

基于细胞自动机的动态云实时模拟

范晓磊^{1,4} 张立民² 张兵强¹ 张媛³

(海军航空工程学院电子信息工程系 烟台 264001)¹ (海军航空工程学院科研部 烟台 264001)²
(海军航空工程学院五系 烟台 264001)³ (第二炮兵工程大学士官职业技术教育学院 青州 262500)⁴

摘要 具有真实感云的实时模拟应用非常广泛。基于细胞自动机技术建立云模型,明确了边界网格点的处理方法。通过改进变换规则,引入了上升气流的作用,加快了运行速度并反映了云的真实特性。在光照计算过程中,将多重前向散射光照运用于细胞自动机方法中,并将近似米氏散射的 Henyey-Greenstein 相位函数嵌入到前向散射光照模型。仿真实验表明,该方法提高了云的外观的真实性,可以实现云的实时绘制。

关键词 实时绘制,细胞自动机,动态云,多重前向散射

中图分类号 TP391.9 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.10.067

Real-time Simulation of Dynamic Clouds Based on Cellular Automata

FAN Xiao-lei^{1,4} ZHANG Li-min² ZHANG Bing-qiang¹ ZHANG Yuan³

(Department of Electronics and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)¹

(Department of Scientific Research, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)²

(No. 5 Department, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)³

(Noncommissioned Officers Vocational and Technical Education College, The Second Artillery Engineering University, Qingzhou 262500, China)⁴

Abstract This paper established the model of clouds based on cellular automata and developed the method of how to deal with boundary grid points. It also described some of the dynamic aspects of clouds by using promoted transition rules and introduced ascending air current. These techniques enhance the run-time efficiency. At the same time, it used multiple forward scattering model in illumination calculation and embedded Henyey-Greenstein phase function into forward scattering. The simulation results show that the proposed methods can implement real-time rendering of the clouds realistically.

Keywords Real-time rendering, Cellular automata, Dynamic clouds, Multiple forward scattering

1 引言

云的真实感仿真是室外场景仿真中的一个重要组成部分,在飞行训练、三维游戏、影视制作中有着广泛的应用。但由于云的外观的不规则性,不能用数学函数对其进行描绘;云的变化多样更加大了对它仿真的难度。

云是一种复杂的自然现象,受到了许多变量的影响,包括微观和宏观的因素。云的形成、成长、运动、消失等动态特性就由流体动力学、热力学等物理因素所控制;再就是云的光照也异常复杂,不但有来自太阳光的散射,还有云粒子之间的相互反射,以及来自地面和天空中的光。这些因素使得云的实时性仿真和绘制成为计算机图形学领域研究的一个热点和难点。近20多年来,国内外的学者对云的仿真研究不胜枚举,他们提出了大量的建模和实时绘制的算法,推动了自然环境仿真甚至是计算机图形学的发展。

从云的建模角度可将当前云的仿真方法分为两类:启发式的方法和基于物理的方法。

启发式的方法主要包括粒子系统(Particle Systems)^[1,2],基于体素(Voxel)的模拟方法,分形方法,过程噪声(Procedural Noise)^[3-5],以及纹理化的实体(Textured Solids)等方法。

在基于体素的方法中,Neyret采用一些启发式规则来模拟对流特征明显的卷积云的动态效果^[6]。这种方法较为快速,但是与基于物理的方法相比其模拟效果要稍差一些。Nagel在1992年提出采用细胞自动机(Cellular Automata, CA)模型生成云^[7],这种模型非常有利于模拟云的生成。Dobashi等完善了这种方法,他们使用一些布尔变量和转换规则来模拟云的生成、消失以及简单的风吹效果,通过一些简单的计算得到了较为真实的云的动态效果^[8,9]。

文献[10-12]也运用细胞自动机的方法生成了动态的云。文献[13,14]中则采用了一种源于CA的CML(Coupled Map Lattice)方法来生成云,他们更注重云的物理特性的模拟。

在基于物理的方法中,Kajiya等人通过解偏微分方程组(Partial Differential Equations, PDEs)为射线跟踪算法提供所

到稿日期:2013-12-11 返修日期:2014-03-15 本文受国家自然科学基金项目(61102167)资助。

范晓磊(1976-),男,博士生,主要研究方向为计算机图形学、视景仿真,E-mail: gm_fxl@163.com;张立民(1966-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为电子线路CAD、分布式交互仿真和计算机图形学;张兵强(1981-),男,博士,主要研究方向为战场综合环境仿真、视景仿真、计算机图形学;张媛(1982-),女,博士,主要研究方向为智能决策、计算机仿真。

需的云的数据^[15]。文献[16]描述了一种更加详细的偏微分方程物理建模方法,运用稳定流体仿真算法求解 Navier-Stokes 方程。Miyazaki 等基于流体动力学生成云的动画^[17],但其方法仅适用于积云的仿真。Mizuno 等人使用两个流体模型来仿真火山云^[18]。Harris 也采用基于物理的方法对动态云场景进行了仿真^[19]。文献[20]基于流体动力学方法模拟大规模云场景,但未实现动态的交互性。

以上方法中,基于物理的方法虽然真实感好,但计算量十分庞大,大多需要高性能 GPU 的支持,场景的绘制大多也是离线实现^[19],实时应用局限性较大,而且方程的求解存在稳定性的问题,虽然 Stam 提出了一种无条件稳定的方法^[21],但其存在数值消散的问题。Fedkiw 等人对此进行了改进^[22],文献[23]对流体仿真时采用了大的时间步长而不产生失真。但以上的改进方法仍存在计算量大、限制条件多的局限性。而细胞自动机的方法由于转换规则简单,不需要解复杂的偏微分方程,大大提高了云场景的模拟效率。本文采用基于细胞自动机的方法就是基于该方法易于实现、速度快、容易满足大规模云场景绘制时的实时需求,且绘制的云场景真实感较强。

本文第 2 节介绍细胞自动机模型的基本思想,并在此基础上提出了改进方法;第 3 节为云的真实感光照所采用的光照算法,并详述了本文所运用的多重前向散射光照模型以及对相位函数的改进;第 4 节是仿真的结果及分析;最后对云的仿真研究进行了总结展望。

2 改进的细胞自动机

2.1 细胞自动机的基本思想

根据 Nagel、Dobashi 等人的建模方法,CA 的基本思想是将仿真空间细分成三维的网格,在每个网格点上设置 3 个状态变量即 hum 、 cld 和 act 来分别表示水蒸汽、云和蒸汽与云之间的状态变换,每个变量的取值只能是 0 或 1,通过简单的状态变换规则来实现云的仿真,如图 1(a)所示。这种方法易于实现且计算量非常小。Dobashi 等人解决了 Nagel 等人未实现的云消亡过程,并且在有云($cld=1$)和无云($cld=0$)之间加入了平滑过渡。

网格点 (i, j, k) 在时间 $t+1$ 时的状态由时刻 t 的状态运用下面的变换规则生成。

$$act(i, j, k, t+1) = \neg act(i, j, k, t) \wedge hum(i, j, k, t) \wedge f_{act}(\cdot) \quad (1)$$

$$cld(i, j, k, t+1) = cld(i, j, k, t) \vee act(i, j, k, t) \quad (2)$$

$$hum(i, j, k, t+1) = hum(i, j, k, t) \wedge \neg act(i, j, k, t) \quad (3)$$

其中, $f_{act}(\cdot)$ 是布尔函数,它的值由 act 周围网格的状态确定。图 1(a)展示了以上变换规则,如果 hum 和 $f_{act}(\cdot)$ 在 t 时刻都为 1,那么在 $t+1$ 时刻 act 就会变为 1, cld 就会在 $t+2$ 时刻变为 1。函数 $f_{act}(\cdot)$ 由下面的式(4)求得。

$$f_{act}(\cdot) = act(i+1, j, k, t) \vee act(i-1, j, k, t) \vee act(i, j+1, k, t) \vee act(i, j-1, k, t) \vee act(i, j, k+1, t) \vee act(i, j, k-1, t) \vee act(i+2, j, k, t) \vee act(i-2, j, k, t) \vee act(i, j+2, k, t) \vee act(i, j-2, k, t) \vee act(i, j, k-2, t) \quad (4)$$

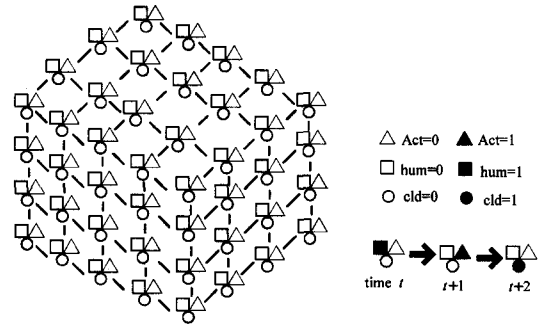
如图 1(b)所示,只要网格 (i, j, k) 周围灰色的网格任一 act 的值为 1, $f_{act}(\cdot)$ 即为 1。文献[8]通过改变式(4)中

$f_{act}(\cdot)$ 的变换规则来实现风平行吹动的效果,如图 1(c)所示。

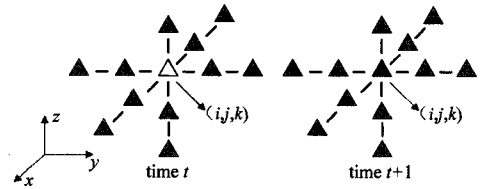
$$f_{act}(\cdot) = act(i+1, j, k, t) \vee act(i-1, j, k, t) \vee act(i, j, k+1, t) \vee act(i, j, k-1, t) \vee act(i, j-1, k, t) \quad (5)$$

本文将此规则进一步简化,得到:

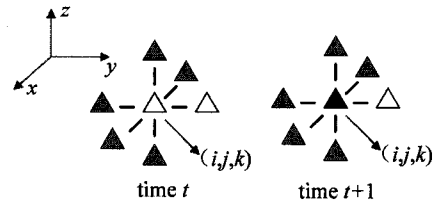
$$f_{act}(\cdot) = act(i+1, j, k, t) \vee act(i-1, j, k, t) \vee act(i, j, k-1, t) \vee act(i, j-1, k, t) \quad (6)$$



(a) 三维网格及其状态变换



(b) 变量 act 模拟云的生成时的状态变换



(c) 变量 act 模拟风的作用时的状态变换

图 1 用细胞自动机模拟云

之所以进行上述简化,是因为:在保留风平行吹动的基础上,充分考虑到云的上升过程类似一种空气对流方式,与现实云中云的生成过程更加接近,且计算也更加简单。仿真结果表明生成的云更加真实。

2.2 云的动态特性模拟

文献[8]针对文献[7]中云在生成之后不会消失的情形进行了改进,这是由于在文献[7]中根据式(2)变量 cld 一旦为 1 将不会再变换为 0,这也将导致云的一些复杂变化难以实现,譬如云的消失。文献[8]中的改进之处是添加了一个表示云消失的变量 ext ,它的变换规则是:

$$ext(i, j, k, t+1) = \neg ext(i, j, k, t) \wedge cld(i, j, k, t) \wedge f_{ext}(\cdot) \quad (7)$$

$f_{ext}(\cdot)$ 是类似于 $f_{act}(\cdot)$ 的一个函数,可以由周围网格 ext 的状态求得。然后再进一步调整 cld 的变换规则为:

$$cld(i, j, k, t+1) = \neg ext(i, j, k, t) \wedge (cld(i, j, k, t) \vee act(i, j, k, t)) \quad (8)$$

但是,在采用上面的规则时,若 ext 为 1, cld 将成为 0,这将导致云的生成和消失在短时间内频繁切换从而产生不自然的现象。为避免这个问题,加入一个消失时间 T_{ext} ,当 ext 为

1时,要经过 T_{act} 时间步长 cld 才变为 0,这可以实现云的形状很自然的变换。

2.3 初始状态设置及边界网格处理

本文进行初始状态的设置时,没有采用文献[7,8]中所用的根据 0 到 1 之间的随机数与给定概率值比较来确定其为 0 或 1,而是采用更为简洁的方法,即直接随机生成 0 或 1,这有利于留下更多时间进行较为复杂的光照计算。

仿真开始时,随机产生 0 或 1 来设置 hum 的值, act 也用随机的 0 或 1 来初始化,但是如果 hum 设为 0 时, act 就不能初始化为 1。 cld 设置为 0。

云的生成根据式(1)一式(3)不断更新各个变量的状态来实现。在仿真过程中,产生的随机数服从各自的概率分布,连续密度分布函数的计算采用文献[8]中的计算方法。

文献[7,8]中未提及边界网格点的变换规则,由于进行边界网格的状态变换时所采用的函数 $f_{act}(\cdot)$ 和 $f_{ext}(\cdot)$ 的计算均会超出仿真实空间,本文在计算边界上网格点 $f_{act}(\cdot)$ 和 $f_{ext}(\cdot)$ 时,采取如果网格点不存在则去除该项的方法,即提前判定 i, j, k 的值以确定应去掉右边的哪些项。

3 实时绘制中的光照算法

云的真实感仿真离不开光照计算,云粒子的散射符合米氏散射规律。在云的绘制过程中,Dobashi 等人 和 Miyazaki 等人采用了单重散射模型^[9,17]。Harris 等则提出了多重前向散射模型^[19]。Bouthors 在绘制过程中考虑了更多的光照效果及多重散射,绘制出了真实感更强的层云、积云^[24,25]。

3.1 单重散射

Blinn 在 1982 年首次提出了光与云粒子相互作用的单重散射光照模型^[26],该模型根据几何光学原理和大气散射特性,给出了一种能够通过公式进行光强度计算的简单方法。但是该模型并不适合所有类型的云的模拟,它只适合具有平板平面的层云,不适合自然界中形状不规则、反射率比较高的积云、卷云的模拟。

Dobashi 等人在文献[9]中也提出了一种单重散射光照模型,散射光等于入射方向到视点方向上的散射光与背面光线到视点方向的散射光之和,由于这种单重散射模型是对每个云粒子的散射光进行计算,因此其可以用于各种类型云的模拟,如图 2 所示。

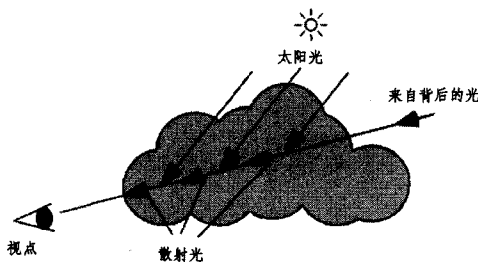


图 2 用单重散射计算云的颜色

以上几种单重散射模型计算简单、易于实现,且计算量小,但它仅考虑了入射光线到观察点方向的散射特性,忽略了粒子自身的散射特性,真实感较差。由于云粒子反射率很高时,具有很强的前向散射特性,因此多次散射效应不能忽略。

3.2 多重散射

多重散射光照模型比单散射光照模型更接近云的物理特

性,能很好地描述云与光的物理过程,但是它不仅需要计算入射光线的人射光,还要计算各个粒子散射到各个方向的多次散射光,时间复杂度比较高,非常耗时,而且各个粒子散射的方向无规则,很难真实地模拟,因此需要对粒子的多次散射作用进行简化,寻求高效率的光照模型。

Harris 在该模型的基础上进行改进,指出云粒子的散射强度主要取决于前向散射,也就是散射能量主要集中于粒子前向的一个小角度范围内。Harris 的云光照模型如图 3 所示。

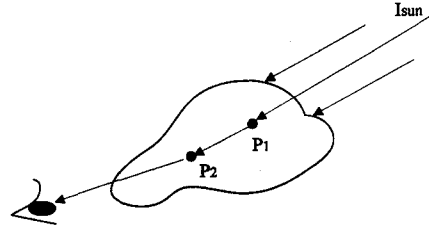


图 3 多重前向散射

从该模型中可以看出,对到达粒子 P 的光线进行简化,只考虑一级散射和二级散射,近似地将粒子 p 上的光强 $I(p, l)$ 分成两部分,入射方向上的光为经云的表面后没有被其它粒子吸收的光和其它方向上反射到粒子 p 的光之和。采用粒子半径相同、单位体积内的粒子数目相同从而散射系数为定值的简化模型,云粒子 P 的光照强度公式为:

$$I(P, \omega) = I_0(\omega) \exp\left(-\int_0^{Ap} \tau(t) dt\right) + \int_0^{Ap} g(s, \omega) \exp\left(-\int_s^{Ap} \tau(t) dt\right) ds \quad (9)$$

其中, $I_0(\omega)$ 是入射光线 ω 方向上云外部的的光强, Ap 是 ω 方向上云粒子 P 到云的边界上的深度, $\tau(t)$ 是云粒子深度 t 的消光系数, $g(s, \omega)$ 表示了所有方向散射到 ω 方向上的位置 s 处的光:

$$g(s, \omega) = \int f(s, \omega, \omega') I(s, \omega') d\omega' \quad (10)$$

$f(s, \omega, \omega')$ 是二次直接散射的分布函数,决定了 ω' 方向散射到 ω 方向上位置 s 处的光的百分比。 $I(s, \omega')$ 是 ω' 方向上 s 位置的光强。

$$f(s, \omega, \omega') = \alpha(s) \cdot \tau(s) \cdot p(\omega, \omega') \quad (11)$$

其中, $\alpha(s)$ 是介质在位置 s 的漫反射系数, $p(\omega, \omega')$ 是散射相位函数。

根据上面假设仅计算所有方向上的前向散射,所以 $\omega = l, \omega' = -l$, 只计算在角度 λ 范围内的来自所有方向的前向散射。这时式(10)变为:

$$g(s, l) = f(s, l, -l) I(s, -l) \cdot \lambda / 4\pi \quad (12)$$

为提高计算效率,同时又最大限度地表现云的多重散射特征,本文将近似的 Henyey-Greenstein 相位函数嵌入到多重前向散射光照模型中。Henyey-Greenstein 相位函数如下:

$$p_{HG}(\phi) = \frac{1}{4\pi} \frac{1-g^2}{(1-2g\cos\phi+g^2)^{3/2}} \quad (13)$$

在实现过程中,对称因子 g 控制散射的各向异性, g 取正值时说明大多入射光被前向散射; g 取负值则为后向散射; g 为 0 时表明为各向同性的散射。米氏散射一个很有用的结果是如果粒子相较于光的波长较大时将会产生很高的各向异性散射。根据验证, g 取 0.3 时得到了较好的效果。

4 仿真结果与分析

采用文中改进的方法对云进行仿真。运行环境是: Intel® Core™ i5-2380P CPU 3.10GHz (双核), 内存4.00G, 显卡为 NVIDIA GeForce GTX 550 Ti。

图4给出了云的形成过程, 并且云在形成过程中受到了风的作用。

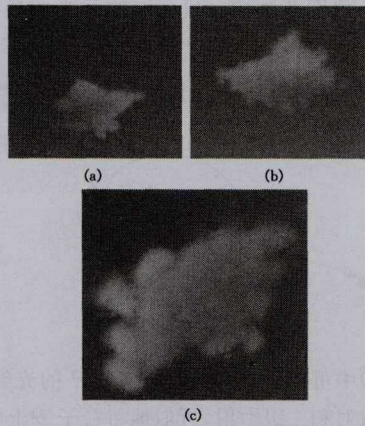


图4 云的形成过程

图5为文献[8]中采用规则(5)生成的云, 图6是积云照片(小方框内是放大后的边缘), 图7为采用改进的方法生成的云(小方框内是放大后的边缘)。可以看出, 加入对流项之后, 生成的云更为真实。与真实的云照片相比, 本文方法生成的云与之也较为接近, 尤其是边缘效果更为近似。不足之处在于通过本文仿真生成的云图片个别区域有暗点或亮点, 这也是以后的工作中需要弥补的地方。



图5 采用规则(5)生成的云(文献[8]中截图)

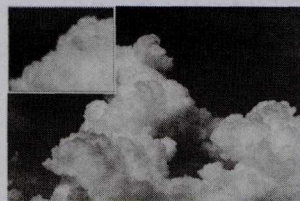


图6 积云照片(小方框内是放大后的边缘)

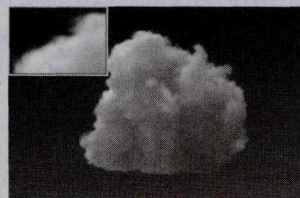
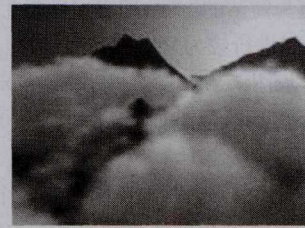


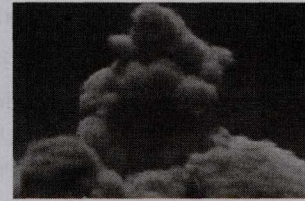
图7 采用规则(6)生成的云

图8(a)是Dobashi在文献[9]中采用单重散射光照模型生成云的效果, 图8(b)为文献[17]中单重散射光照下的积

云, 图8(c)为文献[25]中采用多重散射下的效果, 而图8(d)是本文采用多重前向散射的仿真效果。可以看出单重散射的效果较差, 而多重散射和多重前向散射效果比较接近, 但多重前向散射降低了计算复杂度, 生成速度要快得多。因此在云的绘制过程中, 更适合采用多重前向散射光照模型。



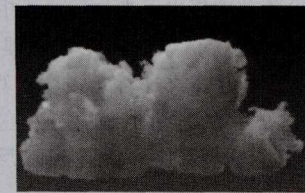
(a) 单重散射下云的效果(文献[9]中截图)



(b) 单重散射光照下的积云(文献[17]中截图)



(c) 多重散射效果(文献[25]中截图)



(d) 多重前向散射光照效果

图8 不同散射模型下云的效果

图9是当云朵很多时采用本文方法生成的云场景图示, 其中太阳光从左上方照射。



图9 较多云时的场景

本文采用了不同的体数据层级对改进的方法进行验证, 图10为帧率随着数据规模增大时变化的柱状图。当体素网格数据的规模为 $64 \times 64 \times 64$ 时, 绘制帧率为75fps左右; 数据规模在 $128 \times 128 \times 128$ 时, 绘制帧率约为30fps; 但当数据规模在 $256 \times 256 \times 256$ 这个级别时, 绘制帧率则会降为10fps以下, 更大数据规模下绘制帧率1fps都难以保证。可见在目前常用的软硬件条件下, 网格数据在 100^3 的层级时可实现实时的交互绘制, 并且外观的真实感较好, 具体见表1。

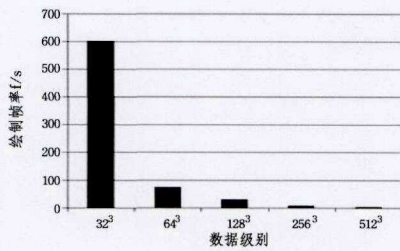


图 10 帧率随数据规模变化图

表 1 不同数据规模下的绘制帧率

数据规模	绘制帧率 (fps)	图像的真实感
64 * 64 * 64	70~80	差
128 * 128 * 128	约 30	较好
256 * 256 * 256	<10	好

结束语 本文基于细胞自动机的技术建立云的模型,为加快运行速度,反映云的真实特性,对状态间的变换规则进行了改进,明确了边界网格的处理方法。在绘制过程中,为加强真实感,采用了多重前向散射光照模型,并将近似米氏散射的 Henyey-Greenstein 相位函数嵌入到前向散射光照模型。通过以上工作可以看出,云的仿真可实现实时的真实感效果。然而,虽然经过多年的研究,云的真实感模拟技术得到较大发展,但由于云本身的复杂性以及应用需求的不断提高,云场景真实感实时绘制仍是计算机图形学中最具挑战性的课题之一,仍存在许多问题有待进一步深入研究,这也是作者下一步的研究重点。譬如,由于许多应用如飞行仿真、游戏等对大规模自然场景真实感和实时性的要求,大规模云场景的实时绘制仍将是研究的重点和难点。在现有的研究成果中,有些技术可以提供逼真的渲染质量,但速度难以达到实时交互的要求;有些采用了运算简化、GPU 加速等策略,保证了速度的要求,但渲染质量受到影响。如何有效地在真实感和实时性之间找到一个合理的折衷,还需要进一步研究。再如云存在着复杂的动态特性,现有方法大都只能模拟云的生成、消散等简单运动过程。如何快速、逼真地展现云在复杂环境下的变化以及由云到雨的变化过程是未来的一个研究方向。此外,建立适合各种类型云的通用仿真平台也将对飞行仿真、气象仿真、科学可视化等领域具有重要的意义。

参考文献

[1] Reeves W. Particle System-A Technique Modeling a Class of Fuzzy Objects[J]. ACM Transaction on Graphics, 1983, 2(2): 359-376

[2] Van Der Burg J. Building an Advanced Particle System[EB/OL]. Gamasutra, [2013-1-10]. http://www.gamasutra.com/features/20000623/vandenburg_01.htm

[3] Ebert S D, Parent E R. Rendering and Animation of Gaseous Phenomena by Combining Fast Volume and Scanline A-Buffer Techniques[J]. Computer Graphics, 1990, 24(4): 357-366

[4] Ebert S D. Interactive cloud modeling and photorealistic atmospheric rendering[C]// Proceedings of SIGGRAPH'04. 2004: 238-256

[5] 齐越,沈旭昆. 基于 Perlin 噪音绘制云的方法[J]. 系统仿真学报, 2002, 14(9): 1204-1207

[6] Neyret F. Qualitative simulation of convective clouds formation and evolution[C]// Proceedings of the 8th Eurographics Workshop on Computer Animation and Simulation. 1997: 113-124

[7] Nagel K, Raschke E. Self-organizing Criticality in Cloud Formation? [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 1992, 182(4): 519-531

[8] Dobashi Y, Nishita T, Okita T. Animation of Clouds Using Cellular Automaton[C]// Proceedings of Computer Graphics and Imaging'98. 1998: 251-256

[9] Dobashi Y, Kaneda K, Yamashita H, et al. A Simple, Efficient Method for Realistic Animation of Clouds[C]// Proceedings of SIGGRAPH 2000. July 2000: 19-28

[10] Qin Bo, Lv Tao. Real-time dynamic cloud modeling and rendering[C]// Computer Graphics, Imaging and Vision; New Trends (CGIV'05). 2005: 285-290

[11] Xu Jiang-bin, Yang Chao, Zhao Jian, et al. Fast Modeling of Realistic Clouds[C]// International Symposium on Computer Network and Multimedia Technology, 2009 (CNMT 2009). IEEE, 2009: 1-4

[12] Upchurch M E, Semwal K S. Dynamic Cloud Simulation Using Cellular Automata and Texture Splatting[C]// Proceedings of the 2010 Summer Computer Simulation Conference. 2010: 270-277

[13] Yanagita T, Kaneko K. Coupled map lattice model for convection [J]. Physics Letters A, 1993, 175: 415-420

[14] Miyazaki R, Yoshida S, Dobashi Y, et al. A method for modeling clouds based on atmospheric fluid dynamics[C]// Proceedings of Pacific Graphics 2001. 2001: 363-372

[15] Kajiya T J, Herzen P B. Ray Tracing Volume Densities [J]. Computer Graphics, 1984, 18(3): 165-174

[16] Overby D, Melek Z, Keyser J. Interactive Physically-Based Cloud Simulation[C]// Proceedings of Pacific Graphics 2002. 2002: 469-470

[17] Miyazaki R, Dobashi Y, Nishita T. Simulation of Cumuliform Clouds Based on Computational Fluid Dynamics[C]// Proceedings of Eurographics 2002 short Presentation. 2002: 405-410

[18] Mizuono R, Dobashi Y, Chen B Y, et al. Physics Motivated Modeling of Volcanic Clouds As a Two Fluid Model[C]// Proceedings of Pacific Graphics'03. 2003: 434-439

[19] Harris J M. Real-time cloud simulation and rendering [D]. Chapel Hill; University of North Carolina, 2003

[20] 任威, 梁晓辉, 马上, 等. 大规模三维云实时模拟方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(4): 662-669

[21] Stam J. Stable fluids[C]// Proceedings of ACM Siggraph'99. 1999: 121-128

[22] Fedkiw R, Stam J, Jesen H W. Visual Simulation of Smoke [C]// Proceedings of SIGGRAPH'01. 2001: 15-22

[23] Lentine M, Cong M, Patkar S, et al. Simulating free surface flow with very large time steps[C]// SCA'12 Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. 2012: 107-116

[24] Bouthors A, Neyret F, Lefebvre S. Real-time realistic illumination and shading of stratiform clouds[C]// Proceedings of Eurographics Workshop on Natural Phenomena. 2006: 41-50

[25] Bouthors A, Neyret F, Max N, et al. Interactive multiple anisotropic scattering in clouds[C]// ACM Symposium on Interactive 3D Graphics and Games. 2008: 173-182

[26] Blinn J F. Light Reflection Functions for Simulation of Clouds and Dusty Surfaces[C]// Proceedings of SIGGRAPH'82. August 1982: 21-29