

# 数据丢失情况下的最小二乘参数辨识算法

许漂漂 卜旭辉

(河南理工大学电气工程与自动化学院 焦作 454000)

**摘要** 现有系统参数辨识方法大多是建立在输入输出数据可以完全测量和完全获取的基础上,而在实际系统中,由于传感器故障或网络传输机构故障,使得数据丢失现象经常发生。研究一类线性系统在输入或输出数据丢失情况下的系统辨识问题,并将数据丢失现象描述为随机伯努利序列,在此基础上提出新的辨识算法来估计数据丢失情况下系统的参数。最后,通过仿真示例验证所提算法对数据丢失的影响。结果表明,所提出的算法相较于递推最小二乘法有更好的收敛性。

**关键词** 系统辨识,随机伯努利序列,最小二乘法,数据丢失

中图分类号 TP273 文献标识码 A

## System Identification with Data Dropout

XU Piao-piao BU Xu-hui

(School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

**Abstract** Existing system parameter identification methods are primarily based on the input-output data which are fully available. However, owing to the sensor failure or network transmission mechanism failure in the actual system, data dropout phenomenon often occurs. For system identification problem of a class of linear systems under the condition of input or output data dropout, the data dropout phenomenon is described as a Bernoulli random sequence. And a new algorithm was presented to estimate the parameters with data dropout. Finally, a numerical example validates the effectiveness of the proposed algorithm. The results show that the proposed algorithm has a better convergence than recursive least squares method.

**Keywords** System identification, Bernoulli random sequence, Least-square algorithm, Data dropout

## 1 引言

系统辨识是控制理论和状态估计的基础,是现代控制论的基石<sup>[1]</sup>。其通俗含义是根据被控对象或被辨识系统的输入、输出观测信息来估计它的数学模型。常用的系统辨识方法有阶跃响应法、频域响应法、谱分析法、最小二乘法<sup>[2]</sup>、极大似然法、神经网络法、模糊逻辑系统辨识法、智能算法等。其中,最小二乘法是一种经典的、最基本的方法,也是应用最广泛的方法。该方法由数学家高斯于 1794 年首次提出<sup>[3]</sup>。它是通过最小化误差的平方和来寻找数据的最佳函数匹配。利用该方法可以简便地求得未知的数据,并使得这些求得的数据与实际数据之间误差的平方和为最小。针对不同的用途,对最小二乘法进行修正,得到各种相应的最小二乘类辨识算法,如用于辨识方程误差类模型的递推最小二乘类辨识方法、用于辨识输出误差类模型的辅助模型最小二乘类辨识方法<sup>[4]</sup>、能够改善辨识精度的最小二乘迭代辨识算法和多新息最小二乘辨识算法、能够降低计算量的递阶最小二乘辨识算法和递阶最小二乘迭代辨识算法等<sup>[5-7]</sup>。

然而,上述最小二乘类辨识算法均是假设系统的输入输

出数据可以完全测量和完全获取的。但在实际系统中,因传感器限幅<sup>[8]</sup>、不规则采样<sup>[9]</sup>以及定期采样数据的意外中断等因素,数据丢失现象经常发生。此外,在网络控制系统中,由于通信网络的性质,数据包丢失是不可避免的<sup>[10]</sup>。因此,如何在数据存在随机丢失情况下实现系统辨识具有重要的实际意义。

数据丢失情况下的系统辨识自 1990 年以来得到许多关注。Isaksson 研究了数据丢失情况下 ARX 模型的辨识问题。文中采用了卡尔曼滤波技术和极大似然方法,但没有进行收敛性分析<sup>[10]</sup>。潘爽等<sup>[11]</sup>研究了随机不确定系统在测量数据丢失情况下的鲁棒状态估计问题,采用的是一种 Kalman 形式的递推滤波算法。丁峰等<sup>[12]</sup>研究了利用少数测量值进行参数估计,并提出了一种基于梯度的算法。

上述研究虽然能够实现数据丢失情况下的参数估计,但系统辨识效果并不理想,且估计误差的收敛速度较慢。针对这个问题,本文基于最小二乘原理提出了一种新的算法分别研究了输入和输出数据丢失时的参数辨识。并通过仿真说明了所提出的算法在数据丢失时的参数辨识情况。结果表明,所提出的算法有更快的收敛速度。

本文受国家自然科学基金项目(61203065,61573129),河南省高校科技创新人才支持计划(16HASTIT046),河南省高等学校青年骨干教师计划项目(2014GGJS-041),河南省高校基本科研业务费专项资金,河南理工大学青年骨干教师资助计划项目资助。

许漂漂(1991—),女,硕士生,主要研究方向为系统辨识、无模型自适应控制、迭代学习控制, E-mail: 1450459324@qq.com; 卜旭辉(1981—),男,博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向为迭代学习控制、无模型自适应控制、网络控制等。

## 2 问题描述

首先,考虑如图 1 所示的随机系统。

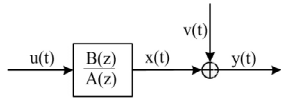


图 1 输出误差系统

$$x(z) = \frac{B(z)}{A(z)} u(z) \quad (1)$$

$$y(t) = x(t) + v(t)$$

其中,内部变量  $x(t)$  是系统的实际输出(无噪声输出),但不能测量; $u(t)$  是系统的输入; $y(t)$  是可测量的输出,但被噪声  $v(t)$  破坏; $A(z)$  和  $B(z)$  是  $z^{-1}$  的多项式,定义为:

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}$$

$$B(z) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \dots + b_m z^{-m}$$

定义参数矢量  $\theta$  和信息矢量  $\phi(t)$  为:

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m]^T \in R^n$$

$$\phi(t-1) = [-y(t-1), -y(t-2), \dots, -y(t-n), u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-m)]^T$$

其中,上标 T 表示矩阵转置。方程(1)可以写成如下形式。

$$x(t) = \phi^T(t-1)\theta \quad (2)$$

$$y(t) = \phi^T(t-1)\theta + v(t)$$

常规系统辨识假设系统的输入输出数据  $u = \{u(0), u(1), u(2), \dots\}$ ,  $y = \{y(0), y(2), \dots\}$  在每一个采样瞬间是完全可用的。在一个有数据丢失的系统中,由于各种实际原因  $u$  和  $y$  的集并不是完全可用的。可以把数据丢失系统分成 3 类:

(1) 输出丢失的情况,  $u$  完全可用,但是  $y$  只有一个子集可用;

(2) 输入丢失的情况,  $y$  完全可用,但是  $u$  只有一个子集可用;

(3) 输入和输出都丢失的情况,  $u$  和  $y$  都只有子集可用。

第 1 种情况是最为常见的,因为输入通常由数字计算机给出且是可用的,这种情况实际上也包括输出采样稀少的系统。如果第 2 种情况出现,在一些标准假设下,如稳定性和最小相位,可以通过反向系统把它转化为第 1 种情况中的一个问题。本文着重研究前两种情况。

直接使用标准的最小二乘法并不能得到理想的结果,本文提出的解决方案是将数据丢失现象描述为随机伯努利序列,在此基础上提出一种新的辨识算法来辨识数据丢失情况下的系统参数。

定义

$$\mu(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } y(t) \text{ miss} \\ 1, & \text{else} \end{cases} \quad (3)$$

对于输出数据丢失的情况,定义一个新的输出序列  $\bar{y}(t)$  来替代  $y(t)$ ,其满足:

$$\bar{y}(t) = \begin{cases} 0, & \mu(t) = 0 \\ y(t), & \mu(t) = 1 \end{cases} \quad (4)$$

即当输出数据丢失时,输出数据取值为 0。

对于输入数据丢失的情况,定义

$$\bar{\mu}(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } u(t) \text{ miss} \\ 1, & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} 0, & \bar{\mu}(t) = 0 \\ u(t), & \bar{\mu}(t) = 1 \end{cases} \quad (6)$$

其满足持续激励条件。

## 3 最小二乘算法及其改进

最小二乘法是高斯于 1794 年在预测星体运行轨道时提出的,它奠定了最小二乘估计理论的基础。到了 20 世纪 60 年代瑞典学者 Austron 把这个方法用到动态系统的辨识中,在这种辨识方法中,首先给出模型类型,在该类型下确定系统模型的最优参数。这种具有格式规范的辨识方法可以演绎成递推形式。递推的最小二乘算法计算量小,能减少数据在计算机中所占的存储量,可以用于在线辨识,即使辨识对象随时间发生变化,模型也可以对其进行跟踪,不断地进行更新和修正辨识参数。因此,该方法成为一种被广泛采用的辨识方法。

递推最小二乘法源于下面的目标函数的最小化。

$$J_N(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N (y(t) - \phi(t-1)^T \theta)^2 + \frac{1}{2} (\theta - \hat{\theta}(0))^T P_0^{-1} (\theta - \hat{\theta}(0))$$

上式第一项为误差  $e(t) = y(t) - \phi(t-1)^T \theta$  的平方和,第二项说明了初始条件  $P_0$  可以看成初始估计  $\hat{\theta}(0)$  中置信度的测量。

然而,上述算法是在假设输入输出数据可以完全测量和完全获取的条件下成立。现有的算法没有考虑数据丢失的情况。因此,本文在此基础上提出了新的算法。

对于输出数据丢失的情况,假设控制器可以检测出当前时刻系统输出数据是否丢失,设输出数据未丢失的概率为:

$$P\{\mu(t) = 1\} = \alpha \quad (7)$$

输出数据丢失情况下,用  $-\bar{y}(t-1), -\bar{y}(t-2), \dots, -\bar{y}(t-n)$  替换  $\phi(t-1)$  中的  $-y(t-1), -y(t-2), \dots, -y(t-n)$ ,得到:

$$\bar{y}(t) = \phi^T(t-1)\theta + v(t) \quad (8)$$

其中

$$\phi(t-1) = [-\bar{y}(t-1), -\bar{y}(t-2), \dots, -\bar{y}(t-n), u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-m)]^T \quad (9)$$

因为  $\phi(t-1)$  中  $\bar{y}(t-i)$  有些值为 0,递推最小二乘算法得到的结果并不理想,因此在递推最小二乘法的基础上提出了新的算法。相应的算法如下:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{P(t-2)\phi'(t-1)}{1 + \phi^T(t-1)P(t-2)\phi(t-1)} [\bar{y}(t) - \phi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)], t \geq 1 \quad (10)$$

$$P(t-1) = P(t-2) - \frac{P(t-2)\phi'(t-1)\phi^T(t-1)P(t-2)}{1 + \phi^T(t-1)P(t-2)\phi(t-1)} \quad (11)$$

$$\phi'(t-1) = \mu(t)\phi(t-1) \quad (12)$$

其中,  $\hat{\theta}(0)$  表示  $\theta$  的估计值,且  $\hat{\theta}(0)$  已知,  $P(0) = \rho_0 I$ ,  $I$  为维数合适的单位矩阵,  $\rho_0$  为一个较大的正数。

对于输入数据丢失的情况,假设控制器可以检测出当前时刻系统输入数据是否丢失,设输入数据未丢失的概率为:

$$P\{\bar{\mu}(t) = 1\} = \beta \quad (13)$$

在输入数据丢失的情况下,用  $\bar{u}(t-1), \bar{u}(t-2), \dots, \bar{u}(t-m)$  替换  $\phi(t-1)$  中的  $u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-m)$ ,得到:

$$y(t) = \bar{\phi}^T(t-1)\theta + v(t) \quad (14)$$

其中

$$\bar{\phi}(t-1) = [-y(t-1), -y(t-2), \dots, -y(t-n), \bar{u}(t-1), \bar{u}(t-2), \dots, \bar{u}(t-m)]^T \quad (15)$$

在输入数据丢失的情况下,相应的算法修正如下。

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{P(t-2)\varphi'(t-1)}{1 + \bar{\varphi}^T(t-1)P(t-2)\bar{\varphi}(t-1)} [y(t) - \bar{\varphi}^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)], t \geq 1 \quad (16)$$

$$P(t-1) = P(t-2) - \frac{P(t-2)\varphi'(t-1)\bar{\varphi}^T(t-1)P(t-2)}{1 + \bar{\varphi}^T(t-1)P(t-2)\bar{\varphi}(t-1)} \quad (17)$$

$$\varphi'(t-1) = \bar{\mu}(t)\bar{\varphi}(t-1) \quad (18)$$

其中,  $\hat{\theta}(0)$  表示  $\theta$  的估计值,且  $\hat{\theta}(0)$  已知,  $P(0) = \rho_0 I$ ,  $I$  为维数合适的单位矩阵,  $\rho_0$  为一个较大的正数。

注:已有的递推最小二乘法并不适用于输入或输出数据丢失的情况。为了使系统在数据丢失时仍有较好的收敛性,把输入或输出丢失的数据设为 0,并在递推最小二乘算法的基础上分别引入  $\mu(t)$  和  $\bar{\mu}(t)$ 。

#### 4 仿真示例

考虑下面的系统:

$$y(t) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} u(t) + v(t)$$

其中,  $a_1 = -1.5, a_2 = 0.7, b_1 = 1.0, b_2 = 0.5$ 。取  $\{v(t)\}$  为均值为 0、方差为  $\sigma_v^2 = 1.00^2$  的白噪声序列;  $\{u(t)\}$  为均值为 0、方差为  $\sigma_u^2 = 1.00^2$  的持续激励信号序列。通过对有数据丢失的系统的仿真来说明算法的有效性。

考虑到输出数据丢失的情况,采用提出的算法以及递推最小二乘法来辨识该系统的参数  $(a_i, b_i)$ ,结果如图 2、图 3 所示。其中,横坐标表示时间,纵坐标表示参数估计。图 4 表明了两种算法在输出数据丢失率为 10% 和 20% 时的参数辨识误差

$$\delta = \frac{\|\hat{\theta}(t) - \theta\|}{\|\theta\|}$$

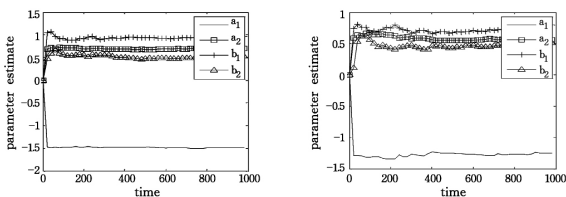


图 2 输出数据丢失率为 10% 时的参数辨识结果

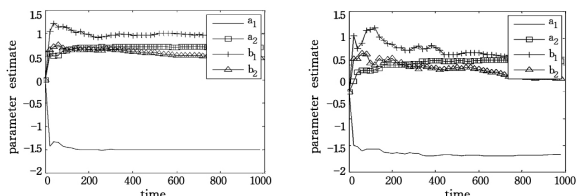


图 3 输出数据丢失率为 20% 时的参数辨识结果

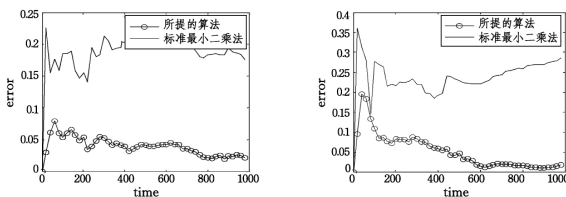


图 4 输出数据丢失率为 10% 和 20% 时两种算法的参数辨识误差

图 2、图 3 分别为输出数据丢失率为 10% 和 20% 时的参数辨识结果,从图中可以明显看出所提算法辨识能够得到较为精确的参数值,而递推最小二乘法在所给定的时间内并没有得到好的辨识结果;图 4 表明了两种算法在数据丢失率为分别为 10% 和 20% 时参数估计误差的变化过程,由结果可知,所提算法相较于递推最小二乘法,能更加有效地降低数据丢失对系统辨识的影响,并提高了参数辨识误差的收敛速度。

在输入数据丢失的情况下,仍考虑上述系统,其中  $\{v(t)\}$  为均值 0、方差为  $\sigma_v^2 = 1.00^2$  的白噪声序列,采用所提出的算法以及标准最小二乘法来辨识该系统的参数  $(a_i, b_i)$ ,参数辨识结果和它们的辨识误差如图 5—图 7 所示。

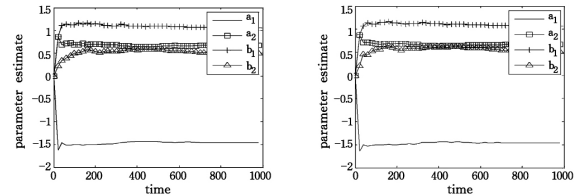


图 5 输入数据丢失率为 10% 时的参数辨识结果

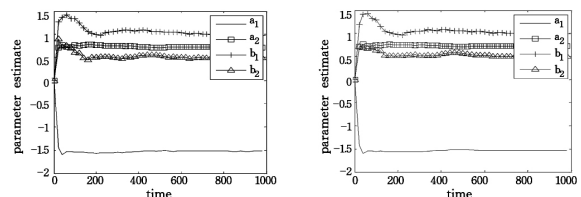


图 6 输入数据丢失率为 20% 时递推最小二乘法的参数辨识结果

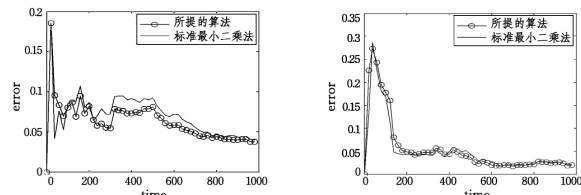


图 7 输入数据丢失率为 10% 和 20% 时两种算法的参数辨识误差

从图 5—图 7 可知,在输入数据丢失率较小的情况下,两种算法均可以保证参数辨识误差收敛。然而所提算法相较于递推最小二乘法,能更加有效地降低数据丢失对系统辨识的影响,得到较好的辨识效果。

结束语 本文针对一类有数据丢失的线性系统,研究了其在输入或输出数据丢失情况下的辨识问题。将数据丢失建模为取值 0 和 1 的伯努利随机变量,并在此基础上提出了基于最小二乘法理论的新算法。仿真结果表明,当输入或输出数据丢失率不大时,所提出的算法相较于递推最小二乘法,更能保证参数辨识的有效性。

#### 参考文献

- [1] 靳其兵,杨瑞庚,王珠,等.一类统一非线性特性的 Hammerstein 模型辨识方法研究[J].系统仿真学报,2014,26(12):2887-2891
- [2] 欧阳晖,吴旭光,胡超凡.基于最小二乘辨识模型的搅拌站控制器设计[J].测控技术,2009,5:41-43
- [3] 刘金琨,沈晓蓉,赵龙.系统辨识理论与 MATLAB 仿真[M].北京:电子工业出版社,2013

$\varphi_y(\Delta_y) = \delta_z$ 。注意到条件:对所有  $\Phi(x) = \Phi(x')$  有  $\varphi_x(\Delta_x) = \varphi_{x'}(\Delta_{x'})$ , 上述适合条件  $x$  与  $y$  在  $U_0$  可以任意选取。依定理 15(1)有:

$$\omega Gz = \Phi(x)G\Phi(y) = \Phi(xFy)$$

因  $(U, \underline{F})$  是模糊 BCK-代数  $(X, \underline{F}, (0_X, I))$  的模糊子代数, 且  $x, y \in U_0$ , 按定理 2(1) 有  $xFy \in U_0$ , 故  $\Phi(xFy) \in \{\Phi(u) \mid u \in U_0\}$ 。据定理 15, 对这样的  $x, y \in U_0$ , 有:

$$\begin{aligned} g_{uz}(\delta_w, \delta_z) &= g_{\Phi(x)\Phi(y)}(\varphi_x(\Delta_x), \varphi_y(\Delta_y)) \\ &= \varphi_{xFy}(f_{xy}(\Delta_x, \Delta_y)) \end{aligned}$$

由  $(U, \underline{F})$  为模糊子代数, 据定理 2(2) 知,  $f_{xy}(\Delta_x, \Delta_y) = \Delta_{xFy}$ , 所以  $g_{uz}(\delta_w, \delta_z) = \varphi_{xFy}(\Delta_{xFy}) = \delta_{uGz}$ 。

综上所述并结合定理 2 可知, 结论成立。

**定义 12** 设  $X$  的模糊子集  $A$  能诱导模糊 BCK-代数  $(X, \underline{F}, (0_X, I))$  的模糊子代数,  $Y$  的模糊子集  $B$  能诱导模糊 BCK-代数  $(Y, \underline{G}, (0_Y, I))$  的模糊子代数。称模糊函数:  $\Phi = (\Phi, \varphi_x): X \rightarrow Y$  是从模糊子集  $A$  到模糊子集  $B$  的一个同态映射,  $\Phi$  如果是从  $(X, \underline{F}, (0_X, I))$  的模糊子代数  $(H_0(A), \underline{F})$  到  $(Y, \underline{G}, (0_Y, I))$  的模糊子代数  $(H_0(B), \underline{G})$  的一个模糊同态映射。

注: 容易验证, 如果  $\Phi$  是从模糊子代数  $(H_0(A), \underline{F})$  到模糊子代数  $(H_0(B), \underline{G})$  的一个模糊同态映射, 则模糊同态映射  $\Phi$  使得  $(\overline{H(A)}, \underline{F})$  同态于  $(\overline{H(B)}, \underline{G})$ ,  $(\underline{H(A)}, \underline{F})$  同态于  $(\underline{H(B)}, \underline{G})$ 。

利用定义 12、定理 15 和定理 16, 可得如下形式。

**定理 17** 设  $X$  的模糊子集  $A$  能诱导模糊 BCK-代数  $(X, \underline{F}, (0_X, I))$  的模糊子代数,  $Y$  的模糊子集  $B$  能诱导模糊 BCK-代数  $(Y, \underline{G}, (0_Y, I))$  的模糊子代数。模糊函数  $\Phi = (\Phi, \varphi_x): X \rightarrow Y$  是从模糊子集  $A$  到模糊子集  $B$  的一个同态映射的充分必要条件是:

(1)  $\Phi: A_0 \rightarrow B_0$  是普通 BCK-代数  $(X, F)$  的子代数  $(A_0, F)$  到普通 BCK-代数  $(Y, G)$  的子代数  $(B_0, G)$  间的一个同态映射;

(2) 对任意  $x_1, x_2 \in A_0$ , 有:

$$\varphi_{x_1 F x_2}(f_{x_1 x_2}(A(x_1), A(x_2))) = g_{\Phi(x_1)\Phi(x_2)}(B(\Phi(x_1)), B(\Phi(x_2)))$$

**定理 18** 设  $\Phi = (\Phi, \varphi_x): (X, \underline{F}, (0_X, I)) \rightarrow (Y, \underline{G}, (0_Y, I))$  为模糊同态映射, 并且  $(X, F)$  的模糊子集  $A$  能诱导出模糊 BCK-代数  $(X, \underline{F}, (0_X, I))$  的模糊子代数。如果对所有

$\Phi(x) = \Phi(x')$  有  $\varphi_x(A(x)) = \varphi_{x'}(A(x'))$ , 则  $(Y, G)$  的模糊子集  $\underline{B}(A)$  能诱导模糊 BCK-代数的模糊子代数。

类似地, 可以讨论模糊左右理想间的模糊同态问题。

## 参考文献

- [1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information & Control, 1965, 8(3): 338-353
- [2] Rosenfeld A. Fuzzy groups[J]. J. Math. Anal. Appl., 1971, 35(3): 512-517
- [3] Negoita C V, Ralescu D A. Applications of fuzzy sets to system analysis[M]. Wiley, New York, 1975
- [4] Anthony J M, Sherwood H. Fuzzy subgroup redefined [J]. J. Math. Anal. Appl., 1979(69): 124-130
- [5] Kuroki N. Fuzzy bi-ideals in semigroups[J]. Comment. Math. Univ. St. Paul., 1980, 28(1): 17-21
- [6] Kuroki N. On fuzzy ideals and fuzzy bi-ideals in semigroups[J]. Fuzzy Set and Systems, 1981, 5(2): 203-215
- [7] Nanda S. Fuzzy fields and fuzzy linear spaces [J]. Fuzzy Set and Systems, 1986, 19(1): 89-94
- [8] Liu W J. Fuzzy invariant subgroups and fuzzy ideals[J]. Fuzzy Set and Systems, 1982, 8(8): 133-139
- [9] Xi O G. Fuzzy BCK-algebra[J]. Math. Japonica, 1991, 36(5): 935-942
- [10] 路玲霞. Heyting 代数中的模糊滤子[J]. 内江师范学院学报, 2007, 22(2): 15-16
- [11] Liu W J. Fuzzy prime ideals and fuzzy radical ideals[J]. Information Sciences, 1990, 50(2): 111-122
- [12] 谷文祥, 卢茶, 刘宁. 关于模糊域和模糊向量空间[J]. 东北师范大学学报, 1994(1): 17-20
- [13] Kumbhojkar H V, Bapat M S. Correspondence theorem for fuzzy ideals[J]. Fuzzy Set and Systems, 1991, 41(2): 213-219
- [14] Dib K A, Youssef N. Fuzzy Cartesian product, fuzzy relations and fuzzy functions[J]. Information Sciences, 1991, 41(3): 299-315
- [15] Dib K A. On fuzzy spaces and fuzzy group theory[J]. Information Sciences, 1994, 80(3/4): 253-282
- [16] Dib K A, Galhum N. Fuzzy ideals and fuzzy bi-ideals in fuzzy semigroups[J]. Fuzzy Set and Systems, 1997, 92(1): 103-111

(上接第 44 页)

- [4] 刘艳君, 谢莉, 丁锋. 非均匀采样数据系统的 AM-RLS 辨识方法及仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(19): 6186-6189
- [5] Ding Feng, Chen Tong-wen. Hierarchical least squares identification methods for multivariable systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(3): 397-402
- [6] Liu Xing-gao, Lu Jing. Least squares based iterative identification for a class of multirate systems[J]. Automatica, 2010, 46(3): 549-554
- [7] Liu Yan-jun, Wang Dong-qing, Ding Feng. Least squares based iterative algorithms for identifying Box-Jenkins models with finite measurement data[J]. Digital Signal Processing, 2010, 20(5): 1458-1467
- [8] Li Dong-guang, Shah Sirish L, Chen Tong-wen, et al. Application of dual-rate modeling to CCR octane quality inferential control[J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 2003, 11(1): 43-51
- [9] Sheng Jie, Chen Tong-wen, Shah Sirish L. Generalized predictive control for non-uniformly sampled systems [J]. Journal of Process Control, 2002, 12(8): 875-888
- [10] Ding Feng, Ding Jie. Least-squares parameter estimation for systems with irregularly missing data[J]. International Journal of Adaptive Control And Signal Processing, 2010, 24: 540-553
- [11] 潘爽, 赵国荣, 高超, 等. 测量数据丢失的随机不确定系统鲁棒滤波递推算法[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 280-284
- [12] Ding Feng, Liu Guang-jun, Liu Xiao-ping. Parameter estimation with scarce measurements [J]. Automatica, 2011, 47(8): 1646-1655