一种带反向学习机制的自适应烟花爆炸算法

王立平[1] 谢承旺[2]

(萍乡学院信息与计算机工程学院 萍乡 337055)[1]

(广西师范学院科学计算与智能信息处理广西高校重点实验室 南宁 530023)[2]

摘 要 针对烟花爆炸算法全局优化能力不足、容易早熟收敛的缺陷,将反向学习机制引入其中,通过产生反向种群拓展算法的勘探范围;另外,基于种群内个体适应值的差异,提出一种自适应调整烟花弹爆炸半径的计算方法。以上策略有机结合形成了一种带反向学习机制的自适应烟花爆炸算法。将新算法与另 4 种代表性群智能优化算法一同在 12 个经典测试函数上进行对比实验,结果表明新算法具有显著的性能优势。

关键词 反向学习,自适应爆炸半径,烟花爆炸算法

中图法分类号 TP301 **文献标识码** A

Adaptive Fireworks Explosion Optimization Algorithm Using Opposition-based Learning

WANG Li-ping[1] XIE Cheng-wang[2]

(College of Information and Computer Engineering, Pingxiang University, Pingxiang 337055, China)[1]

(Science Computing and Intelligent Information Processing of Guangxi Higher Education Key Laboratory, Guangxi Teachers Education University, Nanning 530023, China)[2]

Abstract Due to the insufficiency of the global optimization ability for the basic fireworks explosion algorithm (FEA for short), which results in the premature convergence of FEA easily. In the paper, a mechanism of opposition-based learning was introduced into the FEA to generate opposition-based population, which can expand the scope of exploration of the algorithm. In addition, an adaptive explosion radius was also assigned to the individual based on individual's fitness value. The above two strategies are integrated into the FEA to form an adaptive fireworks explosion algorithm using opposition-based learning (AFEAOL). The AFEAOL is compared with other four swarm intelligence algorithms to validate the algorithm's efficiency on twelve classic test instances, and the experimental results demonstrate that the AFEAOL algorithm has a significant performance advantage over other three peer algorithms.

Keywords Opposition-based learning, Adaptive explosion radius, Fireworks explosion algorithm

1 引言

科学计算与工程实践中涌现出大量日益复杂的优化问题,这些问题一般难以满足数学上的必备条件而使得经典的数学方法难以有效求解。与此同时,许多研究者通过对自然界中一些现象进行抽象和建模,提出了一些新型的随机优化方法,比如蚁群算法[1]、粒子群优化算法[2]、模拟退火算法[3]和蜂群算法[4]等,它们均属群智能优化算法的范畴。群智能优化算法通常随机产生一组解点,然后通过迭代方法逐步逼近问题的最优解,直至找到满足条件的解为止。群智能优化方法解题时一般并不要求待解问题满足连续、可微等条件,因而其适用范围更广,特别在只需获得问题近似解时,群智能优化算法尤显合适。

2010 年,Tan 等[5]通过模拟烟花爆炸中炸点的扩散机制提出了一种新颖的烟花爆炸算法(Fireworks Explosion Algorithm, FEA)。由于烟花弹爆炸时,释放出的火星散布在以烟花弹(炸点)为中心的一个圆形邻域内,如果将该邻域视为问题的一个局部区域,爆炸产生的火星视为区域内的点,那么一次爆炸就类似于对局部区域的一次探索。这种探索可看成是在解空间中对该炸点附近的一次局部搜索。鉴于 FEA 算法具有执行过程简单、寻优精度高、收敛性和鲁棒性较好等优点,因而引起了研究者的关注。迄今为止,研究者从不同角度改进了基本 FEA 算法,进一步提高了烟花爆炸优化算法的解题性能。文献[6]在基本 FEA 算法的基础上对爆炸点的方向和爆炸半径等参数进行改进,提高了算法的性能;文献[7]借鉴 PSO 算法引入了交流算子,实现了种群内个体之间的交流,引导种群向全局最优解逼近;文献[8]将遗传算法思想引入 FEA 中,随机选择某个炸点与当前最佳炸点的位置进行信息交换,增加种群的多样性,克服算法早熟收敛;文献[9]将差分进化算法(Differential Evolution, DE)和烟花爆炸算法相结

本文受国家自然科学基金(11661065),江西省教育厅科技项目(GJJ151274),江西省知识产权软科学研究计划项目(ZR201610),科学计算与智能信息处理广西高校重点实验室(GXSCIIP201604)资助。

王立平(1979-),男,硕士,副教授,主要研究方向为数据挖掘,E-mail:wlp8631@163.com;谢承旺(1974-),男,博士,副教授,主要研究方向为智能计算,E-mail:chengwangxie@163.com(通信作者)。

合，提出了混合型 FEA-DE 算法，并获得了较好的实验效果；文献[10]根据烟花能否产生更优的火星来决定烟花弹爆炸的半径，提出一种动态搜索的烟花爆炸算法 dynFEA；文献[11]将生物地理学优化算法引入烟花爆炸中以增强烟花弹之间的信息交流，提出了一种新型混合烟花爆炸算法 BBO-FWA。上述算法在一定程度上加快了算法收敛，提高了解的精度，改善了算法的性能。

但也应注意到，烟花爆炸优化采用了贪婪选择的方式，随着迭代的进行，所有个体逐渐向当前最优个体靠拢，而且其爆炸半径也逐渐缩小，种群的多样性也会逐渐降低。这种搜索机制使得 FEA 算法在求解不规则解空间的优化问题时性能较差，其原因在于：保持烟花群体的多样性，促使烟花弹在更大邻域内搜索可以增大算法在复杂解空间内发现全局最优解的概率，从而避免算法早熟收敛。此外，已有 FEA 算法一般将烟花爆炸半径设置为非线性递减的变化方式，其好处是保证算法在初期可以执行全局勘探，而在末期执行最优解局部精确搜索，但是这种爆炸半径的变化方式仅局限于烟花群体，而并未考虑将同一代烟花弹因其适应值的差异而赋予不同的半径，以有效地利用搜索资源。鉴于此，本文将反向学习机制引入 FEA 算法，通过反向学习产生反向种群，并在原种群和反向种群的并集中筛选较优个体参与进化，促使算法较快收敛于全局最优解；其次，本文对算法在不同世代的种群个体半径采用非线性递减的变化方式，而对相同世代的烟花弹将依据其适应值的大小赋予不同的半径，以高效地利用计算资源，提高搜索效率。

基于此，本文提出一种带反向学习机制的自适应烟花爆炸算法（Adaptive Fireworks Explosion Optimization Algorithm Using Opposition-Based Learning，AFEAOL），该算法的特点有：1）发挥基本 FEA 算法较强的局部开采能力，改善算法的求解精度；2）利用反向学习机制加强算法的全局勘探能力，以提高算法发现全局最优解的能力；3）在算法种群的内部根据个体适应值的差异自适应地调整烟花弹的爆炸半径，以更有效地利用搜索资源。将上述几种策略有机结合，以期改善 FEA 算法求解复杂优化问题的能力。

2 AFEAOL 算法

2.1 反向学习机制

Tizhoosh[12] 在 2005 年提出了反向学习（Opposition-Based Learning，OBL）的概念，并说明了反向解要比当前解有高出近 50%的概率靠近全局最优。其主要思想是通过在当前个体所在区域产生反向个体，并将反向个体与当前个体一起参与竞争，使优秀个体进入下一代。

定义 1 设在 D 维搜索空间中一个可行解 $x_i=(x_{i,1},x_{i,2},\cdots,x_{i,D})$，$x_{i,j}=[a_j,b_j]$，$j=1,2,\cdots,D$。设其反向解 $x_i'=(x'_{i,1},x'_{i,2},\cdots,x'_{i,D})$ 且满足式(1)：

$$x'_{i,j}=a_{i,j}+b_{i,j}-x_{i,j} \tag{1}$$

定义 2（广义反向学习） 令 $x'_{i,j}=k(a_j+b_j)-x_{i,j}$，其中 $x_{i,j}=[a_j,b_j]$，$i=1,2,\cdots,|Popsize|$，$j=1,2,\cdots,D$，$|Popsize|$ 为种群规模，D 为搜索空间的维度。

定义 2 中的 k 可以取不同的实数，当 $k=0$ 时称为基于解对称的广义反向学习；当 $k=0.5$ 时称为基于对称区间的广义反向学习；当 $k=1$ 时称为广义的反向学习；而当 k 为[0,1]区间内的随机数时称为随机广义反向学习。

定义 3（一般动态反向学习） 令 $x'_{i,j}=k(da_j+db_j)-x_{i,j}$，其中 da_j 和 db_j 分别表示当前代种群搜索空间中第 j 维上的最小值和最大值，即：

$$\begin{cases} da_j=\min(A_j) \\ db_j=\max(A_j) \end{cases} \tag{2}$$

其中，A_j 为种群中的个体在第 j 维上所有取值的集合，$k\in[0,1]$ 为一般化系数。

为验证反向学习的有效性，下面通过一个例子表明其具有较强的勘探能力。假设待优化问题 $\min f(q)=\|q-A\|$，优化问题搜索空间的维度为 2，A 是优化问题的全局最优位置，并设其为(14,15)。假设决策变量 x_1，x_2 的取值范围是[0,20]，现在决策空间内取一点 $p=(9,8)$，其适应值为 $f(p)=\sqrt{74}$，根据定义 1 可得其反向解点 $p'=(11,12)$，其适应度值 $f(p')=3\sqrt{2}$，显然，$f(p')<f(p)$，说明反向点更加接近最优解位置。

本文采用一般动态反向学习策略产生反向群体，并从当前种群和反向种群的并集中选择适应值较好的个体组成下一代种群。该策略的好处是既能拓展种群的勘探范围又能避免无效搜索，从而使算法能较快地收敛于问题的全局最优解。

2.2 烟花爆炸优化

基于烟花爆炸优化的搜索方式如下：首先在搜索空间中随机初始化 N 个炸点，即确定第一次爆炸的炸点位置，用以表征问题的初始解。例如，在 D 维搜索空间中的第 i 个炸点可表示为$(x_{i,1},x_{i,2},\cdots,x_{i,D})$，炸点执行均匀爆炸时需预设最大爆炸半径 r，即火星的最大散开区域。如果炸点爆炸层数为 w，那么每一层的爆炸半径为 $j\cdot r/w(j=1,2,\cdots,w)$。其中 r 一般呈非线性递减的方式变化，以确保算法初期可执行搜索空间的全局搜索，算法末期能在最优解附近进行局部范围内的精确搜索。考虑到算法在实际执行过程中由于时空资源的限制，同时也为了保证有足够的火星数目，这里规定火星与炸点之间的距离有 $r/4$，$r/2$，$3r/4$ 和 r 4 种情况。对于烟花弹 i，其爆炸产生的火星如式(3)所示：

$$x_i^*=x_i+r_j\cdot\vec{b}_k \tag{3}$$

其中，x_i 为烟花弹 i 的当前位置，x_i^* 为烟花弹 i 爆炸产生的火星位置，$r_j(j=1,2,3,4)$ 为爆炸半径，且 $r_1=r$，$r_2=3r/4$，$r_3=r/2$，$r_4=r/4$，$r=r(t)$ 表示第 t 代烟花弹爆炸的半径。$\vec{b}_k(k=1,2,\cdots,m)$ 表示爆炸的方向，m 为烟花弹 i 爆炸后所有方向的总数。对于低维度的搜索空间（如 $D\leqslant5$），算法选择直观的标准坐标轴爆炸方向，即 D 维问题的爆炸方向数为 $2D$；但对于高维度的搜索空间（如 $D>5$），如果仍采用 $2D$ 个爆炸方向，则算法消耗的时空资源过大，因此在求解高维度优化问题时，每层爆炸方向采用从 $2D$ 个标准坐标轴方向中随机挑选 $D/3$ 个方向以及与其相反的 $D/3$ 个方向，构成 $2D/3$ 个爆炸方向。

这里在实施烟花爆炸的过程中对所有炸点和火星的位置边界进行了限制，设 $x^l(l=1,2,3,\cdots,D)$ 为 D 维搜索空间任一维决策变量，且 $x^l\in[a_l,b_l]$，如果炸点 x 爆炸过程中产生的火星 x_j 跳出边界$[a_l,b_l]$成为非可行解，则将 x_j 在第 l 维上的值按照式(4)进行重置。

$$x_j^l=rand(a_l,b_l),\ \text{if } x_j^l<a_l \text{ or } x_j^l>b_l \tag{4}$$

其中，$rand(\cdot)$ 是区间$[a_l,b_l]$上的均匀随机数。

2.3 爆炸半径自适应变化

基本 FEA 算法中对每代种群个体的爆炸半径取相同的值,即种群中较优个体与较劣个体的搜索范围是相同的。这种搜索机制存在的不足之处在于:较优的个体一般离最优解的距离较近,它们应该在一个较小的邻域内搜索才可能以最快的速度逼近问题的最优解;而较差的个体一般离问题的最优解较远,它们在一个更大范围内进行勘探则有可能发现全局最优解。如果不区分个体的优劣而采用"一刀切"式的搜索半径则会浪费计算资源,降低算法的效率。鉴于此,本文提出根据个体适应值的优劣自适应地调整种群个体的爆炸半径,具体步骤如下。

(1)将烟花弹与其产生的火星进行合并,构成集合 U。

(2)对集合 U 中的个体进行评价,并按适应值排序。

(3)计算第 t 代的初始爆炸半径 $r(t)$:

$$r(t)=\sqrt{\frac{T_{\max}-t}{T_{\max}}}\cdot(X_{\max}-X_{\min})/2 \tag{5}$$

其中,$T_{\max}$ 为总迭代次数,t 为当前迭代次数,$X_{\max}$ 和 $X_{\min}$ 表示在构成当前种群的搜索空间的维度中最大的和最小的维度值。

(4)设第 t 代的第 j 个烟花弹的爆炸半径为 $r_{t,j}$,则其计算方法如下:

$$r_{t,j}=r(t)\cdot\frac{f(j)}{f_{\max}} \tag{6}$$

其中,$f(j)$ 为个体 j 的适应值,$f_{\max}$ 为种群中最大的适应值。这种爆炸半径的计算方法具有如下特点:1)每代种群的初始半径按照式(5)进行计算,随着代数的增加,各代的半径逐渐减少,算法前期在较大范围内进行勘探,而在后期进行局部开采,有利于加快算法收敛;2)每一代种群内部的个体根据其适应值的优劣赋予不同的搜索半径,这样可以有效地利用计算资源,避免无效搜索,提高寻优的效率。

2.4 选择火星

自种群初始化后便将烟花弹和它们产生的火星进行合并,并依据适应值从中选择一定数目的个体组成下一代种群,如此反复直至算法终止。选择火星组成下一代种群的过程如算法 1 所示。

算法 1 选择火星

输入:种群规模|Pop|,当前代数 t,当前代种群 Pop(t)

输出:下一代种群 Pop(t+1)

Step1 将 Pop(t)与它们产生的火星合并,获得集合 U(t)

Step2 计算集合 U(t)中个体的适应度值

Step3 IF |U(t)| > |Pop|

Step4 对 U(t)中个体按适应值从好到坏排序,并从中选择前|Pop|个较优的个体组成下一代种群 Pop(t+1)

Step5 END IF

Step6 输出 Pop(t+1)

需要指出的是,每一代烟花弹和它们所产生的火星合并后,其规模一般大于种群的规模|Pop|,因此 Step3 中 IF 语句并不存在 ELSE 分支。

2.5 AFEAOL 算法流程

在 2.1 节至 2.4 节描述的基础上,给出 AFEAOL 算法的流程如算法 2 所示。

算法 2 带反向学习机制的自适应烟花爆炸算法 AFEAOL

输入: 种群规模|Pop|,一般化系数 k,最大迭代次数 T_{max}

输出: 算法获得的最优解

Step1 随机初始化|Pop|个烟花弹,并设迭代器 t=0

Step2 WHILE (t<T_{max})

Step3 对 Pop(t)执行 2.1 节的一般反向学习机制,生成反向种群 Pop(t)′

Step4 令 U(t)=Pop(t)∪Pop(t)′,评价 U(t),并从 U(t)中选择适应值较好的|Pop|个个体

Step5 根据 2.3 节的描述计算当代烟花种群中各个体的爆炸半径

Step6 对烟花种群 Pop(t)执行爆炸操作产生火星群体 Spark(t)

Step7 合并 Pop(t)和 Spark(t),并从中选择适应值较好的|Pop|个个体组成下一代种群

Step8 t=t+1

Step9 END WHILE

Step10 输出最优解

3 实验与结果分析

3.1 对等比较算法

为了验证本文 AFEAOL 算法的有效性,这里选取几种代表性群智能优化算法作为对等比较算法,它们分别是:1)基本 FEA 算法;2)基本的 PSO 算法;3)一种带精英反向学习的粒子群算法 EOPSO[13];4)基于正交实验设计的人工蜂群算法 ABC-OED[14]。

3.2 实验参数与环境

为使实验结果公平起见,上述 4 种算法的种群规模均为 20,各算法最大迭代次数均为 1000,参与对比算法的其他参数取其文献中给定的值。文献[13]的研究表明,一般化系数 $k=1$ 时能获得较好的效果,本文的 AFEAOL 算法的参数 k 亦取值为 1。

为减少性能分析中随机因素的影响,每种算法在所有的测试函数上均独立运行 30 次。本文的仿真实验在 Think Pad X200 笔记本电脑上运行,电脑配置 5GB 内存和 2.4GHz 双核 CPU,安装 Windows 7 X64 操作系统,算法运用 Java 编程,在 JDK1.7 环境下编译运行。

3.3 测试函数

针对单目标优化问题,选取 12 个代表性的测试函数,它们均参考于 CEC2010 特别报告[15],表 1 列出了测试函数的定义。

表 1 9 个基准的测试函数

测试函数	函数表达式	变量范围	决策空间维度	函数最优值
Sphere	$f_1(x)=\sum_{i=1}^{D}x_i^2$	[−100,100]	30	0
Schwefel's	$f_2(x)=\sum_{i=1}^{D}\lvert x_i\rvert+\prod_{i=1}^{D}\lvert x_i\rvert$	[−10,10]	30	0
Quadric	$f_3(x)=\sum_{i=1}^{D}(\sum_{j=1}^{i}x_j)^2$	[−100,100]	30	0

（续表）

测试函数	函数表达式	变量范围	决策空间维度	函数最优值
Step	$f_4(x)=\sum_{i=1}^{D}(\lvert x_i+0.5\rvert)^2$	[−100,100]	30	0
Quadric Noise	$f_5(x)=\sum_{i=1}^{D} i*x_i^4+\mathrm{random}[0,1)$	[−1.28,1.28]	30	0
Rastrgin	$f_6(x)=\sum_{i=1}^{D}[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10]$	[−5.12,5.12]	30	0
Non-Rastrgin	$f_7(x)=\sum_{i=1}^{D}[y_i^2-10\cos(2\pi y_i)+10]$ $y_i=\begin{cases}x_i, & \lvert x_i\rvert<0.5\\ \mathrm{round}(2x_i)/2, & \text{else}\end{cases}$	[−5.12,5.12]	30	0
Ackley	$f_8(x)=-20\exp(-0.2\sqrt{1/D\sum_{i=1}^{D}x_i^2})-$ $\exp(1/D\sum_{i=1}^{D}\cos(2\pi x_i))+20+e$	[−32,32]	30	0
Griewank	$f_9(x)=1/4000\sum_{i=1}^{D}x_i^2-\prod\cos(x_i/\sqrt{i})+1$	[−600,600]	30	0
伸展 V 型正弦函数	$f_{11}(x)=\sum_{i=1}^{D-1}(x_{i+1}^2+x_i^2)^{0.25}\{\sin^2[50(x_{i+1}^2+x_i^2)^{0.1}]+1\}$	[−10,10]	30	0
Easom's	$f_{18}(x)=-\cos(x_1)\cos(x_2)$ $\exp(-[(x_1-\pi)^2+(x_2-\pi)^2])$	[−100,100]	2	0
Six-hump	$f_{19}(x)=(4-2.1x_1^2+x_1^{4/3})x_1^2+x_1x_2+$ $(-4+4x_2^2)x_2^2$	[−1,1]	2	−1.0316

3.4 实验结果与分析

通过比较 5 种算法在 12 个测试函数上的均值和方差来评估算法的性能。其中均值(mean)和标准差(std.)是同一算法在同一测试问题上独立运行 30 次的统计结果；t-test 值是本文算法与其他对等比较算法在同一测试问题上进行 t 检验时的 t 值；“＋”、“－”和“＝”表示本文算法获得的结果在显著性水平为 5％的双尾 t 检验中分别优于、劣于和等于对应列的对等算法在对应行的测试问题上的显著性区分结果；“Score”表示本文算法显著优于对应列的对等算法在 12 个测试问题中的净胜得分，即得“＋”与得“－”的测试问题个数之差。同时，采用粗体字表示所有对比算法在每一个测试问题中获得的最优值。

表 2 列出 5 种算法在 12 个测试函数上获得的统计结果。从表 2 可以看出，本文的 AFEAOL 算法在 12 个测试函数上获得了 9 个最好的结果，EOPSO 算法获得了 2 个最好的结果，ABC-OED 算法获得了 1 个最好的结果，而基本 PSO 算法和基本 FEA 算法均未获得最好结果。从表 2 的 t-检验结果来看，AFEAOL 算法相对于基本 PSO 算法获得的净胜得分为 12 分，相对于 EOPSO 算法获得的净胜得分为 6 分，相对于基本 FEA 算法的净胜得分为 7 分，而相对于 ABC-OED 算法的净胜得分为 8 分。因此，AFEAOL 算法较其他 4 种代表性群智能优化算法具有显著性的优势，本文算法在求解的精度和算法的稳定性方面均要优于另 4 种对比算法。究其原因，AFEAOL 算法运用反向学习机制拓展了种群的勘探区域，增加了算法发现全局最优解的概率；另外，本文算法根据烟花种群中个体适应值的差异而赋予不同的搜索范围，有效地利用了计算资源，提高了算法的寻优效率。上述策略有机协同并在算法的不同阶段实施，有效地提高了算法求解复杂优化问题的性能。

表 2　5 种算法在 12 个测试函数上获得的性能结果

测试函数		AFEAOL	基本 PSO	EOPSO	基本 FEA	ABC-OED
F1	Mean	5.45E−130	1.47E−41	**0.00E+0.00**	1.91E+00	1.69E+01
	Std.	7.565E−243	3.80E−87	0.00E+0.00	1.72E+00	4.80E+01
	t-test		＋	－	＋	＋
F2	Mean	**0.00E+0.00**	2.32E−27	2.49E−180	2.18E−06	2.17E−06
	Std.	0.00E+0.00	1.04E−52	0.00E+0.00	8.02E−14	7.19E−14
	t-test		＋	＋	＋	＋
F3	Mean	**2.73E+04**	3.72E+04	4.95E+04	5.58E+03	4.66E+04
	Std.	2.96E+07	9.53E+07	1.31E+07	6.21E+06	1.18E+09
	t-test		＋	＋	＋	＋
F4	Mean	**0.00E+0.00**	1.40E−30	2.43E−10	1.68E+00	1.06E+01
	Std.	0.00E+0.00	3.30E−59	5.66E−20	8.01E−01	6.25E−01
	t-test		＋	＋	＋	＋
F5	Mean	9.15E−03	1.08E−02	**4.98E−04**	4.70E−03	5.75E−03
	Std.	3.80E−06	1.33E−05	1.09E−06	2.91E−06	4.13E−06
	t-test		＋	－	－	－
F6	Mean	**0.00E+0.00**	2.65E+01	0.00E+0.00	1.24E+01	1.69E+01
	Std.	0.00E+0.00	5.13E+01	0.00E+0.00	4.49E+00	1.01E+01
	t-test		＋	＝	＋	＋
F7	Mean	**0.00E+0.00**	1.47E+00	0.00E+0.00	0.00E+0.00	1.38E−12
	Std.	0.00E+0.00	2.85E+00	0.00E+0.00	0.00E+0.00	1.33E−23
	t-test		＋	＝	＝	＋

（续表）

测试函数		AFEAOL	基本 PSO	EOPSO	基本 FEA	ABC-OED
F8	Mean	**3.55E−15**	1.37E−14	6.98E−15	2.72E+00	3.89E+00
	Std.	4.06E−31	2.08E−29	3.16E+30	2.07E−01	3.55E−01
	t-test		+	+	+	+
F9	Mean	1.54E−05	9.62E−01	1.96E−02	4.08E−12	**8.17E−13**
	Std.	9.53E−10	1.84E−03	1.30E−04	4.21E−23	1.84E−24
	t-test		+	+	−	−
F10	Mean	**2.28E−94**	2.64E−78	5.68E−21	7.40E−16	2.59E−14
	Std.	6.14E−201	1.41E−154	8.96E−40	5.81E−30	1.15E−29
	t-test		+	+	+	+
F11	Mean	**2.53E−29**	2.74E−10	1.25E−23	9.07E−03	8.57E−03
	Std.	9.39E−57	2.12E−18	4.51E−45	5.46E−07	2.30E−07
	t-test		+	+	+	+
F12	Mean	**2.16E+00**	7.30E+00	4.20E+00	2.70E+00	3.10E+00
	Std.	2.46E−01	3.05E+00	6.70E−01	2.93E−01	2.83E−01
	t-test		+	+	+	+
Better(+)			12	8	9	10
Same(=)			0	2	1	0
Worse(−)			0	2	2	2
Score			12	6	7	8

结束语 针对基本烟花爆炸优化算法存在的不足，本文将反向学习机制和自适应烟花爆炸半径的计算方法引入 FEA 算法中，提出了一种带反向学习机制的自适应烟花爆炸算法 AFEAOL。该算法利用反向学习机制扩大种群的勘探范围，有利于算法找到全局最优解；运用自适应烟花爆炸半径的计算方法有效地利用了搜索资源。AFEAOL 算法与另外 4 种智能优化算法一同在 12 个代表性优化问题上进行测试，实验结果表明，本文算法在求解精度方面具有显著性的优势，表明 AFEAOL 算法是一种较好的优化方法。

参 考 文 献

[1] Colorm A，Dorigo M，Manieaao V. Distributed optimization by ant colonies[C]∥Proceedings of the 1st European Conference on Artificial Life. Amsterdam，the Netherlands：Elsevier，1991：134-142

[2] Kennedy J，Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]∥Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway：IEEE Press，1995：1942-1948

[3] Kirkpatrick S，Gelartt C D，Vecchi M P. Optimization by Simulated annealing[J]. Science，1983，220(11)：650-761

[4] Karaboga D，Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization：Artificial bee colony (ABC) algorithm[J]. Journal of Global Optimization，2007，39(3)：459-471

[5] Tan Y，Zhu Y. Fireworks algorithms for optimization[C]∥Proceedings of International Conference on Swarm Intelligence. Piscataway：IEEE Press，2010：355-364

[6] 曹炬，贾红，李婷婷. 烟花爆炸优化算法[J]. 计算机工程与科学，2011，33(1)：138-142

[7] 曹炬，季艳芳. 改进的烟花爆炸优化算法及其收敛性分析[J]. 计算机工程与科学，2012，34(1)：90-93

[8] 曹炬，李婷婷，贾红. 带有遗传算子的烟花爆炸优化算法[J]. 计算机工程，2010，36(23)：149-151

[9] Zheng Y J，Xu X L，Ling H F，et al. A hybrid fireworks optimization menthod with differential evolution operators [J]. Neurocomputing，2012(148)：75-80

[10] Zheng S，Janecek A，Li J，et al. Dynamic search in fireworks Algorithm[C]∥2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Beijing，China，2014：3222-3229

[11] Zhang B，Zhang M X，ZhengY J. A hybrid biogeography-based optimization and fireworks algorithm [C]∥2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2014：3200-3206

[12] Tizhoosh H R. Opposition-based learning：A new scheme for machine intelligence[C]∥Proceedings of International Conference on Computational Intelligence for Modeling Control and Automation. USA：IEEE，2005. 695-701

[13] 周新宇，吴志健，王晖，等. 一种精英反向学习的粒子群优化算法[J]. 电子学报，2013，41(8)：1647-1652

[14] 新宇，吴志健，王明文. 基于正交实验设计的人工蜂群算法[J]. 软件学报，2015，26(9)：2167-2190

[15] Tang Ke，Li Xiao-dong，Suganthan P N，et al. Benchmark Functions for the CEC's 2010 Special Session and Competition on Large-Scale Global Optimization [R]. Hefei：Nature Inspired Computation and Applications Laboratory，USTC，2009

（上接第 92 页）

[12] 张连文，郭海鹏. 贝叶斯网引论[M]. 北京：科学出版社，2006

[13] 张小红，裴道武，代建华. 模糊数学与 Rough 集理论[M]. 北京：清华大学出版社，2013

[14] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control，1965，8(3)：338-353

[15] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Sciences，1982，11(5)：341-356

[16] De Cock M，Cornelis C，Kerre E E. Fuzzy rough sets：the forgotten step[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems，2007，15(1)：121-130

[17] Bobillo F，Straccia U. fuzzyDL：An expressive fuzzy description logic reasoner[C]∥IEEE International Conference on Fuzzy Systems. 2008：923-930

[18] Straccia U. Reasoning within fuzzy description logics[J]. Journal of Artificial Intelligence Research，2001，14(1)：137-166

[19] Lukasiewicz T. Probabilistic default reasoning with conditional constraints[J]. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence，2002，34(1-3)：35-88