第 43 卷 第 11A 期
2016 年 11 月
计 算 机 科 学
Computer Science
Vol. 43 No. 11A
Nov 2016

基于一种新的多重权重复杂网络模型的自适应同步研究

张 莉[1] 安新磊[2]

(兰州工业学院基础学科部 兰州 730050)[1] (兰州交通大学数理学院 兰州 730070)[2]

摘 要 在传统的单权复杂网络建模方法的基础上，建立一种新的多重权重复杂网络模型。根据不同性质的权重，通过网络拆分的思想，将多重权重复杂网络拆分为几个性质不同的子网络。进而研究具有多重权重复杂网络的全局自适应同步，给出网络自适应同步的一般条件。最后以 Lorenz 系统为例，验证该方法的有效性。

关键词 复杂网络，多重权重，网络拆分，网络同步

中图法分类号 O231.5 **文献标识码** A

Research on Adaptive Synchronization Based on Complex Network with Multi-weights

ZHANG Li[1] AN Xin-lei[2]

(The Basic Courses Department of Lanzhou Institute of Technology, Lanzhou 730050, China)[1]

(School of Mathematics and Physics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)[2]

Abstract On the basis of traditional modeling approaches of single weight, a new complex network model was established. According to the weight nature difference and the idea of network split, we split the complex networks with multi-weights into several different sub-networks with single weight. Then we investigate the globally adaptive synchronization of the complex networks with multi-weights, and give the general conditions of adaptive synchronization. At last, taking Lorenz system for example, we prove the validity of the presented method.

Keywords Complex networks, Multi-weights, Network split, Network synchronization

近年来，复杂网络成为人们研究的热点问题，受到交通、物理、通信、计算机以及生命科学等领域学者的广泛关注[1-4]。其中，复杂网络的同步问题更是备受关注。所谓复杂网络的同步是指性质相同或相近的两个或多个复杂网络，通过系统间的相互作用，使得在不同初始条件下的各种演化的复杂网络的状态逐渐接近，最后达到全同的状态。

有关复杂网络的同步问题已经有很多研究成果[4-7]，目前，国内外对这方面的研究主要是针对单个权重的复杂网络[8-11]，而对于具有多重权重复杂网络的研究工作还很少。然而在现实世界中，很多问题都可以用多重权重复杂网络来描述。例如交通网络以一地区各城市作为网络节点，两城市间有车通行则有连边，在这样的交通网中，两个城市之间存在多种交通方式，如公路、铁路、公交车等，假如把不同车辆的运营时间作为权值，则在上述交通网中的边上有若干种不同的权值，于是，这样的交通网就形成了一个多重权重的复杂网络。通过网络拆分的思想，可以将这种多重权重复杂网络根据边权性质的不同拆分为多个不同的子网络。这种具有多种性质的多重权重复杂网络在进行实际网络研究时可以反映更客观、更丰富的信息，也具有更为复杂的动力学特性，因此对这种多重权重复杂网络的研究也显得尤为重要。

本文创新性地建立了多重权重复杂网络模型，即在连接网络两节点的边上存在多个性质不同的权重。利用网络拆分的思想，将多重权重复杂网络拆分为多个性质不同的子网络，使得每个子网络的每条边上只具有单个权值。进而采用自适应控制方法，研究多重权重复杂网络的自适应同步问题。最后用经典的 Lorenz 混沌系统验证上述网络的同步能力。

1 一种新的多重权重复杂网络模型的建立

在现实世界中，存在着由多种性质的子网络构成的多重权重复杂网络，如人际关系网络。假设以某 3 个人作为网络节点，两人之间若有联系则有连边，在这样的人际关系网中，两个人之间存在多种联系方式，如电话、Email、书信等，假如把不同的联系方式作为不同的权值，则在上述人际关系网中的边上存在若干种不同的权值，于是，这样边上具有多个不同性质权重的人际关系网就形成了一个多重权重的复杂网络。上述由 3 个人组成的多重权重人际关系网的拓扑结构如图 1 所示，图中 a_{ij}^k 为 3 种性质不同的权重。

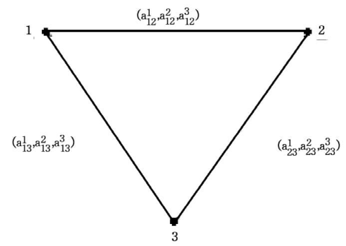

图 1 三重权重复杂网络的拓扑结构图

本文受国家自然科学基金(61364001)，兰州交通大学青年科学研究基金项目(2014024)资助。

张 莉(1982－)，女，硕士生，讲师，主要研究方向为非线性系统建模和非线性动力学，E-mail：zhangli.01@126.com；安新磊(1983－)，男，博士，副教授，主要研究方向为复杂网络建模与仿真，E-mail：anxin1983@163.com(通信作者)。

2 三重权重复杂网络模型的拆分

根据文献[12-14]对复杂网络按边的不同性质把复杂网络拆分为多个不同的子网络的思想，将图1所示的三重权重复杂网络进行拆分。按权重性质的不同，利用网络拆分的思想，令同一类型的权重和3个节点组成一个单权重的子网络，则多重权重人际关系网络可拆分为3个单权值的复杂网络，其拆分示意图如图2所示。

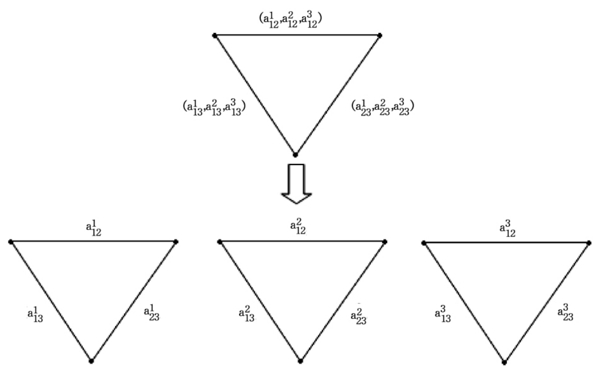

图2 三重权重复杂网络的拆分示意图

3 多重权重复杂网络的同步分析

对于N个节点l重权重的复杂网络，假设每条边上的权重为$(a_{ij}^1,a_{ij}^2,\cdots,a_{ij}^l)$，其中，$a_{ij}^l$表示节点$i$和$j$之间的第$l$个权值。将$l$重权复杂网络按照网络拆分的原则拆分为$l$个子网络，整个动态网络的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i)+\varepsilon_1\sum_{j=1}^{N}a_{ij}^1\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{x}_j+\varepsilon_2\sum_{j=1}^{N}a_{ij}^2\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{x}_j+\cdots+\varepsilon_l\sum_{j=1}^{N}a_{ij}^l\boldsymbol{H}_l\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{v}_i(1\leqslant i\leqslant N)\tag{1}$$

其中，$1\leqslant i\leqslant N$，$\boldsymbol{x}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in})^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{R}^n$为节点$i$的状态变量；$\boldsymbol{f}:\boldsymbol{R}^n\rightarrow\boldsymbol{R}^n$是连续可微的函数；$\varepsilon_l$为第$l$个子网络的耦合强度；$\boldsymbol{H}_1,\boldsymbol{H}_2,\cdots,\boldsymbol{H}_l\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$为各个节点状态变量之间的内部耦合函数，它描述了耦合节点之间的连接关系，通常取对角阵$\boldsymbol{H}=diag(r_1,r_2,\cdots,r_m)\in\boldsymbol{R}^{m\times m}$，其中$r_1,r_2,\cdots,r_m\geqslant 0$。耦合矩阵$\boldsymbol{A}^l=(a_{ij}^l)_{N\times N}\in\boldsymbol{R}^{n\times n}(l=0,1,2)$表示第$l$个子网络的拓扑结构，其中$a_{ij}^l$的具体定义如下：原网络中每条边定义一个称为权重的常数，$a_{ij}^l=a_{ji}^l(i\neq j)$为第$l$个子网络的节点$i$和$j$之间边上的权重，若两点之间无边连接，则$a_{ij}^l=a_{ji}^l=0(i\neq j)$，矩阵$A$的对角元定义为$a_{ii}^l=-\sum\limits_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}a_{ij}^l=-\sum\limits_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}a_{ji}^l(i=1,2,\cdots,N;l=0,1,2,\cdots)$，即满足耗散耦合条件$\sum\limits_{j=1}^{N}a_{ij}^l=0$。式中$\boldsymbol{v}_i\in\boldsymbol{R}^n$是控制输入项，满足

$$\varepsilon_1\sum_{j=1}^{N}a_{ij}^1\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{s}(t)+\varepsilon_2\sum_{j=1}^{N}a_{ij}^2\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{s}(t)+\cdots+\varepsilon_l\sum_{j=1}^{N}a_{ij}^l\boldsymbol{H}_l\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{v}_i=0\quad(1\leqslant i\leqslant N)\tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{s}(t)$为节点方程$\dot{x}=f(x_i(t))$的一个达到同步的解。系统(1)的同步定义如下。

定义1 令$\boldsymbol{x}_i(t;t_0,\boldsymbol{X}_0)(1\leqslant i\leqslant N)$为式(1)的解，$\boldsymbol{X}_0=(x_1^0,x_2^0,\cdots,x_N^0)$，$\boldsymbol{f}:\Omega\times R^+\rightarrow R^n$和$\boldsymbol{H}_l:\boldsymbol{\Omega}\times\cdots\times\Omega\rightarrow\boldsymbol{R}^n(1\leqslant i\leqslant N)$是连续可微的，其中$\boldsymbol{\Omega}\subseteq\boldsymbol{R}^n$。如果存在一个非空子集$\boldsymbol{\Lambda}\subseteq\boldsymbol{\Omega}$，并且$x_i^0\in\boldsymbol{\Lambda}(1\leqslant i\leqslant N)$，那么对所有的$t\geqslant t_0$和$1\leqslant i\leqslant N$，$\boldsymbol{x}_i(t,t_0,X_0)\in\boldsymbol{\Omega}$都成立，且有

$$\lim_{t\rightarrow\infty}\|\boldsymbol{x}_i(t;t_0,\boldsymbol{X}_0)-\boldsymbol{s}(t,t_0,x_0)\|_2=0,1\leqslant i\leqslant N$$

其中，$x_0\subseteq\boldsymbol{\Omega}$。由此可知，式(1)所描述的系统就达到同步，并且$\boldsymbol{\Lambda}\times\cdots\times\boldsymbol{\Lambda}$被称为动态网络系统的同步域。

定义误差为$\boldsymbol{e}_i(t)=\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{s}(t)$，则控制器$\boldsymbol{v}_i$的目标就是引导控制式(1)趋于同步，即$\lim\limits_{t\rightarrow\infty}\|\boldsymbol{e}_i(t)\|_2=0(1\leqslant i\leqslant N)$。由于$\dot{\boldsymbol{s}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s},t)$，令式(1)减去$\dot{\boldsymbol{s}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s},t)$得

$$\dot{\boldsymbol{e}}_i=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{s},t)+\varepsilon_1\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^1\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{e}_j(t))+\varepsilon_2\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^2\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{e}_j(t))+\cdots+\varepsilon_l\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^l\boldsymbol{h}_l(\boldsymbol{e}_j(t))+\boldsymbol{v}_i\tag{3}$$

其中

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{s},t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s},t)$$

$$\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{e}_j(t))=\boldsymbol{H}_1(\boldsymbol{x}_j(t))-\boldsymbol{H}_1(\boldsymbol{s}(t))$$

$$\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{e}_j(t))=\boldsymbol{H}_2(\boldsymbol{x}_j(t))-\boldsymbol{H}_2(\boldsymbol{s}(t))$$

……

$$\boldsymbol{h}_l(\boldsymbol{e}_j(t))=\boldsymbol{H}_l(x_j(t))-\boldsymbol{H}_l(\boldsymbol{s}(t))$$

下面给出定理中所需的假设与引理。

假设1 假设存在非负常数α，满足$\forall t\in R^+$，有

$$\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i)-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s})\|\leqslant\alpha\|\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{s}(t)\|,i=1,2,\cdots,N$$

假设2 假设存在非负常数β_l，满足$t\in R^+$，有

$$\|\boldsymbol{H}_l(\boldsymbol{x}_j(t))-\boldsymbol{H}_l(\boldsymbol{s}(t))\|\leqslant\beta_l\|\boldsymbol{x}_j(t)-\boldsymbol{s}(t)\|,l=1,2,\cdots;j=1,2,\cdots,N$$

假设3 假设多重权复杂网络中每条边的所有权重均非负。

引理1 $\forall x,y\in R^+$，有$2\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}\leqslant\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}$。

4 同步准则

定理1 若假设1和假设2成立，选取控制器为

$$\boldsymbol{v}_i=[-d-2\alpha+\sum_{m=0}^{l}\sigma_l(\beta_l^2g_{ii}^m+g_{ii}^m)]\boldsymbol{e}_i(t),1\leqslant i\leqslant N\tag{4}$$

其中，d是正常数。

证明：考虑如下的Lyapunov函数

$$\boldsymbol{V}(t)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{e}_i^T(t)\boldsymbol{e}_i(t)\tag{5}$$

对V进行求导，并将式(3)和式(4)代入得

$$\dot{\boldsymbol{V}}(t)=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i(t))-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}(t))+\varepsilon_1\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^1\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{e}_j(t))+\varepsilon_2\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^2\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{e}_j(t))+\cdots+\varepsilon_l\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^l\boldsymbol{h}_l(\boldsymbol{e}_j(t))+[-d-2\alpha+\sum_{m=0}^{l}\sigma_m(\beta_m^2g_{ii}^m+g_{ii}^m)]\boldsymbol{e}_i(t)\}\tag{6}$$

利用假设2及$g_{ii}^m\leqslant 0$，有

$$g_{ii}^m\beta_l^2\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)\leqslant g_{ii}^m\boldsymbol{h}_l^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{e}_i(t))\boldsymbol{h}_l(\boldsymbol{e}_i(t)),i=1,2,\cdots,N;\ m=1,2,\cdots,l$$

由假设1可得

$$\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i(t))-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}(t))]\leqslant\|\boldsymbol{e}_i(t)\|\ \|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i(t))-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}(t))\|\leqslant\alpha\|\boldsymbol{e}_i(t)\|^2=\alpha\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)$$

于是

$$\dot{\boldsymbol{V}}(t)\leqslant-d\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)+\sigma_1\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^1\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{e}_j(t))+\sigma_2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^2\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{e}_j(t))+\cdots+\sigma_l\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}g_{ij}^l\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_l(\boldsymbol{e}_j(t))+\sum_{m=1}^{l}\sum_{i=1}^{N}\sigma_mg_{ii}^m\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)-\alpha\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)$$

再利用$g_{ii}^m=-\sum\limits_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}g_{ij}^m$，可得

$$\dot{V}(t)\leqslant -d\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)+\sigma_1\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}g_{ij}^1\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{e}_j(t))-\sigma_1\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=0\\j\neq i}}^{N}g_{ij}^1\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{e}_i(t))+\sigma_2\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}g_{ij}^2\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{e}_j(t))-\sigma_2\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=0\\j\neq i}}^{N}g_{ij}^2\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{e}_i(t))+\cdots+\sigma_l\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}g_{ij}^l\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_l(\boldsymbol{e}_j(t))-\sigma_l\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=0\\j\neq i}}^{N}g_{ij}^l\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{h}_l(\boldsymbol{e}_i(t))+\sum_{m=1}^{l}\sum_{i=1}^{N}\sigma_m g_{ii}^m\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)-\alpha\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)$$

由于 $g_{ij}^m=g_{ji}^m(i\neq j)$，从而

$$\dot{V}(t)\leqslant -d\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)-\sum_{m=0}^{l}\Big[\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\sigma_m g_{ij}^m\boldsymbol{h}_m\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)\Big]-\alpha\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}_i(t)$$

由于 $d>0,\sigma_m>0,g_{ij}^m\geqslant 0(i\neq j)$，于是 $\dot{V}(t)<0$，根据 Lyapunov 稳定性定理可得

$$\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{e}_i(t)\|=0,1\leqslant i\leqslant N$$

于是系统式(1)在式(4)的作用下趋于同步。

5 数值仿真

令式(1)中 $N=3$，选取 Lorenz 混沌系统为节点的动力学方程

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_{i1}\\\dot{x}_{i2}\\\dot{x}_{i3}\end{pmatrix}=\boldsymbol{B}\begin{pmatrix}x_{i1}\\x_{i2}\\x_{i3}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\-x_{i1}x_{i3}\\x_{i1}x_{i2}\end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}-10&10&0\\28&-1&0\\0&0&-\frac{8}{3}\end{pmatrix}$$

对于图 1 和图 2 所描述的三重权重复杂网络，设

$$a_{12}^1=3,a_{13}^1=4,a_{23}^1=5;a_{12}^2=5,a_{13}^2=6,a_{23}^2=7;a_{12}^3=4,a_{13}^3=5,a_{23}^3=6\tag{7}$$

并且有 $a_{ij}^k=a_{ij}^k(i=1,2,3;j=1,2,3;k=1,2,3)$。令控制器

$$\boldsymbol{v}_i=-d_i\boldsymbol{e}_i(1\leqslant i\leqslant 3),\dot{\boldsymbol{d}}_i=k_i\boldsymbol{e}_i^2\boldsymbol{e}_i=k_i\|e_i\|_2^2\tag{8}$$

由式(1)得：当 $i=1$ 时

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_{11}\\\dot{x}_{12}\\\dot{x}_{13}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10(x_{12}-x_{11})\\28x_{11}-x_{12}-x_{11}x_{13}\\x_{11}x_{12}-\frac{8}{3}x_{13}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}M_{11}\\M_{12}\\M_{13}\end{pmatrix}+\boldsymbol{v}_1$$

$M_{11}=\varepsilon_1(a_{11}^1x_{11}+a_{12}^1x_{21}+a_{13}^1x_{31})+\varepsilon_2(a_{11}^2x_{11}+a_{12}^2x_{21}+a_{13}^2x_{31})+\varepsilon_3(a_{11}^3x_{11}+a_{12}^3x_{21}+a_{13}^3x_{31})$

$M_{12}=\varepsilon_1(a_{11}^1x_{12}+a_{12}^1x_{22}+a_{13}^1x_{32})+\varepsilon_2(a_{11}^2x_{12}+a_{12}^2x_{22}+a_{13}^2x_{32})+\varepsilon_3(a_{11}^3x_{12}+a_{12}^3x_{22}+a_{13}^3x_{32})$

$M_{13}=\varepsilon_1(a_{11}^1x_{13}+a_{12}^1x_{23}+a_{13}^1x_{33})+\varepsilon_2(a_{11}^2x_{13}+a_{12}^2x_{23}+a_{13}^2x_{33})+\varepsilon_3(a_{11}^3x_{13}+a_{12}^3x_{23}+a_{13}^3x_{33})$

$\boldsymbol{v}_1=[-d-2\alpha+\varepsilon_1(\beta_1^2a_{11}^1+a_{11}^1)+\varepsilon_2(\beta_2{}^2a_{11}^2+a_{11}^2)+\varepsilon_3(\beta_3{}^2a_{11}^3+a_{11}^3)](e_{11},e_{12},e_{13})^{\mathrm{T}}$

当 $i=2$ 时

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_{21}\\\dot{x}_{22}\\\dot{x}_{23}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10(x_{22}-x_{21})\\28x_{21}-x_{22}-x_{21}x_{23}\\x_{21}x_{22}-\frac{8}{3}x_{23}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}M_{21}\\M_{22}\\M_{23}\end{pmatrix}+\boldsymbol{v}_2$$

$M_{21}=\varepsilon_1(a_{21}^1x_{11}+a_{21}^1x_{21}+a_{21}^1x_{31})+\varepsilon_2(a_{21}^2x_{11}+a_{22}^2x_{21}+a_{23}^2x_{31})+\varepsilon_3(a_{21}^3x_{11}+a_{22}^3x_{21}+a_{23}^3x_{31})$

$M_{23}=\varepsilon_1(a_{21}^1x_{12}+a_{21}^1x_{22}+a_{21}^1x_{32})+\varepsilon_2(a_{21}^2x_{12}+a_{22}^2x_{22}+a_{23}^2x_{32})+\varepsilon_3(a_{21}^3x_{12}+a_{22}^3x_{22}+a_{23}^3x_{32})$

$M_{23}=\varepsilon_1(a_{21}^1x_{13}+a_{21}^1x_{23}+a_{21}^1x_{33})+\varepsilon_2(a_{21}^2x_{13}+a_{22}^2x_{23}+a_{23}^2x_{33})+\varepsilon_3(a_{21}^3x_{13}+a_{22}^3x_{23}+a_{23}^3x_{33})$

$\boldsymbol{v}_2=[-d-2\alpha+\varepsilon_1(\beta_1^2a_{22}^1+a_{22}^1)+\varepsilon_2(\beta_2^2a_{22}^2+a_{22}^2)+\varepsilon_3(\beta_3^2a_{22}^3+a_{22}^3)](e_{21},e_{22},e_{23})^{\mathrm{T}}$

当 $i=3$ 时

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_{31}\\\dot{x}_{32}\\\dot{x}_{33}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10(x_{32}-x_{31})\\28x_{31}-x_{32}-x_{31}x_{32}\\x_{31}x_{32}-\frac{8}{3}x_{32}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}M_{31}\\M_{32}\\M_{33}\end{pmatrix}+\boldsymbol{v}_3$$

$M_{31}=\varepsilon_1(a_{31}^1x_{11}+a_{32}^1x_{21}+a_{33}^1x_{31})+\varepsilon_2(a_{31}^2x_{11}+a_{32}^2x_{21}+a_{33}^2x_{31})+\varepsilon_3(a_{31}^3x_{11}+a_{32}^3x_{21}+a_{33}^3x_{31})$

$M_{32}=\varepsilon_1(a_{31}^1x_{12}+a_{32}^1x_{22}+a_{33}^1x_{32})+\varepsilon_2(a_{31}^2x_{12}+a_{32}^2x_{22}+a_{33}^2x_{32})+\varepsilon_3(a_{31}^3x_{12}+a_{32}^3x_{22}+a_{33}^3x_{32})$

$M_{33}=\varepsilon_1(a_{31}^1x_{13}+a_{32}^1x_{23}+a_{33}^1x_{33})+\varepsilon_2(a_{31}^2x_{13}+a_{32}^2x_{23}+a_{33}^2x_{33})+\varepsilon_3(a_{31}^3x_{13}+a_{32}^3x_{23}+a_{33}^3x_{33})$

$\boldsymbol{v}_3=[-d-2\alpha+\varepsilon_1(\beta_1^2a_{33}^1+a_{33}^1)+\varepsilon_2(\beta_2^2a_{33}^2+a_{33}^2)+\varepsilon_3(\beta_3^2a_{33}^3+a_{33}^3)](e_{31},e_{32},e_{33})^{\mathrm{T}}$

在控制器 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{v}_3$ 的作用下，令 $d=2,\alpha=8,\varepsilon_1=0.3,\varepsilon_2=0.2,\varepsilon_3=0.1,\beta_1^2=8,\beta_2^2=9,\beta_3^2=10$。初值取 $x_{11}=1,x_{12}=3,x_{13}=4,x_{21}=-3,x_{22}=1,x_{23}=3,x_{31}=4,x_{32}=1,x_{33}=-2$，系统(1)在控制器 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{v}_3$ 的作用下趋于同步。误差的仿真图如图 3 所示。由图可知：式(1)描述的三重权重复杂网络在 4 个时间单位能达到平衡。

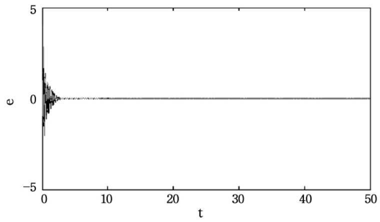

图 3 复杂网络的误差收敛曲线

通过数值仿真可知：改变权重会影响多重权重复杂网络的同步过程，例如当权重如式(9)时，误差仿真如图 4 所示，由图可知三重权重复杂网络在 13 个时间单位能达到平衡。

$$a_{12}^1=13,a_{13}^1=14,a_{23}^1=15;a_{12}^2=15,a_{13}^2=16,a_{23}^2=17;a_{12}^3=14,a_{13}^3=15,a_{23}^3=16\tag{9}$$

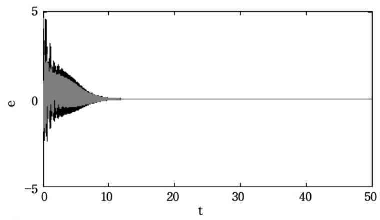

图 4 复杂网络的误差收敛曲线

当权重如式(10)时，误差仿真如图 5 所示，由图可知三重权重复杂网络在 40 个时间单位能达到平衡。

$$a_{12}^1=23,a_{13}^1=24,a_{23}^1=25;a_{12}^2=25,a_{13}^2=26,a_{23}^2=27;a_{12}^3=24,a_{13}^3=25,a_{23}^3=26\tag{10}$$

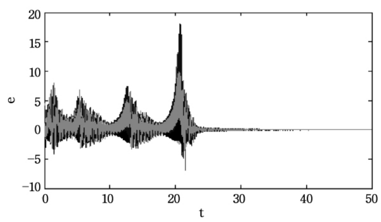

图 5 复杂网络的误差收敛曲线

结束语　本文建立了一种新的多重权重复杂网络模型，与以往的复杂网络模型不同的是，这种网络模型的每条边上具有多个权重，并按网络拆分的原则，将其拆分为多个性质不同的子网络。接着研究了具有三重权重的复杂网络的自适应同步问题，给出了同步的准则，最后用 Lorenz 混沌系统进行数值模拟。值得注意的是，这种多重权重复杂网络模型在每条边上加上性质不同的权值，在现实中实用性很强，它的应用将是下一步研究工作的重点。

参 考 文 献

[1] 王波，柯红红，蒋天. 基于复杂网络理论的杭州公交网络建模与特性分析[J]. 武汉大学学报，2011，44(3)：404-408

[2] 米刚，刘雯，李梦龙. 复杂网络分析激酶底物信号传递机制[J]. 四川大学学报，2013，50(2)：359-365

[3] 许立雄，刘俊勇，刘洋，等. 电力网络结构特性分析[J]. 四川大学学报(工程科学版)，2014，46(S2)：133-139

[4] Gu Ya-qin，Shao Chun，Fu Xin-chu. Complete synchronization and stability of star-shaped complex networks[J]. Chaos Solitons and Fractals，2006，28(2)：480-488

[5] 史昕，赵祥模，惠飞. 一种面向分簇实时监测应用的 WSN 时间同步算法[J]. 四川大学学报(工程科学版)，2012，44(5)：121-129

[6] 孙国强. 一般双重时变时滞复杂网络的同步分析[J]. 哈尔滨商业大学学报，2012，28(6)：696-699

[7] 刘金良. 具有随机节点结构的复杂网络同步研究[J]. 物理学报，2013，62(4)：040503-040503

[8] 郑海青，井元伟，刘晓平. 一类时滞加权动态复杂网络的牵制同步[J]. 东北大学学报(自然科学版)，2010，31(3)：1065-1069

[9] 王波，王万良，杨旭华. 一种基于加权复杂网络的最优公交换乘算法[J]. 武汉理工大学学报，2008，32(6)：1113-1116

[10] 王亮亮. 加权复杂动态网络自适应控制与同步[D]. 河北：河北工业学院，2009

[11] 郭陶，张琨，郭文娟. 一种改进的加权复杂网络聚类方法[J]. 计算机科学，2012，39(S1)：99-102

[12] 高洋，李丽香，彭海朋. 多重边复杂动态网络的稳定性分析[J]. 物理学报，2008，57(3)：1444-1452

[13] 高洋，李丽香，彭海朋. 多重边融合复杂动态网络的自适应同步[J]. 物理学报，2008，57(4)：2081-2091

[14] An Xin-lei，Zhang Li，Li Yin-zhen，Zhang Jian-gang. Synchronization analysis of complex networks with multi-weights and its application in public traffic network[J]. Physica A，2014，412(10)：149-156

(上接第 277 页)

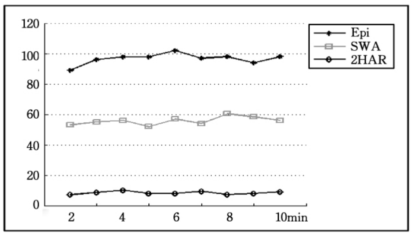

图 7　自驾游场景车队自组网网络开销随时间变化的情况

通过以上分析可以看出，Epidemic 算法虽然在递交率和传输时延上有优势，但这仅限于节点少的情况，如果节点数量达到一定值时发生网络拥塞会对通信效果产生巨大不良影响；2HAR 算法的整体性能较好，网络拥塞问题不明显，无论是节点密度稀疏的郊区野外场景还是节点密集的城市，都能保证不错的通信质量，有较强的应用性。

结束语　基于两跳 ACK 确认机制的备用副本转发算法对避开路由空洞问题能够发挥一定的主动性，结果证明该算法能够有效提高消息在不稳定连接中的转发成功率。下一步可结合文中思想进一步研究在节点高速运动中 DTN 网络端到端的可靠传输。

参 考 文 献

[1] Fall K. A delay-tolerant network architecture for challenged internets[C]// Conference on Applications，Technologies，Architectures，and Protocols for Computer Communications. ACM，2003：27-34

[2] Daly E M，Haahr M. The challenges of disconnected delay-tolerant MANETs[J]. Ad Hoc Networks，2010，8(2)：241-250

[3] Akyildiz I F，Akan B，Chen C，et al. InterPlanetary Internet：State-of-the-Art and research challenges[J]. Computer Networks，2003，43(2)：75-112

[4] Li X，Shu W，Li M，et al. DTN Routing in Vehicular Sensor Networks[J]. IEEE，2008：752-756

[5] Yu D，Ko Y B. FFRDV：Fastest-ferry routing in DTN-enabled vehicular Ad Hoc networks[J]. International Conference on Advanced Communication Technology. Icact.，2009，2：1410-1414

[6] Farahmand F，Patel A N，Jue J P，et al. Vehicular Wireless Burst Switching Network：Enhancing Rural Connectivity[C]// GLOBECOM Workshops. 2009：1-7

[7] Dentsoras A J. An information propagation scheme for VANETs[C]// Proceedings of Intelligent Transportation Systems，2005. IEEE，2005：155-160

[8] 申健，夏靖波，付凯，等. 一种区分服务的 DTN 路由算法[J]. 计算机应用研究，2013，30(6)：1772-1774

[9] Brewer E，Demmer M，Ho M，et al. The challenges of technology research for developing regions[J]. IEEE Pervasive Computing，2006，5(2)：15-23

[10] Naidu S，Chintada S，Sen M，et al. Challenges in deploying a delay tolerant network[C]// The Workshop on Challenged Networks. 2008：65-72

[11] Sok P，Kim K. Distance-based PROPHET routing protocol in Disruption Tolerant Network[C]// IEEE International Conference on ICT Convergence. 2013：159-164

[12] Park H S，Jang J H，Lee S H，et al. Position-Based DTN Routing in metropolitan bus network[C]// International Conference on Systems and Informatics. IEEE，2012：1449-1453

[13] 符媛柯，唐伦，陈前斌，等. 车载自组织网络路由协议及研究进展[J]. 计算机应用，2013，33(7)：1793-1797，1801

[14] 田乐，谢东亮，任彪，等. 无线传感器网络贪婪转发策略中的路由空洞问题[J]. 电子与信息学报，2007，29(12)：2996-3000

[15] 姚玉坤，陈曦，余志龙，等. 基于动态分段网络编码的 DTN 高效路由算法[J]. 微电子学与计算机，2015，32(3)：136-141

[16] 谢凌杰，韩学东. 战场环境下的 DTN 路由算法研究[J]. 计算机工程与设计，2014，35(2)：376-415

[17] Ma X，Sun M，Liu X，et a1. Improving geographical routing for wireless networks with an efficient path pruning algorithm[J]. IEEE Transactions on Vehicle Technology，2008，57(4)：2474-2488

[18] 王辉. NS2 网络模拟器的原理和应用[M]. 西安：西北工业大学出版社，2008