

求解非线性规划问题的改进直觉模糊遗传算法

梅海涛 华继学 王毅

(空军工程大学防空反导学院 西安 710051)

摘要 提出一种改进的直觉模糊遗传算法用于求解带有多维约束的非线性规划问题。以遗传算法在迭代寻优中的个体适应度大小构造相应可行解的隶属度和非隶属度函数,将非线性规划问题直觉模糊化转化为直觉模糊非线性规划问题,通过建立直觉模糊推理系统,自适应地调节遗传算法的交叉率和变异率;并采用一种改进的选择策略,将个体按适应度值大小排序、等量分组,对适应度低的个体组随机选择复制,保留不可行解中可能隐含的有利寻优信息,增强种群个体的多样性和竞争性。仿真实验结果表明,该算法求解非线性规划问题时是可行和有效的。

关键词 非线性规划,遗传算法,约束函数,直觉模糊集,最优解

中图分类号 TP181 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.9.050

Improved Intuitionistic Fuzzy Genetic Algorithm for Nonlinear Programming Problems

MEI Hai-tao HUA Ji-xue WANG Yi

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract To solve the multidimensional nonlinear programming problem, an improved intuitionistic fuzzy genetic algorithm(IFGA) was proposed. The membership and nonmembership degrees of individuals are defined by the individual fitness of the genetic algorithm in each iterative optimization, and the problem is transformed to the intuitionistic fuzzy nonlinear programming problem to adjust crossover and mutation rates. And the paper proposed an improved selection operator. The individuals are divided into four same size groups, and the group with poor fitness is selected and copied randomly to increase the diversity and competitiveness, because the implicit optimization information of non-feasible solution is reserved. The simulation results indicate the IFGA is feasible and effective.

Keywords Nonlinear programming, Genetic algorithm, Constraint function, Intuitionistic fuzzy set, Optimal solution

1 引言

非线性规划(Nonlinear Programming, NLP)是运筹学的一个分支,是典型的 NP 难问题,广泛存在于生活、管理、生产等领域^[1-3]。求解 NLP 问题的关键是对约束函数的处理,传统的解决方法有罚函数法、支配锦标赛法及梯度修复法^[4-6]等,但传统算法要求目标函数和约束函数梯度可约,无法保证取得全局最优解,且直接丢弃不可行解会导致一些对求解可能有利的隐含信息丢失,从而降低寻优效率。遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是一种群体智能优化算法,对解决随机搜索、目标优化、任务调度等问题表现出较大优势,受到了人们的高度关注和广泛应用^[7,8]。但 GA 也存在前期易早熟收敛和后期局部寻优能力差的缺陷^[9],导致在解决复杂多维问题时收敛速度慢甚至搜索不到全局最优。

直觉模糊集(Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS)^[10]在 Zadeh 模糊集理论上增加了非隶属度函数和犹豫度函数这两方面的信息,更加符合人们对客观事物的刻画与描述。鉴于此,本文提出了一种改进的直觉模糊遗传算法(Improved Intuitionistic

Fuzzy Genetic Algorithm, IFGA)来求解 NLP 问题。首先,将种群中每代个体适应度直觉模糊化后作为直觉模糊推理的输入,动态调整 GA 以后迭代进化进程中的交叉率和变异率,使 GA 一直朝着全局最优的方向搜索;对 GA 的选择操作进行了改进,将种群中的进化个体以适应度大小进行分组排序,按一定策略进行选择复制和淘汰,使种群中的次优个体和较差个体也有机会进入下一代遗传进化,保留了次优和较差个体中的隐含有利信息,增强了种群的多样性和竞争性。

2 非线性规划问题分析

非线性规划问题是一类广泛存在于科学、管理、经济和工程优化中的问题,不失一般性,数学模型^[11]可描述为:

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ \text{s. t. } & g_i(x) \leq 0, i=1, 2, \dots, m \\ & h_j(x) = 0, j=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $f(x)$ 为目标函数, $g_i(x)$, $h_j(x)$ 分别是等式和不等式约束,且至少有一个是非线性函数。 $x = \{x_1, \dots, x_n\} \in R^n$ 为决策变量, $F = \{x | g_i(x) \leq 0, h_j(x) = 0\}$ 为可行域,若存在 $x^* \in$

到稿日期:2015-07-16 返修日期:2015-12-23 本文受国家自然科学基金(61402517),中国博士后基金(2013M542331),陕西省自然科学基金(2013JQ8035)资助。

梅海涛(1993-),男,硕士,主要研究方向为智能信息处理与智能决策等,E-mail:meiht14@163.com;华继学(1966-),男,副教授,硕士生导师,主要研究方向为分布式软件与网络信息系统等;王毅(1979-),男,博士后,讲师,主要研究方向为智能信息处理与智能决策等。

F ,使得对任意 $x \in F$,都有 $f(x^*) \leq f(x)$,则 x^* 是 $f(x)$ 在可行域 F 上的最优解, $f(x^*)$ 为最优值。定义解的违反约束度 $violate(x)$ 如下:

$$violate(x) = \sum_{i=1}^m \max(g_i(x), 0) + \sum_{j=1}^n |h_j(x)| \quad (2)$$

显然,对于任意的 $x \in R^n$ 都有 $violate(x) \geq 0$,当且仅当 $x \in F$ 时 $violate(x) = 0$, $violate(x)$ 越大,则解 x 违反约束函数的程度越高。

3 直觉模糊非线性规划

3.1 模糊非线性规划

Bellman 和 Zadeh 结合经典集合的优化方法和模糊集理论,将目标优化模型转化为模糊目标优化模型^[12]。NPL 问题可描述如下:

$$\begin{aligned} \min f_i(x), i=1, 2, \dots, p \\ \text{s. t. } h_j(x) \leq 0, j=1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (3)$$

其中, \min 表示模糊最小化, \leq 表示模糊小于等于。目标函数和约束函数的隶属度分别为:

$$\mu_{f_i}(x) = \begin{cases} 1, & f_i(x) \leq f_i^{\min} \\ \frac{f_i^{\max} - f_i(x)}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}, & f_i^{\min} < f_i(x) \leq f_i^{\max} \\ 0, & f_i(x) > f_i^{\max} \end{cases} \quad (4)$$

$$\mu_{h_j}(x) = \begin{cases} 1, & h_j(x) \leq 0 \\ \frac{d_j - h_j(x)}{d_j}, & 0 < h_j(x) \leq d_j \\ 0, & h_j(x) > d_j \end{cases} \quad (5)$$

其中, f_i^{\min} 和 f_i^{\max} 分别为目标函数 $f_i(x)$ 在 GA 迭代过程中的每代个体中适应度的最小和最大值; d_j 为约束函数 $h_j(x)$ 的最大容许偏移量;通过模糊集“最小-最大”算子可得模糊非线性规划的数学模型:

$$\begin{aligned} \max \alpha \\ \text{s. t. } \alpha \leq \mu_{f_i}(x), i=1, 2, \dots, p \\ \alpha \leq \mu_{h_j}(x), j=1, 2, \dots, q \\ 0 \leq \mu_{\alpha}(x) \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

式(4)、式(5)中只给出了可行解对目标函数和约束函数的隶属度,未考虑非隶属度对 GA 进化过程的影响。大多数条件下,非线性规划问题的各约束条件总是相互冲突的,遵循“没有免费午餐定理”,可行解满足约束和目标函数的程度越大越好,即隶属度越大、非隶属度越小越好,式(6)是在最大程度满足非线性规划约束条件下可行解的隶属度。

3.2 直觉模糊非线性规划

设目标函数 $f_i(x) = \{ \langle x, \mu_{f_i}(x), \gamma_{f_i}(x) \rangle \}$ 为直觉模糊集,根据式(4)及直觉模糊理论,定义可行解对目标函数 $f_i(x)$ 的非隶属度函数:

$$\gamma_{f_i}(x) = \begin{cases} 0, & f_i(x) \leq f_i^{\min} \\ \frac{f_i(x) - f_i^{\min}}{\epsilon_i \cdot f_i^{\max} - f_i^{\min}}, & f_i^{\min} < f_i(x) \leq f_i^{\max} \\ 1, & f_i(x) > f_i^{\max} \end{cases} \quad (7)$$

其中, ϵ_i 可调节 $\pi_{f_i}(x)$, $\epsilon_i = 1$ 时, $\mu_{f_i}(x) + \gamma_{f_i}(x) = 1$, $\pi_{f_i}(x) = 0$; $\epsilon_i \rightarrow \infty$ 时, $\gamma_{f_i}(x)$ 为 0,故 $\pi_{f_i}(x) = 1 - \mu_{f_i}(x)$ 。在算法进化前期,隶属度函数 α 较小,非隶属度对进化起主导作用,为使目标函

数取较小的犹豫度, ϵ_i 一般在 $[1, 1.3]$ 中取值^[13]。

设约束函数 $h_j(x) = \{ \langle x, \mu_{h_j}(x), \gamma_{h_j}(x) \rangle \}$ 为直觉模糊集合。同理,根据式(5)及直觉模糊理论,可定义可行解对约束函数的非隶属度函数:

$$\gamma_{h_j}(x) = \begin{cases} 0, & h_j(x) \leq 0 \\ \frac{h_j(x)}{d_j + b_j}, & f_i^{\min} < f_i(x) \leq f_i^{\max} \\ 1, & h_j(x) > d_j \end{cases} \quad (8)$$

其中, $b_j \geq 0$ 用于调节 $\pi_{h_j}(x)$, $b_j = 0$ 时, $\mu_{h_j}(x) + \gamma_{h_j}(x) = 1$, $\pi_{h_j}(x) = 0$; $b_j \rightarrow \infty$ 时, $\gamma_{h_j}(x) = 0$, $\pi_{h_j}(x) \rightarrow 1 - \mu_{h_j}(x)$ 。隶属度函数在算法进化后期较大,对进化起主导作用,为使约束函数取较小的犹豫度, b_j 的取值范围一般为 $[0, 10]$ ^[13]。由式(6)一式(8)可得直觉模糊非线性规划的数学模型:

$$\begin{aligned} \min \beta \\ \text{s. t. } \beta \geq \gamma_{f_i}(x), i=1, 2, \dots, p \\ \beta \geq \gamma_{h_j}(x), j=1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (9)$$

其中, β 为非隶属度函数的最小值。分别对目标函数和约束函数取“最小”:

$$F = \bigcap_{i=1}^p f_i(x) = \{ \langle x, \mu_{F_i}(x), \gamma_{F_i}(x) \rangle \mid \forall x \in U \} \quad (10)$$

$$H = \bigcap_{j=1}^q h_j(x) = \{ \langle x, \mu_{H_j}(x), \gamma_{H_j}(x) \rangle \mid \forall x \in U \} \quad (11)$$

其中, $\mu_F(x) = \bigcap_{i=1}^p \mu_{f_i}(x)$, $\gamma_F(x) = \bigcup_{i=1}^p \gamma_{f_i}(x)$, $\mu_H(x) = \bigcap_{j=1}^q \mu_{h_j}(x)$, $\gamma_H(x) = \bigcup_{j=1}^q \gamma_{h_j}(x)$ 。对目标函数和约束函数取“最小”:

$$Q = F \cap H = \{ \langle x, \mu_Q(x), \gamma_Q(x) \rangle \mid x \in U \} \quad (12)$$

其中, $\mu_Q(x) = \mu_F(x) \cap \mu_H(x)$, $\gamma_Q(x) = \gamma_F(x) \cup \gamma_H(x)$,对直觉模糊集 Q 在论域 U 上取“最大”:

$$\begin{aligned} \max \mu_Q(x) \\ \min \gamma_Q(x) \end{aligned} \quad (13)$$

因此,得到直觉模糊非线性规划的一般形式:

$$\begin{aligned} \max \alpha - \beta \\ \text{s. t. } \alpha \leq \mu_f(x), \alpha \leq \mu_h(x) \\ \beta \geq \gamma_f(x), \beta \geq \gamma_h(x), 0 \leq \alpha + \beta \leq 1 \end{aligned} \quad (14)$$

在式(7)、式(8)中,令 $\epsilon_i = 1$, $b_j = 0$,因对任意直觉模糊集合有: $\mu_{x_i}(x) + \gamma_{x_i}(x) + \pi_{x_i}(x) = 1$ 都成立,可得: $\alpha - \beta = 1 - 2\beta$,则直觉模糊非线性规划又退化为模糊非线性规划。

4 改进的直觉模糊遗传算法

4.1 自适应的直觉模糊交叉、变异操作

交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 是影响 GA 进化性能的重要因素,合理设置 P_c , P_m 可使 GA 在搜索精度和广度上有效达到平衡^[14]。较小的 P_c 和 P_m 有利于保护优良个体不被破坏,增强算法的局部寻优能力;而 P_c 和 P_m 较大时有利于淘汰低适应度的个体,增强算法的全局寻优能力。基本遗传算法采用固定的参数设置,不能依算法进化过程进行调节,影响了算法寻优的效率。

1) 选取输入、输出变量。记录 GA 每代中的最大适应度值与平均适应度值,按式(15)计算遗传算法直觉模糊推理的输入 $e1$ 和 $e2$,建立相应的推理规则,将解模糊后的值作为交叉率修正量 $\Delta P_c(t)$ 和变异率修正量 $\Delta P_m(t)$, $e1$ 为种群中最大适应值与平均适应值的差率, $e2$ 为种群前后两代平均适应值的变化。

$$e1 = \frac{f_{\max}(t) - f_{\text{avg}}(t)}{f_{\max}(t)}, e2 = \frac{f_{\text{avg}}(t) - f_{\text{avg}}(t-1)}{f_{\max}(t)} \quad (15)$$

其中, t 为进化代数, $f_{\max}(t)$ 为第 t 代中的最大适应度; $f_{\text{avg}}(t)$ 为第 t 代中的平均适应度; $f_{\text{avg}}(t-1)$ 为第 $t-1$ 代种群的平均适应度; $f_{\max}(t)$ 与 $f_{\text{avg}}(t)$ 相差很大时, 表明 GA 处于正常进化阶段, 应保持当前的 P_c 和 P_m 大小; 若 $f_{\max}(t)$ 与 $f_{\text{avg}}(t)$ 相差很小或趋于局部最优时, 表明 GA 处于进化前期, 且出现了早熟收敛, 应适当增大 P_c 和 P_m ; 若 $f_{\text{avg}}(t)$ 与 $f_{\text{avg}}(t-1)$ 很接近, 表明种群中个体之间的相似性较高, 为增加种群的多样性, 应适当减小 P_c 而增大 P_m 。GA 下一代的 $P_c(t+1)$ 和 $P_m(t+1)$ 取值如下:

$$P_c(t+1) = P_c(t) + \Delta P_c(t) \quad (16)$$

$$P_m(t+1) = P_m(t) + \Delta P_m(t)$$

2) 确定输入、输出变量的语言值及隶属度函数。交叉率和变异率的微小变化都会对遗传算法的寻优结果产生较大影响。将 $e1, e2, \Delta P_c(t), \Delta P_m(t)$ 分别按如下方法构造论域。

输入变量 $e1$ 按 $0, 0.15, 0.25$ 分为 $\{0, 1, 2\}$ 3 级, 误差论域为 $\{0, 1, 2\}$, 其含义为 {零, 正小, 正大}, 记为 $\{Z, PS, PB\}$, 隶属度函数取为高斯型函数; 同理, 对输入变量 $e2$ 按 $-0.15, -0.05, 0.05, 0.15$ 分为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 5 级, 论域为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 其含义为 {负大, 负小, 零, 正小, 正大}, 记为 $\{NB, NS, Z, PS, PB\}$, 隶属度函数取为三角型函数。

输出变量 $\Delta P_c(t)$ 按照 $-0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2$ 分为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 5 级, 得 $\Delta P_c(t)$ 的论域 $D_1 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 其含义为 {负大, 负小, 零, 正小, 正大}, 记为 $\{NB, NS, Z, PS, PB\}$; 同理, 对 $\Delta P_m(t)$ 按 $-0.01, -0.005, 0, 0.005, 0.01$ 分为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 5 级, 得 $\Delta P_m(t)$ 的论域 $D_2 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 含义为 {负大, 负小, 零, 正小, 正大}, 记为 $\{NB, NS, Z, PS, PB\}$, $\Delta P_c(t)$ 和 $\Delta P_m(t)$ 的隶属度函数都取为高斯型。

3) 建立 ΔP_c 和 ΔP_m 的模糊控制表, 如表 1、表 2 所列。

表 1 ΔP_c 模糊控制表

$e1$	$e2$		
	PB	PS	Z
NB	NS	Z	NS
NS	Z	Z	NB
Z	NS	NB	NB
PS	PS	Z	NB
PB	PB	Z	NB

表 2 ΔP_m 模糊控制表

$e1$	$e2$		
	PB	PS	Z
NB	PS	Z	PS
NS	Z	Z	PB
Z	PS	PB	PB
PS	NS	Z	PB
PB	NB	NS	PS

4) 解模糊。通过直觉模糊推理得到的并不是清晰量, 还需要将模糊量清晰化。清晰化算法^[15]通常有最大真值法、平分法、重心法等。本文采用重心法, 如下:

$$z_0 = \frac{\int_U z(\mu_C(z) + \frac{1}{2}\pi_C(z)) dz}{\int_U (\mu_C(z) + \frac{1}{2}\pi_C(z)) dz} = \frac{\int_U z(1 + \mu_C(z) + \gamma_C(z)) dz}{\int_U (1 + \mu_C(z) + \gamma_C(z)) dz} \quad (17)$$

式中, 设 z 为输出变量, U 为输出论域, C 为定义在输出论域 U 上的直觉模糊子集。对于输入的微小变化, 重心法的推理输出也会发生变化, 且这种变化比较平滑。

以输入变量 $e1=0.15, e2=0.03$ 为例, 直觉模糊的推理过程及结果如图 1 所示, 得到相应的 $\Delta P_c = -0.1, \Delta P_m = 0.01$ 。

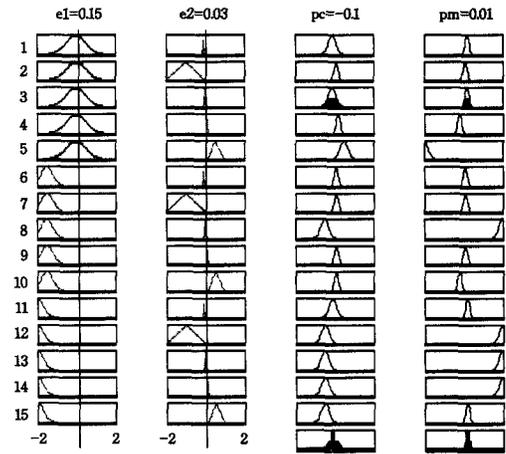


图 1 模糊控制规则图

4.2 改进的选择操作

传统遗传算法按照个体适应度大小选择、复制。这种方法虽然操作简单, 但在进化初期, 适应度高的个体被选择进入下一代的概率大, 导致下一代种群中个体结构严重同质化, 算法易陷入早熟收敛, 不利于寻找到全局最优解; 在进化后期, 个体适应度值相差甚小, 选择比例算子难以比较出个体之间的优劣, 导致 GA 后期局部搜索能力差。本文采用一种改进的选择操作: 首先, 对个体按照适应度大小进行排序且等分为 4 组, 如 C_1, C_2, C_3, C_4 , 其中, C_1 适应度最高, C_2 次之, C_4 最低; 将 C_1 组的个体复制两次, C_2 复制一次, 在 C_3 和 C_4 组中各随机选择一半个体作为一组, 组成下一代进化种群。该方法解决了遗传算法早熟收敛及后期寻优速度慢的问题, 保留了不可行解中可能隐含的有利信息, 增强了种群个体的多样性, 提高了 GA 求解 NLP 问题的效率。

本文 IFGA 算法求解 NLP 问题的步骤如下:

Step1 随机生成初始种群, 初始化种群规模 NP、最大迭代次数 T_{\max} 、交叉率 P_c 、变异率 P_m 、变量取值范围 bnd ;

Step2 按式(4)、式(5)、式(7)、式(8)分别计算 NLP 问题的目标和约束函数的隶属度与非隶属度, 按式(14)计算每个个体的适应度 $f_i(t)$;

Step3 将 Step2 中计算得到的适应度按式(15)计算 $e1, e2$ 作为直觉模糊推理系统的输入变量, 经过直觉模糊推理和解模糊后得到 $\Delta P_c(t)$ 和 $\Delta P_m(t)$;

Step4 按修改后的 P_c 和 P_m 执行交叉和变异;

Step5 按 3.2 节中的选择策略进行选择、复制;

Step6 当算法进化代数达到 T_{\max} 或算法已经搜索到全局最优值时停止搜索, 否则返回 Step2。

在 IFGA 进化过程中, 若最大适应度 $f_{\max}(t)$ 和平均适应度 $f_{\text{avg}}(t)$ 连续多代都不发生变化或变化很微小, 即 $e1, e2$ 连续多代均稳定(或近似稳定)于某一值时, 说明在种群空间中解集趋于稳定, 可认为已搜索到全局最优解。

5 数值实验

选取 3 个基本测试函数来检验 IFGA 算法求解 NLP 问题的效率和可靠性,其中 F1 选自文献[17],F2 和 F3 选自文献[4]和文献[18],它们均为多变量、多约束条件的 NLP 测试函数。

$$F1; \min f(x) = 5.357854x_3^2 + 0.8356891x_1x_3 + 37.293239x_1 - 40792.141$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} g_1(x) = 85.334407 + 0.0056858x_2x_5 - 92 + 0.0006262x_1x_4 - 0.0022053x_3x_5 \leq 0 \\ g_2(x) = -85.334407 - 0.0056858x_2x_5 - 0.0006262x_1x_4 + 0.0022053x_3x_5 \leq 0 \\ g_3(x) = 80.51249 + 0.0071317x_2x_5 + 0.0029955x_1x_2 + 0.0021813x_3x_5 \leq 0 \\ g_4(x) = -80.51249 - 0.0071317x_2x_5 - 0.0029955x_1x_2 - 0.0021813x_3x_5 \leq 0 \\ g_5(x) = 0.0047026x_3x_5 + 0.0012547x_1x_3 + 0.0012547x_1x_3 + 0.0019085x_3x_4 - 16.300961 \leq 0 \\ g_6(x) = 11.300961 - 0.0047026x_3x_5 - 0.0012547x_1x_3 - 0.0012547x_1x_3 - 0.0019085x_3x_4 \leq 0 \\ 78 \leq x_1 \leq 102, 33 \leq x_2 \leq 45, 27 \leq x_i \leq 45, i=3,4,5 \end{cases}$$

$$F2; \min f(x) = (x_1 - 10)^2 + 5(x_2 - 12)^2 + x_3^4 + 3(x_4 - 11)^2 + 10x_5^6 + 7x_6^2 + x_7^4 - 4x_6x_7 - 10x_6 - 8x_7$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} g_1(x) = 127 - 2x_1^2 - 3x_2^2 - x_3 - 4x_4^2 - 5x_5 \geq 0 \\ g_2(x) = 282 - 7x_1 - 3x_2 - 10x_3^2 - x_4 + x_5 \geq 0 \\ g_3(x) = 196 - 23x_1 - x_2^2 - 6x_6^2 + 8x_7 \geq 0 \\ g_4(x) = -4x_1^2 - x_2^2 + 3x_1x_2 - 2x_2^2 - 5x_6 + 11x_7 \geq 0 \\ -10.0 \leq x_i \leq 10.0, i=1,2,\dots,7 \end{cases}$$

$$F3; \min f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 14x_1 - 16x_2 + (x_3 - 10)^2 + 4(x_4 - 5)^2 + (x_5 - 3)^2 + 2(x_6 - 1)^2 + 5x_7^2 + 7(x_8 - 11)^2 + 2(x_9 - 10)^2 + (x_{10} - 7)^2 + 45$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} g_1(x) = 105 - 4x_1 - 5x_2 + 3x_7 - 9x_8 \geq 0 \\ g_2(x) = -10x_1 + 8x_2 + 17x_7 - 2x_8 \geq 0 \\ g_3(x) = -3(x_1 - 2)^2 - 4(x_2 - 3)^2 - 2x_3^2 + 7x_4 + 120 \geq 0 \\ g_4(x) = -x_1^2 - 2(x_2 - 2)^2 + 2x_1x_2 - 14x_5 + 6x_6 \geq 0 \\ g_5(x) = 3x_1 - 6x_2 - 12(x_9 - 8)^2 + 7x_{10} \geq 0 \\ g_6(x) = -0.5(x_1 - 8)^2 - 2(x_2 - 4)^2 - 3x_5^2 + x_6 + 30 \geq 0 \\ 0 \leq x_i \leq 10, i=1,2,\dots,10 \end{cases}$$

设置 IFGA 算法参数为:种群规模 $NP=100$,初始交叉概率 $P_c=0.6$,初始变异概率 $P_m=0.01$,最大迭代次数 $T_{\max}=100$,每个函数独立运行 20 次,结果取平均值。表 3 给出了 IFGA 算法求解测试函数得到的全局最优解和全局最优值,可以看出 IFGA 算法不仅对低维简单的非线性函数(F1)可以较快搜索到最优解,且对于多维变量、复杂的非线性问题(F2 和 F3),因使用改进的变异策略,增加了搜索到全局最优解的可能性,故能在 T_{\max} 内解出全局最优解,且满足各约束条件,说明了 IFGA 具有较强的求解能力。

表 4 是 IFGA 算法与文献[4]、文献[16]、文献[17]中的 IGA, HPSO, SEA 算法对于求解测试函数的最优值、平均值、最差值以及约束违反度之间的比较。本文算法由于引入 IFS,可以更精确地描述目标和约束函数的满足度,得到更优的解,且约束违反度更小,特别是对于 F1,在最优解相同的情况下,IFGA 的违反约束度为 0,而 HPSO 的违反度为 $1.00E-04$;对于多维复杂的测试函数 F3,表中 3 种算法均能解出全局最优值,且约束违反度都为 0,但最差值和平均值更小,说明了 IFGA 具有较高的稳定性和寻优精度。

表 3 IFGA 求解的各函数最优值及最优解

Function	Variables					Minimum
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
F1	78	33	29.995256	45	36.775813	-30665.539
F2	2.3304992	1.9513723	-0.4775473	4.3657269	-0.6244897	-
F3	2.17201196	2.36364392	8.77391790	5.09597588	0.99064122	-
	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	Minimum
F2	1.0381300	1.5942272	-	-	-	680.63006
F3	1.43056019	1.32167469	9.82875073	8.28010573	8.37586039	24.306209

表 4 IFGA 与 IGA、SEA 算法求解结果的比较

Function	Algorithm	Best solution	Best-Violate	Mean solution	Worst solution	Worst-Violate
F1	IFGA	-30665.539	0.000000	-30665.48608	-30665.4432	1.00E-05
	HPSO ^[16]	-30665.539	1.00E-04	-30665.54667	-30665.5465	1.00E-05
F2	IFGA	680.6300573	0.000000	680.630059	680.630060	1.07E-07
	IGA ^[4]	680.630131	1.00E-05	680.630253	680.630404	5.00E-05
	SEA ^[17]	680.630057	0.000000	680.630057	680.630057	0.000000
F3	IFGA	24.30620902	0.000000	24.3062091	24.30620909	0.000000
	IGA ^[4]	24.30620913	0.000000	24.3062093	24.30621013	0.000000
	SEA ^[17]	24.30620907	0.000000	24.3254876	24.36299980	2.33E-01

为了更直观、详细地说明 IFGA 算法对非线性规划问题的求解能力,图 2—图 4 给出了本文 IFGA 算法和文献中所提算法求解上述算例的仿真对比图。从图中可以看出,相比

IGA 和 SEA 算法,IFGA 可以在更少的进化代数内快速找到全局最优解,且 IFGA 算法在全局寻优和局部寻优上具有更好的平衡能力,能够稳定收敛到全局最优解。

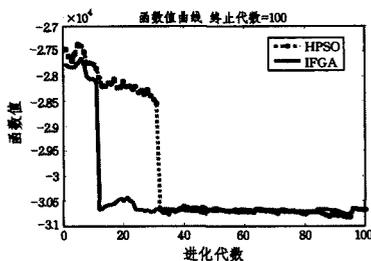


图2 F1收敛曲线及对比

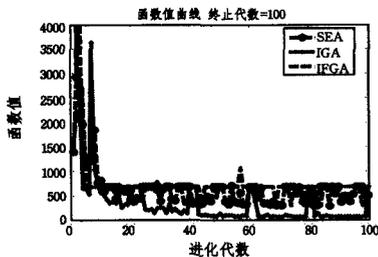


图3 F2收敛曲线及对比

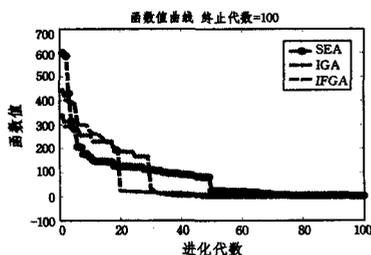


图4 F3收敛曲线及对比

结束语 针对NLP问题,本文提出了一种改进的直觉模糊遗传算法。首先将NLP问题直觉模糊化,建立了直觉模糊推理系统,根据进化迭代的种群个体适应度大小动态自适应调整GA的交叉率和变异率,增强了GA的全局寻优能力和局部寻优能力;此外,对GA的选择策略也进行了改进,对于论域内的不可行解和次优解,采用定量随机选择复制的办法,增强了种群个体的多样性,加快了算法搜索到最优解的速度;最后,实验结果表明了本文算法在求解多维、复杂NLP问题上的有效性。

参考文献

[1] Pan Duo-tao, Huang Ming-zhong, Jin Hui, et al. Application of nonlinear programming for simulation of binary distillation column[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2015, 39(1): 122-126(in Chinese)
潘多涛,黄明忠,金辉,等.非线性规划在二元精馏塔仿真过程中的应用[J].南京理工大学学报,2015,39(1):122-126

[2] Luan Xi-dao, Wang Wei-wei, Xie Yu-xiang, et al. Non-linear Sparse Representation Theory and its Application[J]. Computer Science, 2014, 41(8): 13-18(in Chinese)
栾悉道,王卫威,谢毓湘,等.非线性稀疏表示理论及其应用[J].计算机科学,2014,41(8):13-18

[3] Gao Jing, Zhu De-tong. An Affine Scaling Derivative-free Trust Region Method with Interior Backtracking Technique for Bounded-constrained Nonlinear Programming [J]. Journal of

[4] Tang Ke-zong, Yang Jing-yu, Chen Hai-yan, et al. Improved genetic algorithm for nonlinear programming problems[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(3): 540-546

[5] Coello C A C, Montes E M. Constraint-handing in genetic algorithms through the use of dominance-based tournament selection [J]. Advanced Engineering Informatics, 2002, 16(3): 193-203

[6] Chootinan P, Chen A. Constraint handing in genetic algorithms using a gradient-based repair method[J]. Computer & Operations Research, 2006, 33(8): 2263-2281

[7] Huang Qiang, Lou Xin-yuan, Wang Wei, et al. Research of Order Allocation Model Based on Cloud and Hybrid Genetic Algorithm Under Ecommerce Environment [J]. Journal of Shanghai Jiao-tong University(Science), 2013, 18(3): 334-342

[8] Son M, Ko S, Koo J. Genetic Algorithm to Optimize the Design of Main Combustor and Gas Generator in Liquid Rocket Engines [J]. Journal of Thermal Science, 2014, 23(3): 259-268

[9] Chen Zhi, Zhang Shuai, Yang Lin, et al. Optimal phase searching of PTS using modified genetic algorithm for PARA reduction in OFDM systems[J]. Science China Information Sciences, 2014, 57(6): 1-11

[10] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96

[11] Sun J Z, Geng G H, Wang SH Y, et al. Hybrid social cognitive optimization algorithm for constrained nonlinear programming [J]. Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2012, 19(3): 91-99

[12] Angelov P P. Optimization in an intuitionistic fuzzy environment [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 86(3): 299-306

[13] Xu Xiao-lai, Lei Ying-jie, Dai Wen-yi. Intuitionistic Fuzzy Multi Objective Programming Based on Genetic Algorithm[J]. Electronics Optics & Control, 2009, 16(1): 31-33(in Chinese)
徐小来,雷英杰,戴文义.基于遗传算法的直觉模糊多目标规划[J].光电与控制,2009,16(1):31-33

[14] Kong Hai-peng, Li Ni, Shen Yu-zhong. Adaptive double chain quantum genetic algorithm for constrained optimization problems[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(1): 214-228

[15] Lei Yang, Lei Ying-jie, Feng You-qian, et al. Techniques for target recognition based on intuitionistic fuzzy reasoning[J]. Control and Decision, 2011, 26(8): 1163-1168(in Chinese)
雷阳,雷英杰,冯有前,等.基于直觉模糊推理的目标识别方法[J].控制与决策,2011,26(8):1163-1168

[16] Liao Feng, Gao Xing-bao. Hybrid particle swarm optimization to solve nonlinear programming problems[J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(11): 43-46(in Chinese)
廖峰,高兴宝.求解非线性规划问题的混合粒子群算法[J].计算机工程与应用,2008,44(11):43-46

[17] Zhou Y R, Li X, Wang Y, et al. A Pareto strength evolutionary algorithm for constrained optimization[J]. Journal of Software, 2003, 14(7): 1243-1249(in Chinese)
周育人,李香,王勇. Pareto强度值演化算法求解约束优化问题[J].软件学报,2003,14(7):1243-1249