

求解多车型校车路径问题的带参数选择机制的 GRASP 算法

侯彦娥^{1,2} 党兰学¹ 孔云峰² 谢毅^{1,2}

(河南大学计算机与信息工程学院 开封 475004)¹

(河南大学黄河中下游数字地理技术教育部重点实验室 开封 475004)²

摘要 考虑到校车路径安排过程中不同车型容量和成本的差异,建立了多车型校车路径问题(SBRP)模型,并提出了一种带参数选择机制的贪婪随机自适应(GRASP)算法进行求解。在初始解构造阶段,设计一组阈值参数控制受限候选列表(RCL)的大小,使用轮盘赌法选择阈值参数。完成初始解构造后,使用可变邻域搜索(VNS)进行邻域解改进,并记录所选择的参数和解的目标值。算法迭代过程中,先设置相同阈值参数的选择概率,每隔若干次迭代后,评估每个阈值参数的性能并修改其选择概率,使得算法能够得到更好的平均解。使用基准测试案例进行了测试,比较了基本 GRASP 算法与设计的 GRASP 算法的性能,并与现有求解多车型校车路径问题的算法进行对比,实验结果表明所设计的算法是有效的。

关键词 校车路径问题,多车型,贪婪随机自适应搜索过程,参数选择机制,可变邻域搜索

中图分类号 TP301.6 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.8.047

GRASP Algorithm with Parameter Selection Mechanism for Heterogeneous Fleet School Bus Routing Problem

HOU Yan-e^{1,2} DANG Lan-xue¹ KONG Yun-feng² XIE Yi^{1,2}

(College of Computer and Information Engineering, Henan University, Kaifeng 475004, China)¹

(Key Laboratory of Geospatial Technology for the Middle and Lower Yellow River Regions,
Ministry of Education, Henan University, Kaifeng 475004, China)²

Abstract This paper dealt with the heterogeneous fleet school bus routing problem, in which students are served by a heterogeneous fleet of buses with various capacities, fixed and variable costs. A GRASP (greedy randomized adaptive search procedure) algorithm with probability selection mechanism was proposed to solve the problem. In the initial solution construction phase, a set of threshold parameters with selection possibility is designed to control the size of restricted candidate list (RCL). The threshold parameter is selected by roulette-wheel selection method. The initial solution is then improved by variable neighborhood search (VNS). The selection probabilities for threshold parameters are equally set at first and periodically updated when certain iterations are finished. Each threshold parameter is evaluated by its historical performance records and its selection probability value is adjusted according to its performance. This parameter selection mechanism aims to find better average solution gradually. Our experiments are executed on a set of benchmark instances with different bus types. The results confirm that the proposed GRASP algorithm is more effective compared with classical GRASP algorithm. In addition, the proposed algorithm gives better results than existing algorithms for heterogeneous fleet school bus routing problem.

Keywords School bus routing problem, Heterogeneous fleet, Greedy randomized adaptive search procedure, Parameter selection mechanism, Variable neighborhood search

1 引言

随着我国社会经济和义务教育的不断发展,为中小學生提供校车服务已经成为教育主管部门的职责之一。然而,提供校车服务规划并非易事,需要考虑学生乘车站点规划、学校上下学时间、车辆购置和运营成本以及服务质量等诸多问题。与此紧密相关的校车路径问题(SBRP)^[1]是在满足既定约束

条件下,合理地规划校车线路将学生从乘车站点送到学校(或从学校送回乘车站点),并达到特定优化目标的组合优化问题。SBRP 是车辆路径问题(VRP)的一个应用分支^[1],因其增加学校的时间窗、学生最大乘车时间等多个约束条件,使得它与经典的 VRP 不同,问题的求解更加复杂。SBRP 是一类 NP 难题,因此精确算法仅能求解小规模案例,较大规模的案例则需使用启发式算法和元启发算法进行求解。有关

到稿日期:2015-05-21 返修日期:2015-08-10 本文受国家自然科学基金项目:大规模混载校车路径问题多目标优化算法研究(41401461),河南省教育厅自然科学重点项目(15A520009)资助。

侯彦娥(1980—),女,博士生,讲师,主要研究方向为智能算法、空间优化,E-mail:houyane@foxmail.com;党兰学(1980—),男,博士,讲师,CCF 会员,主要研究方向为智能算法、空间分析与优化,E-mail:danglx@foxmail.com;孔云峰(1967—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为空间分析与应用、GIS 分析与设计,E-mail:yfkong@henu.edu.cn(通信作者);谢毅(1983—),男,博士生,讲师,主要研究方向为空间优化,E-mail:xieyi@henu.edu.cn。

SBRP 的问题分类、模型和算法综述请参见文献[2,3]。

根据提供校车服务的车型是否相同,可以将 SBRP 分为单车型 SBRP 和多车型 SBRP。现有 SBRP 研究大多仅考虑一种车型^[4-7]。然而,在实际应用中校车车队通常包括多种车型;道路等级、学生分布状况等因素常导致使用同一种车型提供服务不能有效地节约成本。Hoff^[8]的研究表明:在实际运输过程中使用的车型通常是不一样的,使用多种车型规划运营线路将能够有效降低成本。因此,与单车型 SBRP 相比,多车型 SBRP 研究对于校车路径规划更具实际应用价值。

VRP 领域中,多车型车辆路径问题(HVRP)是在带容量约束的车辆路径问题(CVRP)的基础上,允许使用容量、固定成本和可变成本各不相同的车型,通常将车辆固定成本和运行成本作为优化目标。现有 HVRP 研究大多集中在仅考虑容量约束的多车型问题^[9-14]。与常见的 HVRP 问题相比,多车型 SBRP 具有特殊性,如学校时间窗的限制、每个乘车站点的服务时间与站点的乘车人数、学生最大乘车时间的约束,并且校车路线可能是开放的。尽管也有少量学者研究了多车型开放车辆路径问题^[15]、带时间窗约束的 HVRP^[16,17]等,但因其问题模型和约束条件与多车型 SBRP 有差异,因此求解多车型 VRP 的成熟算法并不能直接在 SBRP 中进行应用^[2]。

由于多车型 SBRP 中不同车辆的容量与成本存在差异,使得问题的求解比单车型 SBRP 更加复杂,相关研究较少。现有的多车型 SBRP 研究中,大部分文献仅讨论了使用不同类型校车的必要性,或者建立了问题模型,但没有提供相关问题的算法^[18-20]。仅有少量文献^[21-24]对实现算法进行了描述。Ripplinger^[21]以农村地区的 SBRP 问题为研究对象,定义了多车型 SBRP 的数学模型,并提出了一个两阶段启发式算法 RRH。RRH 首先使用扫描法获得问题的初始解,然后使用禁忌表长度固定的禁忌搜索算法进行提升。作者使用随机生成的小规模人工案例进行测试,并对比了节约法、基于位置的随机启发(RLBH)^[25]和 RRH 算法的优化性能,结果表明 RRH 在求解多车型 SBRP 问题上优于节约法和 RLBH。Ke^[22]针对考虑总成本的多车型 SBRP,分别建立车流、单商品流、二商品流和多商品流 4 个数学模型,然后使用商业优化软件 Xpress 精确求解,对比了 4 种模型的求解结果。由于使用精确算法进行求解,仅能求解 20 个站点的测试案例。Thangiah 等^[23]考虑农村地区的 SBRP 问题,在学校、场站、车型等多个约束条件下设计一个构造启发式算法进行求解。算法包括学生分配到站点、车辆分配到学校、估算学生插入成本和交换学生等多个步骤进行解的构造和提升,在提升过程中考虑使用“两小换一大”的策略调整车型。此外,作者还对农村 SBRP 问题涉及的各种评价指标进行了讨论。Luzia 等^[24]以校车总行驶里程最小为优化目标,在 RLBH 的基础上提出一种自适应基于位置的启发算法(ALBH),其根据站点距离学校的远近自适应限定路径的最大长度。车辆安排时以大车优先,所有路径构造完成之后再根据车的实际载重调整车型。以上多车型 SBRP 研究中,其优化目标中大多没有考虑不同车型成本的差异,仅仅使用了不同的车型进行分配,不能较好地满足实际应用需求。另外,其求解算法以精确算法或构造式启发算法为主,求解质量有限。

贪婪随机自适应过程(GRASP)是一种多启动(multi-start)元启发算法,具有结构简单和参数少等优点^[26]。标准的 GRASP 算法包含初始解构造和局部搜索两部分,每次迭代使用贪婪随机过程创建初始解,然后再进行局部提升,经过多次迭代之后,保存所发现的最好解。标准的 GRASP 算法

是一种无记忆功能的多启动元启发算法,不会从搜索历史以及之前发现的解中进行学习^[27]。GRASP 的初始解构造过程中,受限候选列表(RCL)的大小是确定初始解构造贪婪性与随机性的关键。RCL 的大小由阈值参数 a 决定,其通常随机取值或者取一个固定的值。若阈值参数 a 值过于随机或者固定,有可能错过一些质量较好的解^[28]。文献[28,29]分别针对矩阵分解问题和装箱问题,设定一组阈值参数 a 的取值,在迭代过程中对阈值参数 a 的值进行调整,通过实验验证迭代过程中动态调整参数取值比参数值固定或者随机取值能够获得更好的求解质量。

本文针对多车型 SBRP 问题,提出一种带有参数选择机制的贪婪随机自适应算法(SGRASP),即在基本 GRASP 算法框架中增加历史信息记录与评价,进而应用于算法参数选择。算法设定一组 a 的取值并赋以一定的选择概率;每隔若干次迭代后,统计和评价解的历史信息进而更改 a 的选择概率;在下一个迭代周期中倾向于选择获得较高质量解的 a 取值,从而逐步提高问题的求解质量。在测试案例上进行的测试结果表明,与基本 GRASP 和其他多车型 SBRP 求解算法相比,本文设计的 SGRASP 算法具有更好的寻优效果。

2 问题描述及定义

多车型校车路径问题的基本元素包含场站、乘车站点、学校和校车等,可以使用一个无向图 $G=(V,E)$ 进行表示。其中, $V=\{0,1,2,3,\dots,n,n+1\}$ 代表图中所有节点的集合; $E=\{(i,j)|i,j \in V,i \neq j\}$ 是任意两个节点之间边的集合。假定 0 代表场站, $C=\{1,2,3,\dots,n\}$ 代表乘车站点, $n+1$ 代表学校。 E 中的每一条边 (i,j) 的距离为 d_{ij} , 且 $d_{ij}=d_{ji}$ 。每个乘车站点 i 均有一定数量的学生 q_i , 并且服务时间为 t_i 。场站停放着 m 种类型的校车, 车型集合 $M=\{1,2,3,\dots,m\}$ 。对于车型为 k 的校车, 其容量为 Q_k , 固定成本为 f_k , 单位可变成本为 v_k 。某种类型的校车从场站出发, 经过乘车站点将学生送达学校。要求每个乘车站点必须经过且仅能经过一次, 任何时刻乘车的人数均不能超过校车的容量, 学生在校车上的乘坐时间不能超过最大乘车时间 T 。问题目标为: 确定一组校车经过所有的乘车站点, 使得总成本(固定成本和可变成本)最小。

本文以开放路线的多车型校车路径问题为研究对象, 给出定义问题模型所需的参数和决策变量, 如表 1 所列。

表 1 多车型 SBRP 数学模型的参数和决策变量

参数	
V	场站、学校站点和乘车站点集合
C	乘车站点的集合
q_i	站点 i 的学生人数, $i \in V$ (对于场站和学校站点 $i, q_i=0$)
t_i	站点 i 的服务时间, $i \in V$ (对于场站和学校站点 $i, t_i=0$)
d_{ij}	站点 i 到站点 j 的校车行驶距离, $i, j \in V i \neq j$
t_{ij}	站点 i 到站点 j 的校车行驶时间, $i, j \in V i \neq j$
M	车型集合
Q_k	车型为 k 的校车容量
f_k	车型为 k 的校车的固定成本
v_k	车型为 k 的校车的可变成本
T	学生的最大乘车时间
决策变量	
x_{ijk}	若校车 k 访问站点 i 之后直接访问 j, x_{ijk} 为 1, 否则为 0
y_{ik}	校车 k 到达站点 i 时的乘车学生人数, $y_{0k}=0$
z_{ik}	校车 k 离开站点 i 时的累计行驶时间(按逆序计算), $z_{(n+1)k}=0$

建立多车型校车路径问题的数学模型如下:

$$\text{Min} \sum_{j \in C} \sum_{k \in M} f_k x_{0jk} + \sum_{i \in V \setminus \{n+1\}} \sum_{j \in V \setminus \{0, i\}} \sum_{k \in M} v_k d_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

$$\text{St.} \sum_{j \in V \setminus \{0, n+1\}} \sum_{k \in M} x_{ijk} = 1, \forall i \in C, k \in M \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{jik} = 0, \forall i \in C, k \in M \quad (3)$$

$$y_{ik} \leq Q_k, \forall i \in V, k \in M \quad (4)$$

$$y_{ik} + q_j - y_{jk} \leq M_1(1 - x_{ijk}), \forall i \in V \setminus \{n+1\}, j \in V \setminus \{0, i\}, k \in M \quad (5)$$

$$z_{ik} \leq T, \forall i \in V \setminus \{0\}, k \in M \quad (6)$$

$$z_{jk} + t_{ij} + t_i - z_{ik} \leq M_2(1 - x_{ijk}), \forall i \in V \setminus \{n+1\}, j \in V \setminus \{i\}, k \in M \quad (7)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in V \setminus \{n+1\}, j \in V \setminus \{0, i\}, k \in M \quad (8)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \forall i \in V, k \in M \quad (9)$$

$$z_{ik} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \forall i \in V, k \in M \quad (10)$$

目标函数(1)表示最小化总运营成本,包括车辆的固定成本和可变成本。约束(2)限定每一个学生站点都必须由一辆车提供服务,并且只允许被访问一次。约束(3)保证一辆校车在访问某一个学生站点之后,必须离开。约束(4)保证任何时刻,校车中乘坐的学生人数不能超过车辆的容量。约束(5)表示两个连续站点的容量关系。当 x_{ijk} 的值为1时,表示校车 k 访问站点 i 后立即访问站点 j ,否则站点 i 和站点 j 之间没有任何关系,因此满足非线性不等式 $(y_{ik} + q_j) \cdot x_{ijk} \leq y_{jk}$,进一步引入一个较大的正整数 M_1 将其转换为线性不等式。约束(6)表示所有学生的最大乘车时间不能超过最大值 T 。约束(7)表示两个连续站点的学生乘车时间的关系,类似于约束(5),通过引入较大整数 M_2 将非线性不等式 $(z_{jk} + t_{ij} + t_i) \cdot x_{ijk} \leq z_{ik}$ 转换为线性不等式。约束(8)、(9)和(10)分别限定决策变量 x_{ijk} , y_{ik} 和 z_{ik} 的取值范围。

3 算法设计

3.1 算法基本流程

本文在标准 GRASP 算法框架中引入一个参数选择机制,即通过历史信息评价更改阈值参数 a 的选择概率。SGRASP 初始解的构造采用贪婪随机的构造过程,通过阈值参数 a 控制初始解构造的随机性和贪婪性。通过实验先确定参数 a 的一组取值 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 并赋以一定的选择概率 $\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$,将整个算法过程分成若干个迭代周期 γ ,每一个迭代周期内包含若干次迭代。每次迭代使用轮盘赌法选择参数 a 的取值 a_i ,使用 a_i 进行初始解构造并记录其局部提升后的解。使用变邻域搜索(VNS)^[30]提升局部搜索能力,并对路径上使用的车型进行调整。当一个迭代周期结束时,对每一个 a 的取值进行评估,然后更新其取值的选择概率。反复迭代,直到算法执行结束。算法的基本流程如图1所示。

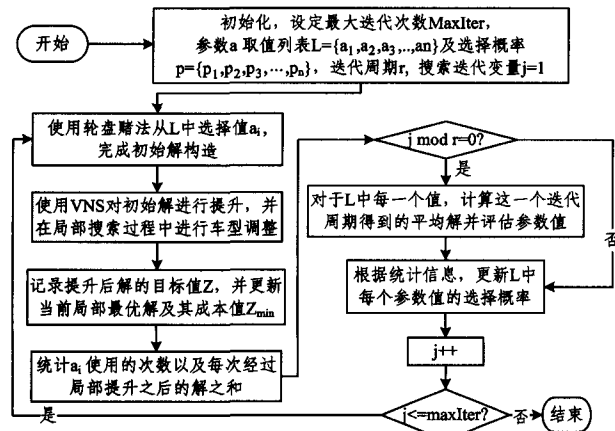


图1 SGRASP的算法流程

3.2 初始解构造

初始解使用贪婪随机的构造过程,构造过程中不考虑车型的调整。其构造流程如下:

(1)初始化候选列表(CL),CL由所有乘车站点组成;当前解 S_c 为空。

(2)随机从CL中选择一个站点 i ,然后构成路径 $0-i-s$,并放入当前解 S_c 中,其中 0 代表场站, s 代表学校。对此路径分配能够满足站点 i 需求的最小车型,然后将 i 从CL中移除。

(3)计算CL中所有站点能够插入到当前解 S_c 中的最小成本。若有节点不能插入到 S_c 中,则设其成本为一个非常大的正数。按照成本值对节点进行升序排列,最小成本和最大成本分别为 C_{min} 和 C_{max} 。将插入成本值在 $[C_{min}, C_{min} + \alpha(C_{max} - C_{min})]$ 之间的站点放入受限候选列表(RCL),其中阈值参数 $\alpha \in [0, 1]$ 。若 $\alpha = 0$,RCL中仅包含插入成本最小的站点,此时变成完全贪婪构造;若 $\alpha = 1$,RCL中包含CL中的所有站点,此时则是完全随机构造初始解。

(4)从RCL中随机选择一个站点 j ,找到其插入成本最小的位置并完成插入操作。若站点 j 因违反最大乘车时间约束或容量约束不能插入到当前解 S_c 的任何一个位置,则构造一条新的路径 $0-j-s$ 并为新路径分配能够满足站点 j 需求的最小车型,将新路径放入当前解 S_c 中;若能够找到站点 j 插入的最佳位置,将 j 插入到当前解 S_c 中,然后将 j 从CL中移除。判断CL是否为空,若CL为空,则退出构造,返回解 S_c ;否则跳转到步骤(3)继续执行。

3.3 邻域结构设计

本文设计了6种邻域结构,包括5种路径间邻域结构和1种路径内邻域结构。为了便于说明邻域结构的操作,假设路径 r_1 和 r_2 的表示形式为 $0-a-b-c-d-s$ 和 $0-u-v-w-s$,其中 0 和 s 分别代表场站和学校。邻域结构包括:

(1)Shift(1,0)。在两条不同的路径之间,执行一条路径上的点移动到另外一条路径上的操作,要求移动的点不能是场站或学校。例如,将路径 r_1 上的节点 b 移动到路径 r_2 上 u 的后边,移动成功后将得到两条新的路径 $0-a-c-d-s$ 和 $0-u-b-v-w-s$ 。

(2)Swap(1,1)。选择两条不同路径上的两点进行交换。要求交换的两个点不能是场站或学校。假设将路径 r_1 上的节点 b 和路径 r_2 的节点 u 进行交换,若满足约束,则路径 r_1 和 r_2 变为 $0-a-u-c-d-s$ 和 $0-b-v-w-s$ 。

(3)Swap(2,1)。在一条路径上选择一个点与另外一条路径上的一条边进行交换,要求参与交换的点和边中不含场站或学校。假如将路径 r_1 上的节点 b 和路径 r_2 的边 uv 进行交换,交换成功后路径 r_1 和 r_2 变为 $0-a-u-v-c-d-s$ 和 $0-b-w-s$ 。

(4)Shift(2,0)。将一条路径上的一条边移动到另外一条路径上,要求移动的边中不含场站或学校。假设将路径 r_1 上的一条边 $b-c$ 移动到路径 r_2 的节点 u 的后边,操作成功后得到新路径 $0-a-d-s$ 和 $0-u-b-c-v-w-s$ 。

(5)Cross。从两条路径上分别移除一条边,然后再增加两条新边实现路径段间的交叉操作,要求移除的两条边中最多包含1个场站或者学校。假设移除路径 r_1 的边 bc ,同时移除路径 r_2 的边 vw ,得到4个路径段 $0-a-b$ 、 $c-d-s$ 、 $0-u-v$ 和 $w-s$,然后增加两条新边 bw 和 vc ,操作成功后路径 r_1 和 r_2

变成两条新路径 $0-a-b-w-s$ 和 $0-u-v-c-d-s$ 。

(6)2-opt。在同一条路径内移除两条边,然后再增加两条边的操作。本文设计的 2-opt 操作与 VRP 领域中的略有不同,包含两种情况:1)整条路径内除了场站和学校外,节点直接逆序操作;2)将路径内的两条不相邻的边移除,然后将两条边之间的节点序列逆序,而后增加两条边形成一条新路径。假设路径 r 的表示形式为 $0-a-b-c-d-u-v-w-x-s$,移除不相邻的边 $a-b$ 和 $w-x$ 之后,将 b 和 w 之间的节点序列逆序;然后增加两条新边 $a-w$ 和 $b-x$,此时路径 r 变成新路径 $0-a-w-v-u-d-c-b-x-s$ 。

3.4 可变邻域搜索

局部提升过程由可变邻域搜索(VNS)完成。VNS 中邻域的排序决定着其优化性能,因此首先要确定邻域排序方式。经过前期实验,分别统计 5 个路径间算子对解的提升次数,然后根据对解提升的程度对邻域进行排序,得到邻域列表 $NL = \{\text{Shift}(1,0), \text{Cross}, \text{Swap}(1,1), \text{Swap}(1,2), \text{Shift}(2,0)\}$ 。使用可变邻域搜索进行局部提升时,对某个邻域逐条路径进行遍历并使用最好接受策略。其执行过程如下。

(1)初始化邻域列表 NL ,设最大迭代次数为 P ,邻域个数 $k_{\max} = 5$,迭代变量 $t = 1$,当前解为 S 。

(2)设定变量 $k = 1$ 。

(3)根据 k 的值从 NL 中选择对应的邻域 NS ,使用 NS 算子对解 S 进行路径间局部搜索得到当前邻域的最好解 S' 。局部搜索过程中,针对每次路径间操作进行车型调整,并对提升的两条路径再使用 2-opt 操作进行路径内提升。

(4)若 S' 优于 S ,则 $S = S'$,置 $k = 1$;否则 $k++$;若 $k < k_{\max}$,跳转到步骤(3)继续执行。

(5) $t++$;若 $t \leq P$,则跳转到步骤(2)继续执行;否则结束搜索。

步骤(3)的执行过程中,主要完成局部搜索和车型调整两个功能。为了避免进行不必要的搜索,在执行路径间操作前期,先对涉及到两条路径的当前车型以及其他约束进行预评估。借助结构数组 StatusRecord 记录任意一对路径之间当前是否能够进行路径间操作,结构 StatusRecord 包含邻域算子、两条路径编号和是否操作等信息。每次路径间操作发生前均先访问 StatusRecord 结构数组,若预评估可行,再对路径的最大乘车时间进行检测,若违反约束则为不合法操作;若满足最大乘车时间的约束,再判定容量约束,并根据此条件进行车型调整。每次路径间操作成功执行后,更新结构数组涉及到的 StatusRecord 的值。通过这种预判定能够减少不必要的邻域搜索,提高搜索效率。

车型调整是对满足预判断和最大乘车时间的两条路径上的车型进行调整。若两条路径均满足容量约束,则分别尝试将路径上使用的车型减少,直到减少到最小车型为止。若有一条路径不满足容量约束,则增大该条路径上使用的车型,使之满足容量要求。为了避免车型一直增大带来成本值增加过多,在接受此次移动时评估增加的成本,若其超过系统定义的阈值,则不予接受。若增大到最大车型仍不能满足容量需求,则为不合法操作。对于解质量得到提升的路径间操作,再使用 2-opt 做路径内提升,此步骤不需要做车型调整。

3.5 阈值参数 a 的选择

由 3.2 节初始解的构造过程可知,阈值参数 a 决定着受

限候选列表 RCL 的大小,控制初始解构造的贪婪与随机程度。阈值参数 a 的取值至关重要,它对解的质量有较大的影响^[25]。 a 的值可以是一个固定值,也可以从一组值中随机选择。本文假定 a 可以取多个值 $L = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_v\}$,且每个取值对应的选择概率为 $p = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_v\}$ 。 L 中的值通常经过前期实验可以获得,且每个 $a_i (a_i \in L)$ 的选择概率相等。算法开始时,使用轮盘赌法随机选择 a_i 完成初始解的构造。经过局部提升后,统计 $a = a_i$ 的次数以及每次得到的解之和,并记录当前最优解的目标值 Z_{\min} 。当一个迭代周期结束时,对于 L 中的每一个 a_i ,计算其平均解 $\text{avg}(i)$ 以及衡量标准值 $g(i)$ 。衡量标准值 $g(i) = (Z_{\min}/\text{avg}(i))^{\theta}$;设 $\sigma = \sum_{i=1}^v g(i)$,然后更新 L 中每个元素的选择概率为 $g(i)/\sigma$ 。在 $g(i)$ 中引入系数 θ 的目的是放大 a 不同取值时的差异,避免出现每个 a_i 的选择概率太过于接近从而导致学习停滞。 a_i 的选择概率 p_i 越大,说明其在迭代过程中发现的平均解越接近当前最优解。随着迭代继续执行,下一次迭代时将会倾向选择概率较大的 a_i ,通过统计历史信息然后更改阈值参数 a 的值,使解的质量向较好的方向发展。

3.6 算法复杂度

假设 SGRASP 算法多启动迭代次数为 M ,问题规模为 N ,邻域搜索最大迭代次数为 P 。按照一次最长的迭代过程来分析算法的时间复杂度。一次最长迭代要执行参数选择、初始解构造、邻域搜索、参数评估和更改参数概率等步骤。因参数个数为常量,故参数选择、参数评估和更改参数概率的时间复杂度均为 $O(1)$;贪婪插入法的时间复杂度为 $O(N^2)$ 。VNS 邻域搜索的时间复杂度取决于邻域搜索的最大迭代次数 P 和邻域算子。本文设计的 5 个路径间邻域算子的时间复杂度均为 $O(N^2)$ ^[31]。一次迭代中执行最长时间的即为执行路径间邻域算子和路径内 2-opt 混合使用的时间。路径内 2-opt 的时间复杂度为 $O(N^2)$ ^[31],当发生整条路径直接逆序时,时间复杂度为 $O(N)$,因此一次邻域搜索执行时间最长的复杂度为 $O(N^2 + N^2) = O(2N^2)$,所以邻域搜索的总时间复杂度为 $P * O(5 * 2N^2)$ 。由此可知,SGRASP 算法的总复杂度为 $M * [3 * O(1) + O(N^2) + P * O(5 * 2N^2)] \approx M * P * O(N^2)$ 。

4 实验与分析

4.1 测试问题案例

本文通过文献[20]设计的 SBRP 测试案例集来评估算法的性能。根据站点和学校分布的情况,案例分为集中分布 CSCB 和随机分布 RSRB 两类。选择 CSCB01 和 RSRB01 作为基准测试案例,并将 CSCB01 中 6 个案例编号为 C01-C06,RSRB01 中 6 个案例编号为 R01-R06。案例的原始数据与文献[20]相同,测试问题的站点规模为 17~75,学生规模为 336~1116。假定车辆的平均行驶速度为 29.333333 英尺/秒(20 英里/小时)。学生站点的服务时间为 $t_i = 19.0 + 2.6n_i$,其中 n_i 为在站点 i 上车的学生数, t_i 的单位为秒(s)。最大乘车时间(MRT)设定为 2700s。使用曼哈顿距离计算距离,并以秒表示(可以根据速度换算成路径长度)。

由于文献[20]案例是单车型的,因此针对这 12 个案例设计其车型信息,如表 2 所列。其中 Q_k 是类型为 k 的车辆的载

重能力, $k \in \{A, B, C\}$; f_k 表示类型为 k 的车辆固定成本, v_k 代表类型为 k 的车辆的每分钟可变成本, 该成本仅与行驶

时间线性相关。假定每种车型数目不限(即没有最小车辆数限制), 并且若车型 $Q_A < Q_B$ 时, $f_A < f_B$ 且 $v_A < v_B$ 。

表2 测试案例车型情况

案例	站点数	学生数	车型 A			车型 B			车型 C		
			Q_A	f_A	v_A	Q_B	f_B	v_B	Q_C	f_C	v_C
C01	70	887	27	1000	1.0	54	2500	1.5	72	3000	1.7
C02	35	674	40	2200	1.2	60	2700	1.3	72	3000	1.6
C03	30	492	30	1200	1.0	60	2500	1.3	70	3000	1.4
C04	23	402	30	1000	1.1	50	2200	1.3	60	2500	1.4
C05	75	1116	40	2500	1.2	60	3000	1.4	70	3500	1.5
C06	17	336	30	2000	1.1	40	2500	1.3	60	3000	1.5
R01	38	569	40	2000	1.1	50	2200	1.3	70	2500	1.4
R02	40	557	30	2400	1.0	50	3000	1.2	70	3500	1.5
R03	51	794	40	2500	1.2	50	3000	1.5	70	3500	1.7
R04	35	427	30	1800	1.0	45	2500	1.2	60	3200	1.5
R05	42	550	40	2600	1.0	60	3200	1.3	70	3500	1.6
R06	44	512	30	1800	1.0	40	2500	1.2	60	3000	1.4

4.2 参数设置

算法使用 Visual Studio 2010 环境中的 C# 来实现, 测试环境为 PC 机, 配置为 Intel core 2 Duo 3.06GHz, 2GB 内存, Windows 7 32 位操作系统。

本文设计的 SGRASP 算法中, 阈值参数 a 的取值范围对于实现参数选择至关重要。首先, 经过初步实验先设定算法的基本参数为: 迭代次数为 160, 邻域大小取 30 和问题规模 n 之间的最小值; VNS 搜索迭代次数 $P=50$, 邻域搜索策略为最好接受 (BestAccept); 放大因子 $\theta=10$, 迭代周期 $\gamma=20$ 。每个案例运行 20 次, 记录其最好解。然后, 在此基础上评估参数 a 在 $[0, 1]$ 之间的一组离散取值时算法的性能。参考文献 [28, 29], 针对 a 取 0, 0.1, 0.2, ..., 1.0 等 11 个数时, 测试 R01-R06 和 C01-C06 等 12 个案例, 并统计每个 a 取值下的平均值, 统计结果如图 2 所示。从图 2 中可以看出, 阈值参数 $a=0.3$ 时平均解最好, $a=0$ 时平均解最差。按照平均解升序排列, 参数 a 的取值排序为 0.3, 0.7, 0.2, 0.6, 0.8, 0.5, 0.1, 0.9, 0.4, 1.0, 0.0。最后, 确定 a 的取值范围列表 L , L 由 v 个能获得较好平均解的 a 值组成, 其中 $v \in [1, 11]$ 。例如, 当 $v=3$ 时, $L=\{0.3, 0.7, 0.2\}$ 。当 v 取值 1~11 时, 测试 12 个案例的平均解, 统计结果如图 3 所示。

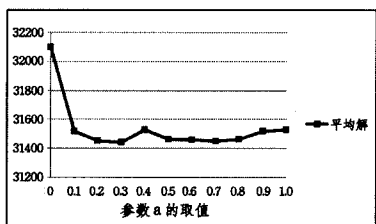


图2 a 取不同值时的平均解

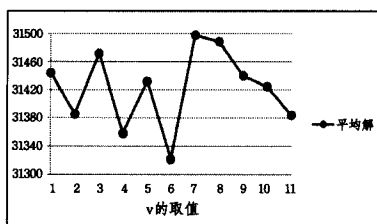


图3 v 取不同值时的平均解

从图 3 中可以看出, 当 $v=6$ 时, LGRASP 能够获得最好的平均解。当 $v=1$ 时, LGRASP 算法变成 a 取值固定的 GRASP 算法, 此时无参数选择功能。当 $1 < v < 6$ 时,

LGRASP 算法进行参数选择, 平均解总体上在振荡中下降; $v=6$ 时, 达到最好的平均解; $v=7$ 时算法平均解最差; 当 $8 \leq v \leq 11$ 时, LGRASP 算法的平均解逐渐下降但仍大于 $v=6$ 时的平均解。因此, 参数 a 的取值应选择拥有较好平均解的前 6 个值, 即 $L=\{0.3, 0.7, 0.2, 0.6, 0.8, 0.5\}$ 。

4.3 算法测试

为了验证本文 SGRASP 算法的优势, 将其与另外 2 种 GRASP 算法进行比较。一种是参数值 a 从序列 $[0, 1]$ 中随机选择的 GRASP 算法(记为 RGRASP); 一种是参数值 a 固定的 GRASP 算法(记为 FGRASP), a 取 $[0, 1]$ 之间的一个数值。由图 2 可知, 当 $a=0.3$ 时, FGRASP 能够获得较好的求解性能。RGRASP, FGRASP 与 SGRASP 具有相同的迭代次数、邻域大小和搜索策略。分别使用这 3 种 GRASP 算法求解这 12 个案例, 每组案例随机运行 20 次, 记录其最好解、平均解及执行时间。

表 3 和表 4 列出 12 个案例在 3 种算法下的最好解、平均解及执行时间。其中, T_S , T_R 和 T_F 代表 SGRASP, RGRASP 和 FGRASP 发现最好解时的执行时间, T_{SA} , T_{RA} 和 T_{FA} 分别表示 3 种算法的平均执行时间。从表 3 中可以看出, SGRASP 算法总体上优于 RGRASP 算法和 FGRASP 算法, 平均成本仅为 31322.03。SGRASP 算法在 12 个案例上都找到了最好解, 而 RGRASP 算法和 FGRASP 算法仅在 C06 和 R02 案例上找到了最好解; 在执行时间上, SGRASP 的平均执行时间略优于 RGRASP 和 FGRASP 算法; 而对于每个案例的平均解而言, SGRASP 在所有案例上都获得了较好的平均解, 且拥有较好的平均运行时间。

表3 3种 GRASP 算法的最好解及执行时间

案例	总成本			执行时间(s)		
	SGRASP	RGRASP	FGRASP	T_S	T_R	T_F
C01	42189.19	42215.19	42253.38	27.58	27.62	26.73
C02	31975.16	31999.42	31994.27	7.06	7.04	7.11
C03	22012.48	22024.93	22475.48	4.49	4.39	4.43
C04	18147.20	18147.46	18152.05	2.55	2.58	2.65
C05	59632.50	60222.23	59662.19	32.55	32.37	32.58
C06	19329.76	19329.76	19329.76	1.42	1.33	1.35
R01	22884.98	23084.66	23099.48	7.99	8.31	8.08
R02	31269.18	31269.18	31269.18	8.01	8.92	9.04
R03	42929.33	42962.51	42966.91	13.98	13.97	14.70
R04	26692.28	26693.52	26703.93	6.19	6.26	6.10
R05	30641.66	30952.74	30669.06	9.20	9.29	9.24
R06	28280.67	28747.36	28751.11	9.96	10.13	10.32
平均	31322.03	31470.74	31443.90	10.92	11.02	11.03

表4 3种GRASP算法的平均解及平均执行时间

案例	平均总成本			均执行时间(s)		
	SGRASP	RGRASP	FGRASP	T _{SA}	T _{RA}	T _{FA}
C01	42215.18	42217.42	42632.66	27.02	27.37	27.24
C02	32044.06	32087.96	32112.99	7.23	7.32	7.31
C03	22457.89	22477.8	22494.86	4.38	4.44	4.38
C04	18166.6	18178.33	18180.41	2.64	2.68	2.67
C05	60486.33	61132.14	61091.19	32.07	32.34	32.15
C06	19332.05	19333.10	19332.93	1.41	1.41	1.34
R01	23964.69	24237.44	24215.99	8.23	8.41	8.38
R02	31732.41	31853.38	32050.00	9.07	9.05	9.22
R03	43658.14	43928.59	43743.19	14.38	14.6	14.72
R04	27044.31	27100.95	27166.68	6.16	6.27	6.27
R05	31374.29	31491.46	31636.01	9.16	9.43	9.11
R06	29072.89	29247.594	29314.19	10.45	10.27	10.42
平均	31795.74	31940.51	31997.59	11.02	11.13	11.10

由表3和表4可知,本文设计的SGRASP算法在发现最好解和平均解上很有优势,原因在于该算法在迭代执行的过程中能够记录每个 a 取值下得到的解的信息,通过统计历史信息发现较好的 a 值,然后在下一次迭代周期中更改 a 值的选择概率。通过更改 a 值的选择概率,使得获得较高质量解的 a 值会被优先选择,从而使得算法在整个执行过程中获得质量较高的解。而RGRASP算法中 a 的值随机从 $[0,1]$ 中进行选择,解的多样性较强但发现较高质量解的概率降低;FGRASP每次迭代使用相同的 a 值,有可能错过 a 其他取值下较好的解。在执行时间上,SGRASP算法总体略优于RGRASP和FGRASP。总体而言,SGRASP算法能够充分利用历史信息,交互地更改 a 的取值,整体求解质量较高。

4.4 算法比较

将本文设计的SGRASP算法与现有的多车型SBRP中使用的算法进行比较。现有的多车型SBRP使用的算法以启发式算法为主,包括文献[25]的基于位置的随机启发(RLBH)算法、文献[21]的两阶段算法RRH、文献[24]的自适应基于位置的启发(ALBH)算法等。文献[24]验证了RRH优于RLBH算法,因此此处不再与RLBH算法进行比较。

SGRASP,RRH和ALBH 3种算法的计算结果如表5所列。其中, T_{SG} 和 T_{RR} 分别代表SGRASP和RRH的执行时间,ALBH属于构造启发式算法,所有案例运行时间均不足0.01s,此处不再列出。 $g1$ 代表SGRASP相对于RRH算法的改进值,其计算公式为 $\frac{(Z_{RRH}-Z_{SGRASP}) * 100\%}{Z_{RRH}}$,其中 Z_{RRH} , Z_{SGRASP} 分别代表RRH和SGRASP算法得到的目标值。 $g2$ 代表SGRASP相对于ALBH算法的改进值,计算方式同 $g1$ 。当 $g1$ 和 $g2$ 的值为正数时,表示算法有改进。

表5 算法比较结果

案例	总成本		运算时间(s)		改进值(%)		
	SGRASP	RRH	T _{SG}	T _{RR}	g1	g2	
C01	42189.19	44370.53	46379.03	27.58	0.86	4.92	9.03
C02	31975.16	32668.81	33150.57	7.06	0.27	2.12	3.55
C03	22012.48	24150.49	24097.23	4.49	0.22	8.85	8.65
C04	18147.20	18948.46	18440.56	2.55	0.11	4.23	1.59
C05	59632.50	64463.55	65861.34	32.55	0.95	7.49	9.46
C06	19329.76	20357.58	19816.63	1.42	0.05	5.04	2.46
R01	22884.98	25202.77	24995.03	7.99	0.26	9.20	8.44
R02	31269.18	37016.87	36378.55	8.01	0.32	15.53	14.05
R03	42929.33	45062.37	48190.42	13.98	0.38	4.73	10.92
R04	26692.28	30437.39	30838.35	6.19	0.19	12.30	13.44
R05	30641.66	34742.46	36362.83	9.20	0.26	11.80	15.73
R06	28280.67	30009.76	30833.47	9.96	0.33	5.76	8.28
平均	31332.03	33952.59	34612.00	10.92	0.35	7.67	8.80

从表5可以看出,SGRASP算法在所有案例上的总成本

均优于RRH算法和ALBH算法,而且使用的平均总成本最小。SGRASP相对于RRH和ALBH算法的平均改进程度为7.67%和8.80%。ALBH算法总体差于RRH和SGRASP,原因在于其一开始均使用大车进行路径规划,后期再进行车型调整比较困难。在执行时间上,RRH和ALBH算法有较强的优势,原因在于RRH算法使用禁忌算法提升时,仅使用1-interchange算子并且禁忌表长度固定,执行速度较快;而ALBH算法是在RLBH算法的基础上进行改进的构造启发式算法,也能够较短的时间内完成解的构造。SGRASP需要通过多次迭代收集历史信息,所以其执行时间长于RRH和ALBH。尽管SGRASP的求解时间有所增加,但其求解质量得到大幅度提升,相对于RRH和ALBH的最大提升分别为15.53%和15.73%。综合考虑可以看出,SGRASP算法能够在较短的时间内(最长时间为32.55s)获得较高的求解质量。

结束语 本文针对多车型校车路径问题,提出一个带参数选择机制的贪婪随机自适应算法。该算法在基本的GRASP的基础上,通过历史信息评估周期性地更新阈值参数的选择概率,使得算法逐渐趋向于选择整体求解质量较高的参数值。这种机制克服了基本GRASP无记忆功能的缺点,能够充分利用历史记录信息建立参数选择机制,避免了基本算法中参数选择过于随机或者固定不变的不足,从而使得算法能够获得较好的寻优效果。在标准案例集上的测试验证了本文所设计算法的有效性。实际应用中每种车型的数目可能是有限的,且乘车站点的需求有可能超过车的负载,下一步考虑将此算法应用到车辆数限制的、需求拆分的多车型SBRP问题的研究中。

参考文献

- [1] Newton R M, Thomas W H. Design of school bus routes by computer [J]. Socio-Economic Planning Sciences, 1969, 3(1): 75-85
- [2] Park J, Kim B I. The school bus routing problem: A review [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 202: 311-319
- [3] Dang Lan-xue, Chen Xiao-pan, Kong Yun-feng. Review of School Bus Routing Problem: Concept, Model and Optimization Algorithms [J]. Journal of Henan University (Natural Science), 2013, 43(6): 682-691 (in Chinese)
党兰学, 陈小潘, 孔云峰. 校车路径问题模型及算法研究进展 [J]. 河南大学学报(自然科学版), 2013, 43(6): 682-691
- [4] Xu Wen-long, Li Xiao-juan, Gong Hui-li, et al. An algorithm for school bus optimal path planning [J]. Geospatial Information, 2011, 9(4): 67-71 (in Chinese)
许文龙, 李小娟, 官辉力, 等. 校车最优路径规划算法 [J]. 地理空间信息, 2011, 9(4): 67-71
- [5] Euchi J, Mraih R. The urban bus routing problem in the Tunisian case by the hybrid artificial ant colony algorithm [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2012, 2: 16-17
- [6] Zhang Fu, Zhu Tai-ying. Optimization Design for the School Bus Stations and Routing [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2012, 42(4): 141-146 (in Chinese)
张富, 朱泰英. 校车站点及线路的优化设计 [J]. 数学的实践与认识, 2012, 42(4): 141-146
- [7] Dang Lan-xue, Hou Yan-e, Kong Yun-feng. Spatiotemporal Neighborhood Search for Solving Mixed-load School Bus Routing Problem [J]. Computer Science, 2015, 42(4): 221-225 (in Chinese)

- 党兰学,侯彦娥,孔云峰. 基于时空相关的混载校车路径问题邻域搜索[J]. 计算机科学, 2015, 42(4): 221-225
- [8] Hoff A, Anderson H, Christiansen M, et al. Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing [J]. Computers and Operations Research, 2012, 37(12): 2041-2061
- [9] Golden B, Assad A, Levy L, et al. The fleet size and mix vehicle routing problem [J]. Computers and Operations Research, 1984, 11(1): 49-66
- [10] Taillaid E D. A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP [J]. RAIRO, 1999, 33: 1-34
- [11] Subramanian A, Penna P H V, Uchoa E, et al. A hybrid algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem [J]. European Journal of Operational Research, 2012, 221(2): 285-295
- [12] Brandão J. A deterministic tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 195(3): 716-728
- [13] Liu S. A hybrid population heuristic for the heterogeneous vehicle routing problems[J]. Transportation Research Part E, 2013, 54: 67-78
- [14] Matei O, Pop P C, Sas J L, et al. An improved immigration memetic algorithm for solving the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem [J]. Neurocomputing, 2015, 150: 58-66
- [15] Li X, Leung S C H, Tian P. A multistart adaptive memory-based tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem [J]. Expert Systems with Applications, 2012(39): 365-374
- [16] Liu F H, Shen S Y. The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows [J]. Journal of the Operational Research Society, 1999, 50(7): 721-732
- [17] Jiang J, Ng K M, Poh K L, et al. Vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows[J]. Expert Systems with Applications, 2014, 41: 3748-3760
- [18] Li L Y O, Fu Z. The School Bus Routing Problem: A Case Study [J]. The Journal of the Operational and Research Society, 2002, 53(5): 552-558
- [19] Fu Zhuo. The Open Vehicle Routing Problems and Their Applications[D]. Changsha: Central South University, 2003 (in Chinese)
- 符卓. 开放式车辆路径问题及其应用研究[D]. 长沙: 中南大学, 2003
- [20] Park J, Tae H, Kim B I. A Post-improvement Procedure for the Mixed Load School Bus Routing Problem [J]. European Journal of Operational Research, 2012, 217(1): 204-213
- [21] Ripplinger D. Rural school vehicle routing problem [J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2005, 1992: 105-110
- [22] Ke X. School bus selection, routing and Scheduling[D]. Canada, Windsor: University of Windsor, 2005
- [23] Thangiah S R, Fergany A, Wilson B, et al. School Bus Routing in Rural School Districts[J]. Computer-Aided Systems in Public Transport, 2008, 600: 209-232
- [24] Luzia V D S, Paulo H S. Heuristic Methods Applied to the Optimization School Bus Transportation Routes—A Real Case[C]// 23rd International Conference on Industrial Engineering and Other Applications of Applied Intelligent Systems (IEA/AIE). 2010, 6093: 247-256
- [25] Braca J, Bramel J, Posner B, et al. A computerized approach to the New Yoke City school bus routing problem[J]. IIE Transactions, 1997, 29: 693-702
- [26] Gendreau M, Potvin Jean-Yves. Handbook of Metaheuristics (2nd Edition)[M]. New York: Springer-Verlag New York Inc. , 2010
- [27] Martí R, Resende M G C, Ribeiro C C. Multi-start methods for combinatorial optimization [J]. European Journal of Operational Research, 2013, 226: 1-8
- [28] Prais M, Celso R. Reactive GRASP: An Application to a Matrix Decomposition Problem in TDMA Traffic Assignment [J]. INFORMS Journal on Computing, 2000, 12(3): 164-176
- [29] Alvarez-Valdes R, Parreño F, Tamarit J M. Reactive GRASP for the strip-packing problem [J]. Computers & Operations Research, 2008, 35(4): 1065-1083
- [30] Hansen P, Mladenović N. Variable Neighborhood Search: Principles and Applications [J]. European Journal of Operations Research, 2001, 130: 449-467
- [31] Vidal T, Crainic T G, Gendreau M, et al. Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: A survey [J]. European Journal of Operational Research, 2013, 231(1): 1-21

(上接第 228 页)

- [4] Steyvers M, Smyth P, Rosen-Zvi M, et al. Probabilistic author-topic models for information discovery[C]// Proceedings of the Tenth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. ACM, 2004: 306-315
- [5] Zhou D, Manavoglu E, Li J, et al. Probabilistic models for discovering communities[C]// WWW. 2006: 173-182
- [6] Pathak N, DeLong C, Banerjee A, et al. Social topic models for community extraction[C]// The 2nd SNA-KDD Workshop. 2008
- [7] Sachan M, Contractor D, Faruque T, et al. Using content and interactions for discovering communities in social networks[C]// WWW. 2012: 331-340
- [8] Yang T, Jin R, Chi Y, et al. Combining link and content for community detection: discriminative approach[C]// KDD. 2009: 927-936
- [9] Zhou W, Jin H, Liu Y. Community discovery and profiling with social messages[C]// KDD. 2012: 388-396
- [10] Yang B, Manandhar S. Stc: A joint sentiment-topic model for community identification [M] // Trends and Applications in Knowledge Discovery and Data Mining. Springer International Publishing, 2014: 535-548
- [11] Ding Zhao-yun, Jia Yan, Zhou Bin. Survey of Data Mining for Microblogs[J]. Computer Research and Development, 2014, 51(4): 691-706 (in Chinese)
丁兆云, 贾焰, 周斌. 微博数据挖掘研究综述[J]. 计算机研究与发展, 2014, 51(4): 691-706
- [12] Steyvers M, Griffiths T. Probabilistic topic models[J]. Handbook of Latent Semantic Analysis, 2007, 427(7): 424-440
- [13] Chen Xiao-dong. Research and Sentiment Dictionary based Emotional Tendency Analysis of Chinese Microblog[D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2012 (in Chinese)
陈晓东. 基于情感词典的中文微博情感倾向分析研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2012