\sum_{t=1}^{n-p} (x_t - \bar{x})(x_{t+p} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}, & p=1 \\ \frac{ACF_p - \sum_{s=1}^{p-1} \varphi_{p-1,s} \times r_{p-s}}{1 - \sum_{j=1}^{p-1} \varphi_{p-1,s} \times r_s}, & p \geq 2 \end{cases} \quad (3)$$

p 的取值来自平稳序列的偏自相关图中落入随机区间外的偏自相关个数; q 的取值来自平稳序列的自相关图中显著不为 0 的自相关数目。当确定 ARIMA 模型的参数后, 将具有相关性的滞后变量和随机干扰项作为神经网络输入层的神经元, 组合成 ARIMA 神经网络模型。

ARIMA 神经网络组合模型共 3 层, 分别是输入层、隐含层和输出层。ARIMA 神经网络模型与多层前传网络的区别是隐含层的神经元为自回归积分滑动平均神经元, 其特点是使神经网络有了短期记忆的功能, 同时神经网络具有动态性, 缩短了训练时间。图 1 是 ARIMA 神经网络模型拓扑结构。

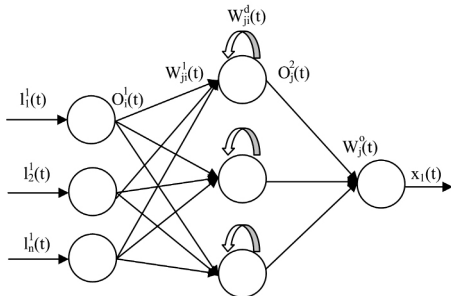


图 1 ARIMA 神经网络模型拓扑结构

其中 $I_i^i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n$) 是输入层第 i 个神经元的输

入, $O_j^i(t)$ 是输入层的输出, $W_{ji}^1(t)$ 是输入层神经元 i 与隐含层神经元 j 间的权重, $f(\cdot)$ 是隐含层神经元, $O_j^i(t)$ 是隐含层输出, $W_{jj}^d(t)$ 是隐含层神经元自回归权重, $W_j^o(t)$ 是隐含层第 j 个神经元与输出层神经元权重, $x_1(t)$ 是输出层输出。

ARIMA 神经网络输入层 $I_i^i(t)$ 共有 $p+q$ 个节点, 可表示为 $I_i^i(t) = [I_1^i(t) I_2^i(t) \dots I_p^i(t) I_{p+1}^i(t) \dots I_{p+q}^i(t)]$, 其中 $I_1^i(t) = \varphi_1 x_{t-1}, I_2^i(t) = \varphi_2 x_{t-2}, \dots, I_p^i(t) = \varphi_p x_{t-p}, I_{p+1}^i(t) = \theta_1 a_{t-1}, I_{p+q}^i(t) = \theta_q a_{t-q}$, 输入层神经元采用归一化函数 $\text{mapminmax}()$, 输入层的输出 $O_j^i(t) = I_i^i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n$)。隐含层神经元个数由试凑法确定为 10^[8], 隐含层输入信号为:

$$I_j^i(t) = \sum_{i=1}^{10} W_{ji}^1(t) O_i^i(t) + W_j^o(t) O_j^i(t-1), j=1, 2, \dots, 10 \quad (4)$$

隐含层输出信号为:

$$O_j^i(t) = f(I_j^i(t)) = 1 / (1 + e^{-I_j^i(t)}) \quad (5)$$

其中, $f(\cdot) = 1 / (1 + \exp(-x))$ 。输出层有 1 个节点, 输出层输入信号为:

$$I_m^3(t) = \sum_{j=1}^{10} W_j^o(t) O_j^i(t) \quad (6)$$

输出层神经元采用反归一化函数 $\text{mapminmax}('reverse', [], PS)$, 其中“[]”表示反归一化矩阵, 输出层的输出 $x_1(t) = I_m^3(t)$, 为方便起见, 输入层和输出层不设定阈值。ARIMA 神经网络误差函数为:

$$E_i(t) = 0.5(x(t) - x_1(t))^2 = 0.5e_i^2(t) \quad (7)$$

其中, $x(t)$ 表示期望输出。各层链接权重 $W_{ji}^i(t), W_{jj}^d(t), W_j^o(t)$ 的学习速率按照梯度最快下降原理进行调整, 即 $W_{ji}^i(t+1) = W_{ji}^i(t) + \Delta W_{ji}^i(t), W_{jj}^d(t+1) = W_{jj}^d(t) + \Delta W_{jj}^d(t), W_j^o(t+1) = W_j^o(t) + \Delta W_j^o(t)$, 其中 $\Delta W_{ji}^i(t) = -\eta_j^i \frac{\partial E_i(t)}{\partial w_{ji}^i(t)}, \Delta W_{jj}^d(t) = -\eta_j^d \frac{\partial E_i(t)}{\partial w_{jj}^d(t)}, \Delta W_j^o(t) = -\eta_j^o \frac{\partial E_i(t)}{\partial w_j^o(t)}$, $\eta_j^i, \eta_j^d, \eta_j^o$ 分别是权重 $W_{ji}^i(t), W_{jj}^d(t), W_j^o(t)$ 的学习速率, 此时, 令 $P_j(t) = \frac{\partial o_j^2(t)}{\partial w_{jj}^d(t)}$,

$Q_j(t) = \frac{\partial o_j^2(t)}{\partial w_{ji}^i(t)}$, 则有 $\frac{\partial E_i(t)}{\partial w_{ji}^i(t)} = -e_i(t) W_j^o(t) Q_j(t) Q_{ji}(t)$,

$\frac{\partial E_i(t)}{\partial w_{jj}^d(t)} = -e_i(t) W_j^o(t) P_j(t), \frac{\partial E_i(t)}{\partial w_j^o(t)} = -e_i(t) O_j^i(t)$, 由此有

$Q_{ji}(t) = \frac{\partial o_j^2(t)}{\partial w_{ji}^i(t)} = O_j^i(t) (1 - O_j^i(t)) (I_i^i(t) + W_{jj}^d(t) Q_{ji}(t - 1))$,

$P_j(t) = \frac{\partial o_j^2(t)}{\partial w_{jj}^d(t)} = O_j^i(t) (1 - O_j^i(t)) (O_j^i(t-1) + W_{jj}^d(t) P_j(t-1))$ 。为避免 ARIMA 神经网络模型过度拟合, 本文将随机抽取 70% 的样本作为训练集、随机抽取 15% 的样本作为测试集、余下的 15% 的样本作为验证集, 仿真预测期数设定为 6^[9]。

为测试 ARIMA 神经网络模型系统的稳定性及寻找具有稳定性的平衡点^[10], 本文采用 Lyapunov 稳定性理论^[11]。设 Lyapunov 函数 $v_i(t) = 0.5e_i^2(t)$ ^[12], 有 $\Delta v_i(t) = v_i(t+1) - v_i(t) = 0.5(e_i^2(t+1) - e_i^2(t))$, 由 $e_i(t+1) = e_i(t) + \Delta e_i(t) = e_i(t) + (\frac{\partial e_i(t)}{\partial w_j^o(t)})^T \Delta W_j^o(t)$, 此时令 $\delta_i = -\frac{\partial E_i(t)}{\partial x_i(t)}, P_j(t) = \frac{\partial x_i(t)}{\partial w_j^o(t)}, \frac{\partial e_i(t)}{\partial w_j^o(t)} = -\frac{\delta(t)}{\partial e_i(t)} P_j(t)$, 因此 $e_i(t+1) = e_i(t) (-\frac{\delta_i}{e_i(t)} \times P_j(t))^T \eta_j^o \delta_i e_i(t+1)$ 的欧几里得范数:

$$\begin{aligned} \| e_i(t+1) \| &= \| e_i(t) (1 - \frac{\delta_i}{e_i(t)})^2 \eta_i^0 (P_j(t))^T \times P_j(t) \| \\ &\leq \| e_i(t) \| \| (1 - \frac{\delta_i}{e_i(t)})^2 \eta_i^0 (P_j(t))^T \times P_j(t) \| \end{aligned} \quad (8)$$

取 $P_{j\max} = \max \| P_j(t) \|$, λ 是大于 0 的常数, 若有 $\eta_i^0 = \lambda / (P_{j\max})^2$, 则 $\| (1 - \frac{\delta_i}{e_i(t)})^2 \eta_i^0 (P_j(t))^T \times P_j(t) \| \leq 1$, 此时有函数 $v_i(t) > 0$, $\Delta v_i(t) < 0$, 根据 Lyapunov 稳定性可知 ARIMA 神经网络模型最终训练 z 次后将收敛于误差 ϵ 。

3 工业生产指数仿真结果与分析

3.1 X-11 季节调整

X-11 季节调整是经济学界普遍使用的季节调整方法, 仿真前对工业生产指数时间序列数据进行 X-11 季节调整。工业生产指数 X-11 季节调整就是将工业生产指数的时间序列中的季节因素和偶然因素剔除, 从而使经过季节调整的工业生产指数序列能够较为准确地反映出工业经济运行的基本态势, 其目标旨在将工业生产指数月度时间序列数据分解为趋势环分量、季节分量、残差分量和日历效应分量。X-11 季节调整可以估计趋势和季节因素, 可以自动过滤选择模式选择季节过滤和趋势过滤, 还能够调整异常值。1997—2015 年月度工业生产指数 X-11 季节调整见图 2。

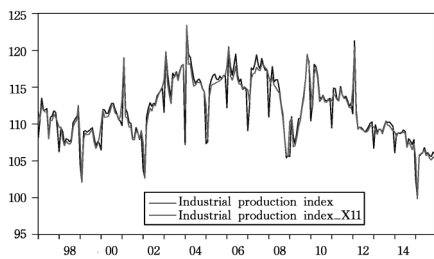


图 2 工业生产指数与 X-11 季节调整指数

3.2 结果与分析

根据 ARIMA 模型, 先确定 X-11 季节调整的工业生产指数平稳性的差分次数 d , 通过 ADF 检验可知, X-11 季节调整的工业生产指数 ADF 检验的 t 值 -2.13 小于 5% 显著水平 t 值 -1.94 , 因此 X-11 季节调整的工业生产指数是平稳的, 此时 $d=0$ 。再根据偏相关图和自相关图确定 $p=2$ 和 $q=1$, 经过 X-11 季节调整的工业生产指数自回归系数 φ 和移动平均系数 θ 值见图 3。

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	1.395461	0.133472	10.45507	0.0000
AR(2)	-0.395620	0.133429	-2.965016	0.0034
MA(1)	-0.723802	0.100323	-7.214740	0.0000

图 3 自回归和移动平均系数

通过 ARIMA 模型得到 ARIMA 神经网络模型输入层神经元, 经过 X-11 季节调整的工业生产指数仿真结果见图 4, ARIMA 神经网络模型的仿真效果见图 5。由图 5 可知, $z=2$, 样本验证集 $\epsilon=1.96 \times 10^{-2}$, 训练集 ϵ 位于 $(10^{-2}, 10^{-1})$ 之间, 测试集 ϵ 同样位于 $(10^{-2}, 10^{-1})$ 之间, 仿真效果较好。

2016 年 1—6 月份经过 X-11 季节调整的工业生产指数仿真预测值见图 6, 其中 1—6 月份经过 X-11 季节调整的工业生产指数仿真预测值分别为 105.3713, 105.3134, 105.2747, 105.2301, 105.2032, 105.1779, 整体上 2016 年 1—6 月份经过 X-11 季节调整的工业生产指数呈下降趋势。

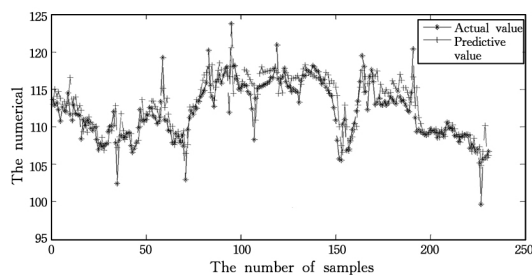


图 4 经过 X-11 季节调整的工业生产指数真实值和仿真值

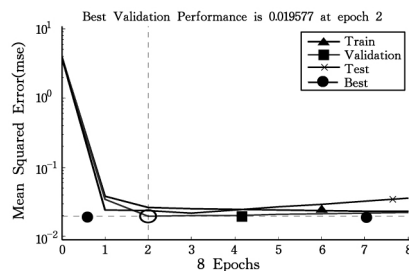


图 5 仿真效果

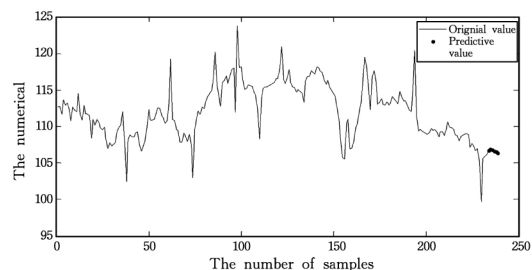


图 6 2016 年 1—6 月份经过 X-11 季节调整的工业生产指数仿真预测值

新常态宏观经济结构调整要求我国经济发展方式由要素驱动、投资驱动向创新驱动转型, 迫使工业经济改变以往通过投资、劳动力、资源、环境等要素低成本的大量投入来推动经济增长继而转向通过技术创新和制度创新来推动经济增长。在新旧动力转换接替过程中, 工业经济调整分化是结构调整的体现, 从地区来看, 高度依赖资源和重工业化的地区在产业结构调整中降幅偏大, 面临着财政收入下降、GDP 增长缓慢与生产者价格指数 (PPI) 大幅下降的 3 重困境, 例如黑龙江、吉林、辽宁、河北和山西。而较早转型的依靠技术创新和制度创新来推动经济增长的地区保持了经济增长的平稳态势, 例如东南沿海的浙江、上海、广东。从行业来看, 战略新兴产业蓬勃发展成为推动经济发展的“一枝独秀”, 截止到 2015 年 12 月, 我国新能源汽车生产 9.98 万辆, 较 2014 年同比增长 3 倍, 以互联网、云技术、大数据为代表的信息技术孕育出的新业态和新的商业模式已成为推动战略新兴产业发展的重要力量。重工业转型成为 PPI 下降的主要力量, 加快传统的钢铁、煤炭、汽车、石化和家具等产能过剩和高耗能、高污染行业的整合、淘汰的步伐, 成为 PPI 下降的主要力量。截止 2015 年

(下转第 567 页)

参考文献

- [1] Kim Y M, Lee S J, Seo H D, et al. Development of dissolved gas analysis(DGA) expert system using new diagnostic algorithm for oil-immersed transformers[C]// 2012 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis (CMD). IEEE, 2012:365-369
- [2] Zhang G, Jiang G L, Xie Z X. Techniques of on-line monitoring and diagnosis for transformer[C]// 2011 International Conference on Advanced Power System Automation and Protection (APAP). IEEE, 2011:512-516
- [3] 裘碧恒. 电力变压器故障诊断方法应用[J]. 通讯世界, 2015(15):137-138
- [4] 李赢, 舒乃秋. 基于模糊聚类和完全二叉树支持向量机的变压器故障诊断[J]. 电工技术学报, 2016, 31(4):64-70
- [5] 郎荣玲, 路辉, 张景新. 一种故障诊断知识获取系统[P]CN, CN 101877075 B, 2013
- [6] Gegov A, Arabikhan F, Sanders D. Rule base simplification in fuzzy systems by aggregation of inconsistent rules[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2015, 28(3):1331-1343
- [7] 张亚红, 李凡长. 基于 DFL 的动态模糊专家系统设计[J]. 计算机科学, 2002, 29(z2):163-165
- [8] 赵志远, 朱智强, 孙磊, 等. 虚拟化环境中基于神经网络专家系统的 Rootkit 检测方法研究[J]. 计算机科学, 2015, 42(8):175-179
- [9] 张伟, 石菡蒲, 胡昌华, 等. 基于置信规则库专家系统的发动机故障诊断[J]. 系统仿真技术, 2011, 7(1):11-15
- [10] Pancho D P, Alonso J M, Cordon O, et al. FINGRAMS: Visual Representations of Fuzzy Rule-Based Inference for Expert Analysis of Comprehensibility[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2013, 21(6):1133-1149
- [11] Samantaray S R. A systematic fuzzy rule based approach for fault classification in transmission lines[J]. Applied Soft Computing, 2013, 13(2):928-938
- [12] Mandal M, Mukhopadhyay A, Maulik U. Fuzzy rule-based classifier for microarray gene expression data by using a multiobjective PSO-based approach[C]// IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2013:1-7
- [13] Zhang Y, Deng A. Redundancy rules reduction in rule-based knowledge bases[C]// International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. IEEE, 2015
- [14] 刘璐, 高强, 刘衍珩, 等. 基于冗余实例对消除算法的实例选择[J]. 计算机工程, 2014, 40(1):177-180
- [15] 贾秀芳, 宋良图, 王儒敬, 等. 规则库的合并以及冗余、环路和冲突的检测[J]. 计算机应用与软件, 2016, 33(1):249-253
- [16] 杨广, 梁晶晶. 基于决策技术和粗糙集理论的诊断知识库构建研究[J]. 中央民族大学学报(自然科学版), 2014, 23(3):41-48
- [17] Pranevicius H, Kraujalis T, Budnikas G, et al. Fuzzy Rule Base Generation Using Discretization of Membership Functions and Neural Network[J]. Communications in Computer & Information Science, 2014, 465:160-171
- [18] Zhang Y, Deng A. Redundancy rules reduction in rule-based knowledge bases[C]// International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. IEEE, 2015
- [19] Song X D, Shao W, Qiu Z Z, et al. Study on Fuzzy Inference Method for Fault Diagnosis Expert System[J]. Advanced Materials Research, 2013, 658:639-642
- [20] Angelov P, Zhou Xiao-wei, Klawonn F. Evolving Fuzzy Rule-based Classifiers[C]// IEEE Symposium on Computational Intelligence in Image and Signal Processing, 2007 (CIISP 2007). IEEE, 2007:220-225

(上接第 556 页)

12月,我国PPI已连续46个月负增长,这说明工业存在严重产能过剩、长期维持高库存及工业经济不景气的现状,总体上看,工业经济结构调整下行的力量大于重塑上升的力量,工业生产指数呈下滑态势。

结束语 本文将 ARIMA 理论与神经网络理论结合,构建了 ARIMA 神经网络模型,开展了工业生产指数仿真研究。实践表明,ARIMA 神经网络模型能够对工业生产指数全样本进行仿真且仿真效果较好,是一种有效的仿真方法。对经 X11 季节调整的工业生产指数仿真结果表明,2016 年上半年,我国工业生产指数呈下滑趋势,与宏观经济的发展形势较为吻合,研究结果可为国家研判宏观经济形势提供参考。

参考文献

- [1] 李春林,王会岩. 基于干预 ARIMA 模型的中国工业生产指数预测[J]. 统计与管理, 2011(1):73-74
- [2] 王蔚杰. 基于 ARIMA 模型对经济发展的预测—以工业生产总产值指数为例[J]. 中国外资, 2012(269):188-189
- [3] 贺京同,潘凝,张建勋,卢桂章. 基于模糊神经网络的宏观经济预警研究[J]. 预测, 2012, 19(4):42-45
- [4] Khashei M, Bijari M, Ardali G A R. Improvement of auto-regressive integrated moving average models using fuzzy logic and artificial neural networks[J]. Neurocomputing, 2009, 5(72):956-967
- [5] Andre Luis S M, Francisco de A T de C, Teresa B L. Forecasting models for interval-valued time series[J]. Neurocomputing, 2008, 71(3):3344-3352
- [6] George E P B, Gwilym M J. Time Series Analysis Forecasting and Control[M]. Hoden-Day Inc, 1976:12-33
- [7] Beveridge S, Qickle C. A Comparison of Box-Jenkins and Objective Methods for Determining the Order of a Non-seasonal AR-MA model[J]. Journal of Forecasting, 1994, 13(5):419-434
- [8] McCulloch W, Pitts W. A logical calculus of the ideas imminent in nervous activity[J]. Bulletin of Mathematical Biophysics, 1943, 5(4):115-133
- [9] Rumelhart D E, McClelland J L, et al. Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1987
- [10] Lefschetz S. Stability of nonlinear control system[M]. New York: Academic press, 1965:15-28
- [11] Lyapunov A M. The general problem of stability of motions [D]. Moscow: Fizmatiz, 1950
- [12] Lasalle J, Lefschetz S. Stability by Lyapunov's direct method with applications[M]. New York: Academic Press, 1961