

面向 MANET 云平台应用的多目标蚁群优化 AODV 路由协议

卢颖¹ 康凤举²

(西安工业大学计算机科学与工程学院 西安 710032)¹ (西北工业大学计算机学院 西安 710072)²

摘要 为增强网络中路由的稳健性,提出了一种优化的 AODV 路由协议,结合多目标优化和蚁群优化选择最优路由。首先,计算各节点的传输距离、进展、传输延迟、方向和生存时间 5 个度量;然后,以传输距离、传输延迟和方向 3 个度量的最小化,以及进展和生存时间两个度量的最大化为优化目标,构造蚁群算法中的移动概率函数,并结合局部最优路径更新全局信息素;此后,在 AODV 路由协议的基础上,选择移动概率最大的节点作为最佳下一跳节点,生成最优路由。最后,在部署的大学城实验云模型平台上进行了验证。仿真结果表明,与 AODV 和 EN-AODV 路由协议相比,新路由协议的报文送达率更高,同时端到端的平均时延和路由开销更小。

关键词 移动自组织网络,路由协议,蚁群优化,多目标优化,AODV

中图分类号 TP393 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.7.017

Optimal AODV Routing Protocol Based on Multi-objective and Ant Colony Optimization for Mobile Ad Hoc Network

LU Ying¹ KANG Feng-ju²

(College of Computer Science and Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China)¹

(College of Computer, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)²

Abstract For enhancing the stability of routes in mobile ad hoc network, an optimal AODV routing protocol was proposed, which selects best route by combining multi-objective optimization and ant colony optimization. First, we calculated five metrics of each node including transmission distance, progression, transmission delay, direction and life time. Then, with the optimization target to make three metrics including transmission distance, transmission delay and direction minimization, and two metrics including progression and life time maximization, built movement probability function of ant colony algorithm, and refreshed global pheromone with local best path. Finally, best next-hop node with maximum movement probability was selected and best route based on the AODV routing protocol was generated. The simulation results show that, compared with the routing protocol of AODV and EN-AODV, the new routing protocol has higher message delivery rate, and lower end-to-end average delay and routing cost meanwhile.

Keywords Mobile Ad hoc cognitive network, Routing protocol, Ant colony optimization, Multi-objective optimization, AODV

移动自组织网络(Mobile Ad Hoc Network, MANET)是由一系列独立的移动终端服务设备自行组建的通信网络,网络中各设备相互独立,可以随意移动,且可以重复使用,不需要基础通信设施辅助通信^[1,2]。由于网络中的设备可以自行移动,因此移动网络的拓扑结构经常变化,不可预测,这也导致通信链路经常存在中断现象。另外,每个设备的能量是有限的,在通信过程中需要考虑能量消耗问题。除此之外,移动自组织网络的带宽有限,通信时还需要考虑网络的拥塞问题。这些问题都给移动自组织网络的路由选择带来了很大挑战^[3-5]。

路由选择一直是该网络的基础研究课题,AODV(Ad hoc On-demand Distance Vector)^[6]和 DSR(Dynamic Source Routing)^[7]是移动自组织网络常用的两种路由协议。这两种路

由协议都是按需路由协议,只在需要进行通信时才发起路由请求。由于不需要周期性地更新路由表,故此类路由协议的网络负载较小^[8]。然而,此类路由协议在许多应用场合的性能还无法满足用户的需求,因此又出现了许多改进的路由协议。文献[9-11]针对 AODV 和 DSR 路由协议抗攻击能力弱的问题,通过增加密钥和数字签名等策略来改进路由协议的安全性能。文献[12]提出一种基于能量的改进 AODV 路由协议(也称为 EN-AODV 路由协议),该协议在选择路由前,首先依据各节点收发数据的速率和数据量的大小来计算各节点的能量,然后判断其能量水平是保持还是下降,在进行路由选择时只选择能量水平高于某一阈值的节点,从而提供更连续和可靠的数据传输服务。文献[13]提出一种基于认知的 AODV 协议(也称为 CAODV 路由协议),其可以增加路由修

到稿日期:2015-12-26 返修日期:2016-02-26 本文受陕西省教育厅项目:云模式下大学城教育资源公共服务平台关键技术研究(2013JK1158),陕西省科技厅社发攻关计划(2013K13-04-07),陕西省自然科学基金(9140C2305041001)资助。

卢颖(1978-),女,博士,副教授,主要研究方向为计算机网络等;康凤举(1947-),硕士,教授,博士生导师,主要研究方向为计算机仿真。

复的成功率。然而,现有路由协议都没有综合考虑传输距离、传输延迟、节点能量等因素,路由稳健性还有待提高。

本文将移动自组织网络的多播路由发现问题视为多目标优化问题^[14],采用传输距离、进展、方向、传输延迟和生存时间 5 个度量准则,结合蚁群优化(Ant Colony Optimization, ACO)算法^[15]选择最佳路由,增强路由的稳健性,提高报文送达率,降低端到端平均时延和路由开销。

1 蚁群算法概述

蚁群算法是对蚂蚁寻径的群体行为的模拟,是一种基于种群寻优的启发式搜索算法。蚂蚁在寻找食物的过程中,会感知其他蚂蚁留下的一种激素(常称为信息素),同时也在经过的路径上留下这种激素,这种激素会吸引其他蚂蚁,对蚂蚁的行动起到正反馈的作用。某条路径上经过的蚂蚁越多,留下的信息素越多,其他蚂蚁选择该路径的概率也就越大^[16]。如图 1(a)所示,蚂蚁在寻找食物初期并不知道通过哪条路径能最快到达食物,碰到障碍物时,不同的蚂蚁会选择不同的方向去寻找食物,在这个阶段 A 侧和 B 侧留下的信息素浓度差别不大。但是,由于蚂蚁经过 A 侧到达食物的路径相对较长,因此在蚂蚁按相同概率选择 A 侧和 B 侧路径的情况下,在相同时间内从 A 侧往返蚁穴和食物的蚂蚁相对而言比 B 侧要少。因此,随着时间的增长,B 侧路径留下的信息素浓度会不断高于 A 侧。随着信息素浓度的增加,选择 B 侧路径的蚂蚁会越来越多,经过一段时间以后,大多数蚂蚁都会选择 B 侧路径,如图 1(b)所示。

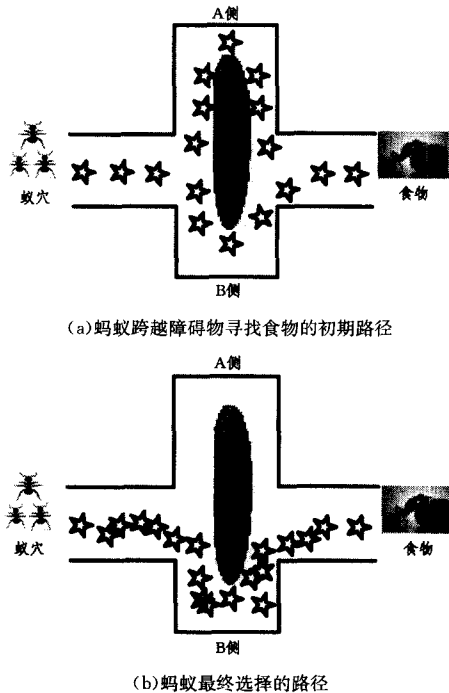


图 1 蚁群路径选择示意图

蚁群方法实质上是一种在图中寻找最优路径的概率方法,通过分布式和正反馈机制,群体之间相互合作寻找最优路径。该算法的求解结果不依赖于初始设置的路线,搜索过程也不需要人工调整,因此通用性很强,可以很好地解决面向图结构的路径优化问题,在网络路由选择方面已有成功应用^[17]。

2 优化 AODV 路由协议

AODV 路由协议是移动自组织网络常用的路由协议,该协议主要关注的是数据传输距离的最短化。但对于移动自组织网络性能而言,除了希望传输距离最短之外,还希望端到端传输延迟越小,能量耗费越少,同时链路的生存时间越长,即移动自组织网络的路由问题实质上是一个多目标优化问题。本文先结合网络性能需求来设计节点选择的度量准则,然后依据蚁群算法在路由选择中的优势,优化 AODV 协议(本文称之为 AAODV 路由协议),使之能更好地提升网络通信性能。

2.1 度量准则

移动自组织网络是多跳网络,路由选择的基础是选择最佳的下一跳节点。为选择最佳的下一跳节点,本文从数据传输延迟、链路稳健性和报文送达率 3 个方面考虑,制定了 5 个节点度量准则。详细描述如下。

1) 距离度量

为了让数据能尽快送达目的节点,下一跳节点应当离目的节点越近越好,离源节点越远越好。如图 2 所示,S 表示源节点,D 表示目的节点,R 表示节点的通信范围,对于候选节点 i , d_{iD} 越小越好, d_{iS} 越大越好。本文基于这一思路设计距离度量准则,节点 i 的距离度量表示为:

$$d_i = \frac{d_{iD}}{d_{iS}} \quad (1)$$

其中,

$$\begin{cases} d_{iD} = \sqrt{(x_i - x_D)^2 + (y_i - y_D)^2 + (z_i - z_D)^2} \\ d_{iS} = \sqrt{(x_S - x_i)^2 + (y_S - y_i)^2 + (z_S - z_i)^2} \end{cases} \quad (2)$$

其中, (x_S, y_S, z_S) 和 (x_D, y_D, z_D) 分别表示源节点 S 和目的节点 D 的空间坐标, (x_i, y_i, z_i) 表示节点 i 的空间坐标。

节点 i 的距离度量越小,越有利于数据从源节点快速到达目的节点。

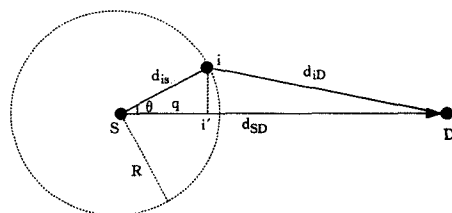


图 2 下一跳节点选择示意图

2) 进展度量

如图 2 所示,数据从源节点或者当前转发节点 S 传递到下一跳节点 i ,相对于目的节点 D,节点 i 前进了距离 q (其中, i' 表示节点 i 在直线 SD 上的垂直投影)。 q 的值越大,说明下一跳节点 i 朝向目的节点 D 的进展越大,这样,数据就可以更快地到达目的节点。本文基于这一思想,设计了节点 i 的进展度量,表示为

$$p_i = \frac{q}{d_{SD}} \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned} q &= d_{iS} \times \cos(\theta) = d_{iS} \times \frac{d_{iS}^2 + d_{SD}^2 - d_{iD}^2}{2d_{iS}d_{SD}} \\ &= \frac{d_{iS}^2 + d_{SD}^2 - d_{iD}^2}{2d_{SD}} \end{aligned} \quad (4)$$

由此,

$$p_i = \frac{d_{is}^2 + d_{sd}^2 - d_{id}^2}{2d_{is}d_{sd}} \quad (5)$$

其中,

$$d_{sd} = \sqrt{(x_s - x_d)^2 + (y_s - y_d)^2 + (z_s - z_d)^2} \quad (6)$$

节点 i 的进展越大,越有利于数据从源节点快速到达目的节点。

3) 方向度量

数据在朝向目的节点传输的过程中,所选的下一跳节点与目的节点的朝向越一致,数据达到目的节点的速度越快。如图 2 所示, θ_i 为候选节点 i 、源节点或者当前转发节点 S 以及目的节点 D 3 个点之间的夹角,可以表示为

$$\theta_i = \arccos\left(\frac{d_{is}^2 + d_{sd}^2 - d_{id}^2}{2d_{is}d_{sd}}\right) \quad (7)$$

本文将 θ_i 作为方向度量,方向度量越小,节点与目的节点的朝向越一致,数据达到目的节点的速度越快。

4) 传输延迟度量

数据在节点 i 处的传输延迟主要由 4 个部分组成:处理延迟、排队延迟、传输延迟和传播延迟,可以表示为

$$t_i = P_i + Q_i + Tr + Pr \quad (8)$$

其中, P_i 表示数据在节点 i 处的处理延迟, Q_i 表示数据在节点 i 处的排队延迟, Tr 和 Pr 分别表示数据的传输延迟和传播延迟。其中,

$$Tr = \frac{n}{b} \quad (9)$$

其中, n 表示数据量的大小(单位: bit), b 表示传输带宽。对于网络而言,传输延迟越小越好。

5) 生存时间度量

在移动自组织网络中,各节点的能量是有限的,当节点能量耗尽以后,该节点就失去了通信的功能,而且它将从网络拓扑结构中消失。这样,节点的生存时间可以简单地通过节点剩余能量与节点能量消耗速率的比值求得,表示为

$$l_i = \frac{E_i^r}{E_i^v} \quad (10)$$

其中, E_i^r 和 E_i^v 分别表示节点 i 的剩余能量和能量消耗速率。

由于能量的衰减不是线性的,在移动自组网模型中,常采用当前时间段内的平均能量消耗来替代 E_i^v 。将时间 t 等分成 n 个时间段,记当前时间段为 Δt_c ,也即第 c 个时间段。那么节点 i 在当前时间段 Δt_c 内的平均能量消耗为

$$\bar{E}_i(\Delta t_c) = \frac{\bar{E}_i(\Delta t_{c-1}) + E_i(\Delta t_c)}{2} \quad (11)$$

其中, $E_i(\Delta t_c)$ 表示节点 i 在 Δt_c 时间段内总的能量消耗。

这样,节点 i 在 t 时刻的剩余能量可以表示为

$$E_i^r = E_i^0 - \sum_{c=1}^n \bar{E}_i(\Delta t_c) \quad (12)$$

其中, E_i^0 表示节点 i 的初始能量。

这样,节点 i 的生存时间可以表示为

$$l_i = \frac{E_i^0 - \sum_{c=1}^n \bar{E}_i(\Delta t_c)}{\bar{E}_i(\Delta t_c)} \quad (13)$$

选择下一跳节点时,应当优先选择生存时间最长的节点,这样不仅可以增强路由的稳健性,而且可以降低网络的拥塞现象。

2.2 AAODV 路由协议

AODV 协议在选择下一跳节点时只考虑了传输距离最短的需求,而没有考虑链路的稳健性问题,通信容易中断,报文送达率不高。本文结合上述度量准则,采用蚁群优化算法选择最佳的下一跳节点,增强路由稳健性。

蚁群算法的基本原理是所有蚂蚁都会选择信息素浓度最高的路径。在移动自组织网络中,每一个节点在选择其下一跳节点时都可以留下信息素,用于表征该节点作为下一跳节点的优劣程度。这里,用 $\tau_{ci}(t)$ 表示在 t 时刻选择节点 i 作为源节点或者当前转发节点 c 的下一跳节点时残留的信息素。那么在 t 时刻,处于 c 节点的蚂蚁选择移动到 i 节点的移动概率为:

$$p_{ci}(t) = \frac{\tau_{ci}^\alpha(t) w_i^\beta}{\sum_c \tau_{ci}^\alpha(t) w_i^\beta} \quad (14)$$

其中, α 用于表征信息素 $\tau_{ci}(t)$ 的相对重要程度, β 用于表征度量 w_i 的相对重要程度。 w_i 用于表征节点 i 作为下一跳节点的优劣,本文结合上一小节提到的 5 个度量准则,以传输距离、传输延迟和方向 3 个度量的最小化,以及进展和生存时间两个度量的最大化作为优化目标,将 w_i 表示为:

$$w_i = \frac{d_i \cdot \theta_i \cdot t_i}{p_i \cdot l_i} \quad (15)$$

本文在更新信息素时结合局部最优路径更新全局信息素,具体为:

$$\tau_{ci} = (1 - \rho) * \tau_{ci}(t-1) + \rho * \Delta \tau_{ci} \quad (16)$$

其中, ρ 用于表征信息素的持久度,取值范围为 $[0, 1)$ 。 $\Delta \tau_{ci}$ 用于表征本轮循环之后路径上的信息素的变化量,具体为:

$$\Delta \tau_{ci} = \begin{cases} \frac{1}{F_{best}}, & \text{全局最优路径包含节点 } c \text{ 到 } i \text{ 的路径} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

其中, F_{best} 用于表示当前的全局最优路径。

AODV 路由协议主要包括两个阶段:路由发现和路由维护。在路由发现阶段,源节点向其邻居节点广播路由请求(Route Request, RREQ)包,每一个接收到该广播报文的节点更新和转发报文给下一跳,并建立一个朝向 RREQ 发送源的反向路由。在选择最佳下一跳节点时,本文不再采用 AODV 路由协议的最短距离准则,而是采用前述的多目标蚁群优化算法,计算移动概率和更新信息素,并选择移动概率最大的节点作为最佳下一跳节点。在路由维护阶段,本文路由协议与 AODV 协议一致。与 AODV 协议相比,优化后的路由协议在选择最优路由时综合考虑了传输距离、传输时延和节点能量因素,可以提高路由的稳健性。

3 仿真与分析

为验证本文提出的优化路由协议的性能,本文在国际通用的 NS2(Network Simulator)^[18] 平台上搭建基于大学区网络环境的云仿真实验平台,仿真中所采用的主要参数如表 1 所列。

本文选用该领域常用的报文送达率、端到端平均时延和路由开销 3 个性能评价指标,对比本文路由协议(AAODV)与 AODV^[6] 和 EN-AODV^[12] 两种路由协议的性能,实验结果如图 3—图 5 所示。

表 1 仿真实验的主要参数

参数	取值
仿真区域面积	1000×1000m ²
仿真时间	300s
节点数量	100个
节点速度	30~150m/s
节点通信范围	250m
固定码率	512kbps
初始能量	1000J

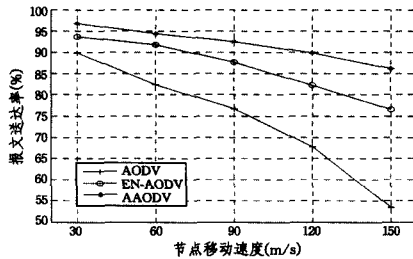


图 3 报文送达率指标

图 3 显示了不同路由协议在节点移动速度增加的情况下的报文送达率曲线。很明显, 3 种路由协议的报文送达率指标都会随着节点移动速度加快而下降, 因为节点移动速度越快, 网络的拓扑结构变化越快, 通信链路中断的概率越大。但是, 本文路由协议在选择最优路由时考虑了节点生存时间的因素, 故链路稳健性更强, 其报文送达率指标在相同节点移动速度下明显高于其他两种路由协议的, 而且报文送达率指标随节点移动速度加快而下降的速率也较小。

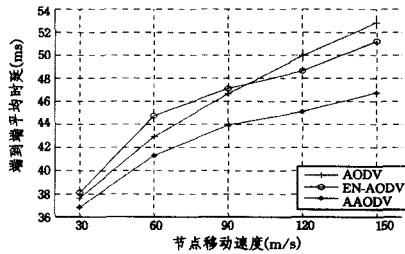


图 4 端到端平均时延指标

图 4 显示了不同路由协议在节点移动速度加快的情况下的端到端平均时延曲线。随着节点移动速度的加快, 3 种路由协议的端到端平均时延也会随之增加。这主要源于通信链路断裂之后路由维护或重新发现路由的耗时增大, 但本文路由协议由于增强了路由的稳健性, 从而减少了多次路由发现所耗费的时间, 降低了端到端平均时延。故本文路由协议的端到端平均时延在相同节点移动速度下要小于其他两种路由协议的。

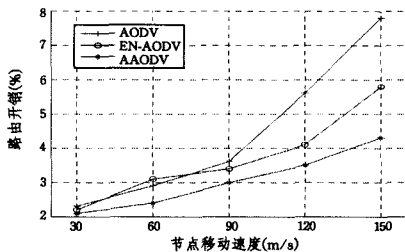


图 5 路由开销指标

图 5 显示了不同路由协议在节点移动速度加快的情况下的路由开销曲线。同样地, 节点移动速度越快, 3 种路由协议的路由开销越大。但总体而言, 在相同的节点移动速度下, 本

文路由协议的路由开销明显小于其他两种路由协议的, 而且节点移动速度越大, 本文路由协议的路由开销优势越明显。

结束语 针对移动自组织网络中路由由稳健性不强的问题, 提出了一种优化 AODV 路由协议, 该路由协议以传输距离、传输延迟和方向 3 个度量的最小化, 以及进展和生存时间两个度量的最大化为优化目标, 构造蚁群算法中的移动概率函数, 并结合局部最优路径更新全局信息素, 在 AODV 路由协议的路由发现阶段, 选择移动概率最大的节点作为最佳的下一跳节点, 可以兼顾传输距离、节点能量等影响通信性能的问题, 提高路由的稳健性。仿真实验表明, 与 AODV 和 EN-AODV 路由协议相比, 该路由协议可以明显提高数据传输的报文送达率指标, 同时降低端到端平均时延和路由开销。

参考文献

- [1] Sridhar S, Baskaran R. ANT Based Trustworthy Routing in Mobile Ad Hoc Networks Spotlighting Quality of Service[J]. Open Journal of Computer Science and Information Technology, 2015, 3(1): 64-73
- [2] Xia Hui, Jia Zhi-ping, Zhang Zhi-yong, et al. A link stability prediction-based multicast routing protocol in mobile ad hoc networks[J]. Chinese Journal of Computers, 2013, 36(5): 929-936 (in Chinese)
- [3] 夏辉, 贾智平, 张志勇, 等. 移动 Ad Hoc 网络中基于链路稳定性预测的组播路由协议[J]. 计算机学报, 2013, 36(5): 926-936
- [4] Hadded M, Muhlethaler P, Laouiti A, et al. TDMA-Based MAC Protocols for Vehicular Ad Hoc Networks; A Survey, Qualitative Analysis, and Open Research Issues[J]. Communications Surveys & Tutorials, IEEE, 2015, 17(4): 2461-2492
- [5] Xiong Yan, Miao Fu-you, Zhang Wei-chao, et al. Secure distributed authentication based on multi-hop signature functions in mobile ad hoc networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(2): 161-165 (in Chinese)
- [6] 熊焰, 苗付友, 张伟超, 等. 移动自组网中基于多跳步加密签名函数签名的分布式认证[J]. 电子学报, 2003, 31(2): 161-165
- [7] Razouqi Q, Boushehri A, Gaballah M, et al. Extensive Simulation Performance Analysis for DSDV, DSR and AODV MANET Routing Protocols[C]// 2013 27th International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops (WAINA). IEEE, 2013: 335-342
- [8] Perkins C, Belding-Royer E, Das S. Ad hoc On-Demand Distance Vector (AODV) Routing[J]. IEEE Workshop on Mobile Computing Systems and Applications (WMCSA'99), 2003, 6(7): 90-100
- [9] Johnson D B, Maltz D A, Broch J. DSR: The Dynamic Source Routing Protocol for Multi-Hop Wireless Ad Hoc Networks[J]. Ad Hoc Networking, 2002: 139-172
- [10] El Khediri S, Nasri N, Benfradj A, et al. Routing protocols in MANET; Performance comparison of AODV, DSR and DSDV protocols using NS2[C]// The 2014 International Symposium on Networks, Computers and Communications. IEEE, 2014: 1-4
- [11] Tan S C, Kim K. Secure Route Discovery for preventing black hole attacks on AODV-based MANETs[C]// 2013 IEEE 10th International Conference on High Performance Computing and Communications & 2013 IEEE International Conference on Embedded and Ubiquitous Computing (HPCC_EUC). IEEE, 2013: 1159-1164
- [12] Jhaveri R H. MR-AODV: A Solution to Mitigate Blackhole and

- Grayhole Attacks in AODV Based MANETs[C]// Proceedings of the 2013 Third International Conference on Advanced Computing & Communication Technologies. IEEE Computer Society, 2013; 254-260
- [11] Zapata M G. Secure ad hoc on-demand distance vector routing. [J]. ACM Mobile Computing & Communication Review Number, 2002, 6(3): 106-107
- [12] Sridhar S, Baskaran R, Chandrasekar P. Energy supported AODV (EN-AODV) for QoS routing in MANET[J]. Procedia-Social and Behavioral Sciences, 2013, 73: 294-301
- [13] Lian Jian-wu, Ma Xiao-liang, Xu Long-long. Research and optimization of AODV routing protocols in mobile Ad Hoc network [J]. Journal of Chongqing University, 2015, 38(4): 152-158 (in Chinese)
梁建武, 马晓亮, 徐龙龙. 移动 Ad Hoc 网络 AODV 路由协议的研究与优化[J]. 重庆大学学报, 2015, 38(4): 152-158
- [14] Rzacda K, Yong J, Datta A. Multi-objective optimization of multicast overlays for collaborative applications[J]. Computer Networks the International Journal of Computer & Telecommunications Networking, 2010, 54(12): 1986-2006
- [15] Pati S, Som S K, Chakraborty S. Ant colony optimization algo-

- rithm for the Euclidean location-allocation problem with unknown number of facilities[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2013, 24(1): 45-54
- [16] Xiong Y, Kuang Y. Applying an Ant Colony Optimization Algorithm-Based Multi-objective Approach for Time-Cost Trade-Off [J]. Journal of Construction Engineering & Management, 2013, 134(2): 153-156
- [17] Yu L, Li M, Yang Y, et al. An Improved Ant Colony Optimization for Vehicle Routing Problem[C]// Logistics@The Emerging Frontiers of Transportation and Development in China. ASCE, 2015; 3360-3366
- [18] The Network Simulator-ns-2 [EB/OL]. <http://www.isi.edu/nsnam/ns>
- [19] Nie Zhi, Liu Jing, Gan Xiao-ying, et al. A relay node selection technique for opportunistic routing in mobile Ad Hoc networks [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunication (Natural Science Edition), 2010, 22(4): 421-425, 449 (in Chinese)
聂志, 刘静, 甘小莺, 等. 移动 Ad Hoc 网络中机会路由转发策略的研究[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2010, 22(4): 421-425, 449

(上接第 82 页)

非负矩阵分解,并给出了相应的迭代求解公式和收敛性证明。在 ORL 和 PIE_pose27 图像库上,本文对提出的新方法进行了实验,利用两个评价指标即聚类准确率和归一化互信息衡量算法的识别能力。从实验结果可看出 GCNMFS 算法明显优于其它几种 NMF 算法,说明了 GCNMFS 算法的有效性。最后,考察了算法的稀疏度,结果显示提出的算法的稀疏度最高。因此,该算法能够得到图像的最佳局部表示,使得基图像具有更好判别能力。但本文算法中的参数 λ 需要通过搜索得到最优值,因此如何有效选择 λ 是以后研究的重点之一。

参 考 文 献

- [1] Paatero P, Tapper U. Positive Matrix Factorization: A Nonnegative Factor Model with Optimal Utilization of Error Estimates of Data Values [J]. Environmetrics, 1994, 5(2): 111-126
- [2] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization [J]. Nature, 1999, 401(6755): 788-791
- [3] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non-negative matrix factorization [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2001, 13: 556-562
- [4] Hoyer P O. Non-negative sparse coding [C]// Proceedings of IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing. Martigny, Switzerland, 2002; 557-565
- [5] Hoyer P O. Non-negative matrix factorization with sparseness constraints[J]. Journal of Machine Learning Research, 2004, 5(9): 1457-1469
- [6] Wang Y, Jia Y. Fisher non-negative matrix factorization for learning local feature [C]// Proceedings of Asian Conf. on Comp. Vision. 2004; 27-30
- [7] Guillamet D, Vitria J, Schiele B. Introducing a weighted non-negative matrix factorization for image classification [J]. Pattern Recognition, 2003, 24(14): 2447-2454
- [8] Ding C, Li T, Jordan M. Convex and semi-nonnegative matrix factorizations[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis &

- Machine Intelligence, 2010, 32(1): 45-55
- [9] Cai Deng, He Xiao-fei, Han Jia-wei, et al. Graph regularized non-negative matrix factorization for data representation [J]. IEEE Trans on Pattern Anal Mach Intell, 2011, 33(8): 1548-1560
- [10] Jiang Wei, Li Hong, Yu Zhen-guo, et al. Graph regularized Non-negative Matrix Factorization with Sparseness Constraints. [J]. Computer Science, 2013, 1(40): 218-256 (in Chinese)
姜伟, 李宏, 于震国, 等. 稀疏约束图正则非负矩阵分解[J]. 计算机科学, 2013, 1(40): 218-256
- [11] Liu Hai-feng, Wu Zhao-hui, Li Xue-long, et al. Constrained non-negative matrix factorization for image representation [J]. IEEE Trans on Pattern Anal Mach, 2012, 34(7): 1299-1311
- [12] Ding C, Li T, Peng W, et al. Orthogonal nonnegative matrix factorizations for clustering [C]// Proceedings of SIGKDD. 2006; 126-135
- [13] Li S Z, Hou X, Zhang H, et al. Learning spatially localized, parts-based representation [C]// Proc of 2001 IEEE Computer Vision and Pattern Recognition. 2001; 207-212
- [14] Michael W, Shakhina A, Stewart G W. Computing sparse reduced-rank approximations to sparse matrices [J]. ACM Transactions on mathematical software, 2004, 19(3): 231-235
- [15] Du Shi-qiang, Shi Yu-qing, Wang Wei-lan, et al. Graph regularized-based semi-supervised non-negative Matrix Factorization. [J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(36): 194-200 (in Chinese)
杜世强, 石玉清, 王维兰, 等. 基于图正则化的半监督非负矩阵分解[J]. 计算机工程与应用, 2012, 48(36): 194-200
- [16] Shu Zhen-qi, Zhao Chun-xia. Graph-regularized Constrained Non-Negative Matrix Factorization algorithm and its application to image representation [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2013, 26(3): 300-306 (in Chinese)
舒振球, 赵春霞. 基于图正则化的受限非负矩阵分解算法及在图像表示中的应用[J]. 模式识别与人工智能, 2013, 26(3): 300-306