

基于贝叶斯最大化后验估计方法的图片合成模型研究

杨琳 徐慧英 王艳洁

(浙江师范大学数理信息学院 杭州 321001)

摘要 在图像处理应用中,常常需要根据一些列相关的输入图片生成一张新的图片。现有的研究大都设定一些启发式规则用于图片的合成过程。为了提高图片合成的性能,提出了一种基于改进的贝叶斯方法的图片合成模型。在给理想图片合成模型后,对传感器误差和图片误差进行了分析。由于图片误差和几何误差之间是相关的,因此分析了它们之间的关系。在根据已有数据对模型进行后验估计时,通过最小化能量来得到模型的先验参数。在目标函数的优化过程中,基于现有研究通过重新赋权值的迭代方法进行优化问题的求解。最后,通过大量的实验表明,所提出的图片合成模型与相关方法相比具有更好的图片合成和渲染效果。

关键词 贝叶斯算法,图像处理,图片合成,几何学,最大化后验估计

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.6.064

Image Synthesis Model Based on Bayesian Estimation Method of Posterior Maximum

YANG Lin XU Hui-ying WANG Yan-jie

(Institute of Mathematical Information, Zhejiang Normal University, Hangzhou 321001, China)

Abstract In the area of image processing, it usually needs to generate a novel image via a series of related input images. Most of current researches set some heuristic rules in the process of image synthesis. In order to improve the efficiency of image synthesis, this paper proposed a Bayesian based image synthesis model. Given the ideal image synthesis model, we analyzed the errors of sensors and images. As the error between image and geometric is related, we further analyzed their relationship. While doing posterior estimation with given image data, we got the prior parameters of the model by minimizing energy. In the process of optimizing the target function, we applied the re-weighted iterative method based on related works. The experiments show that the proposed image synthesis model has better performance in image synthesis and rendering than related works.

Keywords Bayesian algorithm, Image processing, Image synthesis, Geometric, Estimation method of posterior maximum

在基于图像的渲染(Image-Based Rendering, IBR)^[1]中,依据不同的配置从不同的角度利用输入视图集对视图进行合成^[2,3]。在这个过程中,目前大都采用启发式方法对目标函数进行最小化以得到最佳的合成视图。Buehler等人^[4]最早提出了基于图像的渲染,并且定义了一些适当的属性,这些属性是应用IBR进行视图合成所共有的。此后,Wanner和Goldluecke^[5]在IBR中引入了贝叶斯形式化方法,提出了一种贝叶斯视图合成框架,通过一种物理产生模型来描述图像的形成过程,并通过后验估计的最大化进行图像的推导。该方法是一种变量方法,不仅可以对低分辨率图像进行合成,还可以对高分辨率图像进行合成,因而可以广泛应用于图像去噪和图像去模糊化。

文献[4,5]应用基于物理的产生式模型对视图合成过程进行描述,并通过最大化后验估计对模型进行推导,但是这两种方法却不能融合到一个理论框架中。文献[4]提出的指导原则非常有效,但是缺少形式化的推理作为支撑,并且很难在诸多属性中进行权衡。例如,如何在核点一致性(epipole consistency)和分辨率敏感性(resolution sensitivity)上进行权衡。

核点一致性通过角度偏离项进行加强,而分辨率敏感性与视图相关的平坦单应性Jacobi系数相关。这两种启发式方法都是合理的,但是确定它们之间的权重却十分困难,实验中往往根据具体的场景进行人工调整。

文献[5]可以通过贝叶斯模型对部分启发式规则进行解释,然而却不适用于其它的部分合理规则。例如,贝叶斯模型可以对场景几何中能量的投影缩减影响力进行分析推理。该方法的结论与文献[4]的启发式方法大致吻合,然而当分析两种方法的方程时,可以发现,区别于文献[4],文献[5]的方程中并没有考虑视图光线的最小角偏属性。图1为文献[5]根据 C_i 合成视图 D 。在图1(a)中,投影缩减效应 C_2 的权重大于 C_1 的权重,然而 D 与 C_1 之间的夹角却小于 D 与 C_2 的夹角;在图1(b)中,场景是平坦的,虽然不同的 C_i 与 D 之间的夹角不同,但是它们的权重是相同的。

本文研究了如何根据已有的图片生成新的图片,并提出了一种基于贝叶斯的图片产生模型。在该模型中,主要考虑了传感器和图片两种类型的误差,分析了图片误差和集合误差间的关系,并通过最小化能量进行优化问题的求解。

到稿日期:2015-06-30 返修日期:2015-09-21 本文受浙江省自然科学基金项目(LY13F020015)资助。

杨琳(1983-),女,硕士生,讲师,主要研究方向为电子商务应用与图形图像处理;徐慧英(1977-),博士,副教授,主要研究方向为模式识别与图像处理;王艳洁(1980-),女,硕士生,讲师,主要研究方向为图形图像处理。

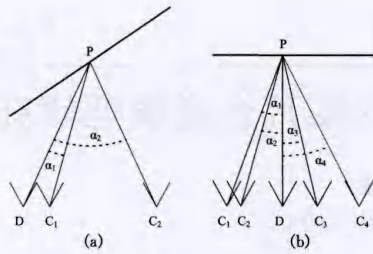


图1 文献[5]根据 C_i 合成视图 D

1 图片合成产生模型

在位置集合 c_i 中捕获到相应的图片集合 $v_i: \Omega_i \rightarrow \mathbb{R}$, 本文的目的是从新的视角 c 出发, 合成一个新的视图 $u: \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$. 假设存在几何代理的一个估计, 该几何代理可以在视图之间建立相关性. 该几何代理根据每个输入图片产生一个向后的扭曲映射 $\tau_i: \Omega_i \rightarrow \Gamma$, 以及一个二进制的闭塞掩码 $m_i: \Omega_i \rightarrow \{0, 1\}$. 在二进制闭塞掩码中, 当且仅当 Ω_i 中的点在 Γ 中可见时, m_i 的取值为 1. 如果将 τ_i 控制在可见点集合 $V_i \subset \Omega_i$, 那么它是单射的, 并且其左逆映射 $\beta_i: \tau_i(V_i) \rightarrow \Omega_i$ 是良定义的. 图 2 为将映射 τ_i 从图片面板 Ω_i 转化到目标图片面板 Γ 的示意图, 其中深度不确定性 σ_{z_i} 在不同的像素上取不同的值.

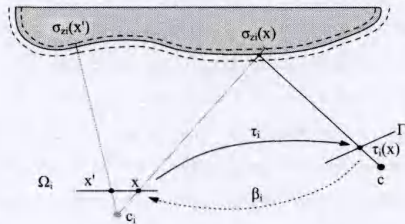


图2 映射在不同图片面板上的转换

1.1 图片合成理想模型

从高分辨率图片中提取输入图片时, 为了考虑分辨率的损失, 在视图 v_i 的形成过程中应用模糊核函数 b 对采样过程进行建模, 即等价于相机 i 的点传播函数. 在具体的场景中, v_i 的每个像素存储着光线集合的整体强度, 并且新的视图 u 比输入视图有着更高的分辨率.

当暂时不考虑可视性带来的影响时, 即所有的点都可见, 并且拥有一个理想的向后扭曲映射 $\tau_i^*: \Omega_i \rightarrow \Gamma$ 和理想的输入图片 v_i^* , 那么在朗伯图片形成模型下新的视图和输入视图之间的理想的关系模型为

$$v_i^* = b * (u \circ \tau_i^*) \quad (1)$$

其中, 符号 \circ 为函数合成函数. 在实际情况下, 观测到的图片 v_i 和映射 τ_i 往往是不完美的, 因此需要在图片形成过程中对这些因素加以考虑.

1.2 传感器误差和图片误差

首先对传感器的误差进行分析. 令所有相机的噪音为高斯噪音, 期望和方差分别为 ϵ_i 和 $\sigma_{\epsilon_i}^2$. 在实际情况下, 所有视图的传感器方差 $\sigma_{\epsilon_i}^2$ 和采样核函数 b 是不同的. 然而为了便于分析, 假设视图的传感器方差 $\sigma_{\epsilon_i}^2$ 和采样核函数 b 是相同的.

接下来分析视图的几何估计带来的误差. 在几何估计中, 相应的向后扭曲映射 τ_i 与理想值 τ_i^* 之间存在着误差, 这导致图片形成过程中存在着强度误差 ϵ_{σ_i} .

$$\epsilon_{\sigma_i} = b * (u \circ \tau_i^*) - b * (u \circ \tau_i) \quad (2)$$

进一步, 与强度误差 ϵ_{σ_i} 相关的不确定性表示为 $\sigma_{\sigma_i}: \Omega_i \rightarrow \mathbb{R}$. 将上述误差结合在一起, 图片形成模型变为

$$v_i = b * (u \circ \tau_i) + \epsilon_{\sigma_i} + \epsilon_i \quad (3)$$

其中, 误差 ϵ_i 服从高斯分布, 而误差 ϵ_{σ_i} 的分布是未知的. 由于误差 ϵ_{σ_i} 与几何误差相关, 接下来分析它们之间的分布关系.

1.3 图片误差和几何误差间的关系

如图 2 所示, 当给定视图光线的深度分布时, 几何代理根据每个像素 $x \in \Omega_i$ 产生一个深度测量值 z_i , 并且每个 z_i 都带有一定的不确定性 σ_{z_i} . 此处, 为了对图片形成模型进行进一步分析, 令每个视图以及视图中的每个像素的误差都是不同的.

假设深度估计的误差分布服从正态分布 $\epsilon_{z_i} \sim N(0, \sigma_{z_i}^2)$, 于是本文的目标转化为如何在图片形成过程中根据该分布生成彩色误差分布. 应用任意函数对分布进行扩张并不容易, 本文中的深度误差分布服从高斯分布, 并且仅仅在几何极坐标中进行扩张. 本文并没有计算视图光线的所有彩色分布, 仅仅计算 v_i 相对于 z_i 的一阶线性泰勒展开式, 这使得产生的彩色分布依然是高斯分布, 其均值为 $u \circ \tau_i$, 标准差为

$$\sigma_{\sigma_i} = \sigma_{z_i} \left| \frac{\partial v_i}{\partial z_i} \right| \quad (4)$$

根据式(1)和式(4), 可以得到

$$\sigma_{\sigma_i} = \sigma_{z_i} \left| b * \frac{\partial (u \circ \tau_i)}{\partial z_i} \right| = \sigma_{z_i} \left| b * ((\nabla u \circ \tau_i) * \frac{\partial \tau_i}{\partial z_i}) \right| \quad (5)$$

1.4 最大化后验估计

在贝叶斯形式化描述中, 新的视图的最大化后验估计可以通过最小化图片 u 的能量得到, 即

$$E(u) = E_{data}(u) + \lambda E_{prior}(u) \quad (6)$$

其中, 数据项 $E_{data}(u)$ 来源于生成模型, $E_{prior}(u)$ 为平滑项, 参数 $\lambda (\lambda > 0)$ 控制着分辨率的平滑性.

传感器误差和图片误差都服从高斯分布, 当它们相互独立时, 它们的和服从均值为 0、方差为 $\sigma_{\epsilon_i}^2 + \sigma_{\sigma_i}^2$ 的正态分布, 那么根据式(3)的产生式模型可以计算出数据项:

$$E_{data}(u) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \int_{\Omega_i} w_i(u) m_i (b * (u \circ \tau_i) - v_i)^2 dx \quad (7)$$

其中 $w_i(u) = (\sigma_{\epsilon_i}^2 + \sigma_{\sigma_i}^2)^{-1}$, 该数据项与文献[5]中的数据项相似. 在文献[5]中, $w_i(u)$ 作为权重, 依赖于深度不确定性和潜在图片 u ; 当无深度不确定性时, 式(7)与文献[5]是等价的.

在式(5)中, 当向量 $\partial \tau_i / \partial z_i$ 的长度逐渐减小时, $w_i(u)$ 中的项 $\sigma_{\sigma_i}^2$ 也随着减小. $w_i(u)$ 的最大值为 $1/\sigma_{\epsilon_i}^2$, 并且在以下 3 种情况下达到最大值. 第一种情况是当 $\partial \tau_i / \partial z_i = 0$, 即 v_i 中点的深度在映射到 u 时无影响, 当两个光线相同时上述情况发生, 其等价于文献[4]中提出的核点一致性属性; 第二种情况是当 $\nabla u = 0$ 时, 即渲染的图片在指定点没有坡度, 这种情况下, 深度估计的误差对渲染的视图没有影响. 第三种情况是渲染点的 ∇u 与相机 i 通过渲染点的极线正交, 在这种情况下, 由于深度估计的误差影响的方向与轮廓正切, 因此相机 i 的很小的误差对渲染视图的影响可以忽略不计.

1.5 选择先验参数与优化

在贝叶斯形式化方法中, 通过引入先验参数可以对目标图片的可能形状进行约束. Baker 和 Kanade^[6] 在分析高分辨率图片时得出, 矩阵中空值的维度随着高分辨率因子的增加而增加. 此外, 在新视图的合成中, 由于图片中的部分信息可

能在不同的输入图片中都没有出现,可以应用规范化先验参数来填充这些信息,因此,贝叶斯方法中先验参数的选取对于最终的结果起着非常重要的作用。

为了克服高分辨率图片中的一些问题,文献[7]给出了几个有用的选取先验参数的方法。此外,文献[8]通过图片集合学习通用的图片先验参数,并给出了相应的实现方法。然而本文主要关注产生式模型,并用基本的总体变量进行规范化。

$$E_{prior}(u) = \int_{\Gamma} |Du| \quad (8)$$

式(8)是一个凸函数,在图片分析中得到了广泛的研究^[9]。

由于式(7)中的权重 $w_i(u)$ 是图片 u 的非线性函数,因此对式(6)的能量进行优化十分困难。与文献[10]相似,提出一种重新赋权值的迭代方法。在第一次迭代中,令 u 的估计值 $\tilde{u} = \frac{1}{n} \sum v_i \circ \beta_i$; 在余下的迭代中,为了对能量优化进行简化,令 $w_i(\tilde{u})$ 为常数。此外,参数的设置参照文献[5],那么简化数据项的函数导出式为

$$dE_{data}^i(u) = w_i(u) |\det D\beta_i| (m_i \bar{b} * (b * (u \circ \tau_i) - v_i)) \circ \beta_i \quad (9)$$

其中, $\bar{b}(x) = b(-x)$ 为伴随核。该函数为 Lipschitz 连续的,可以通过快速迭代收缩和阈值算法 FISTA^[11] 进行能量的最小化。在该简化问题的解中,更新 \tilde{u} 得到新的权重,可以计算出新的能量值。在最小化过程中,由于函数为凸函数,可以得到局部的最优解,进而通过随机算法可以得到全局的近似最优解。

2 实验结果与分析

2.1 简化相机设置

本文的目标是解决通用情况下的新视图合成问题。为了简化优化过程的实现,实验假设相机进行了简化设置,使得所有的视角都在相同的面板内,即在灯光图参数化中处理 4 维光线。新的视图在相同的面板内合成,这意味着 τ_i 可以通过规范化不等性 d_i 进行线性转换得到,即

$$\tau_i(x) = x + d_i(x)(c - c_i) \quad (10)$$

规范化不等性 d_i 用像素来表达,同时与深度相关的不确定性相关:

$$d_i(x) = \frac{f_i}{z_i(x)}, \sigma_{d_i}(x) = \sigma_{d_i}(x) \frac{f_i}{z_i(x)^2} \quad (11)$$

其中, f_i 为相机的焦距,并且用像素来表达。将式(10)和式(11)代入式(5),可以得到几何误差与相关联的图片误差间的相关关系,即

$$\sigma_{g_i} = \sigma_{d_i} | (b * ((\nabla u \circ \tau_i) * (c - c_i))) | \quad (12)$$

其中, σ_{d_i} 描述噪音的不等性。最终,式(9)可以变形为

$$|\det D\beta_i| = |\det D\tau_i|^{-1} = |1 + \nabla d_i * (c - c_i)|^{-1} \quad (13)$$

2.2 实验结果

实验采用了 HCI 光场数据库^[12] 和 Standard 光场数据^[13],对提出的方法进行验证,这两个数据集提供了大量的真实场景以及合成结果。实验将提出的方法与文献[5]提出的方法进行了对比,分别比较了生成图片与真实图片之间的 PSNR 和 DSSIM。在表 1 中,每组对比数据的上一行为 PSNR(如 30.13),下一行为 DSSIM(如 58)。

在第一个实验中,我们应用相同分辨率的图片对已有的

图片进行合成渲染,表 1 为两种算法在不同数据集下的对比结果。其中估计不一致和平坦不一致为两种图片合成的代理方式,高分辨率为另外一种图片合成方法。在每一个光场项的对比中(例如 still life),上一行表示 PSNR(越大越好),下一行为 DSSIM(越小越好),表中的粗体字表示对比结果的较优值。从表 1 可以看出,提出的方法在大多数情况下都优于文献[28]提出的方法。

表 1 实验结果数据表

数据集		估计不一致		平坦不一致		高分辨率	
		文献 [28]	本文	文献 [28]	本文	文献 [28]	本文
HCI, raytraced	still	30.13	30.45	21.28	22.24	24.93	25.12
	life	58	55	430	380	230	228
	buddha	42.84	42.37	34.28	37.51	34.5	34.44
HCI, gantry		17	18	74	44	122	123
	maria	40.06	40.1	31.65	34.38	35.18	35.2
	couple	53	53	144	99	129	129
Stanford, gantry		26.55	28.5	20.07	22.88	25.54	25.34
	truck	226	178	725	457	287	289
	tarot	33.75	33.78	32.48	33.79	33.11	33.18
Stanford, gantry		408	407	419	386	378	369
	gum	31.82	31.93	30.55	31.3	31.8	31.89
	nuts	1439	1437	1403	1378	1475	1471
Stanford, gantry		28.71	28.88	22.64	23.78	26.66	26.74
	tarot	60	58	278	218	113	110

在第二个实验中,将一系列 5×5 的输入图片渲染成 3×3 的高分辨率图片。由于高分辨率依赖于子像素的不一致值,实验仅仅展示了估计不一致映射的结果,如图 3 所示。在图 3 中,第一行的两个图片为原始图片,第二行的图片为采用文献[5]提出的方法进行渲染得到的结果,第三行为采用本文提出的方法进行渲染得到的结果。从这 6 幅图的对比中可以看出,与文献[5]提出的方法相比,提出的方法在图片的重建过程中可以更好地渲染颜色差异的边缘地带,因此具有更好的平滑性。

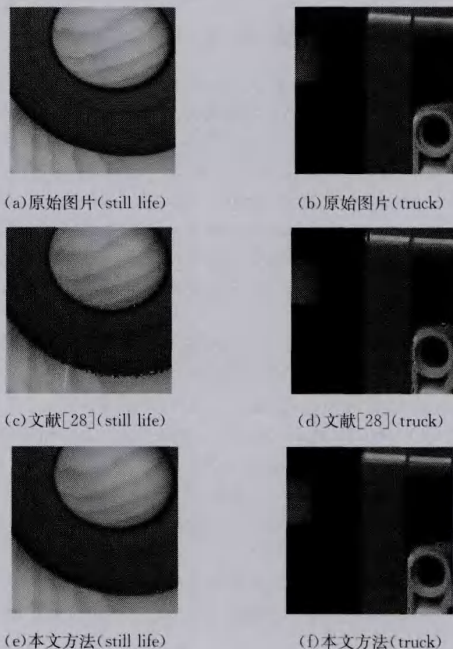


图 3 图片的渲染结果对比

结束语 图片合成是图像处理领域的重要研究内容之

一。现有的研究大都设定一些启发式规则用于图片的合成过程,本文提出了一种基于贝叶斯方法的图片合成模型。在给定理想的图片合成模型后,对传感器误差和图片误差进行了分析。由于图片误差和几何误差之间是相关的,进而分析了它们之间的关系。在根据已有数据对模型进行后验估计时,通过最小化能量来得到模型的先验参数。在目标函数的优化过程中,基于现有研究,通过重新赋权值的迭代方法进行优化问题的求解。实验表明,提出的图片合成模型与相关方法相比具有更好的图片合成以及渲染效果。

参考文献

- [1] Kang S B, Li Y, Tong X, et al. Image-based rendering[J]. Foundations and Trends® in Computer Graphics and Vision, 2012, 2(3): 173-258
- [2] Dai Zhi-hua, Xu Yu-ping, Bu Jing, et al. Light Field Microscope to Achieve Three-Dimensional Real-Time Naked-Eye Display [J]. ACTA OPTICA SINICA, 2012, 32(10): 232-235 (in Chinese)
戴志华, 徐于萍, 步敬, 等. 光场显微镜实现裸眼三维实时显示 [J]. 光学学报, 2012, 32(10): 232-235
- [3] Liu Yong-chun, Gong Hua-jun, Shen Chun-ling, et al. Research of Lightfield Acquisition and Reconstruction Based on Mask[J]. ACTA OPTICA SINICA, 2014(8): 105-110 (in Chinese)
刘永春, 龚华军, 沈春林. 基于掩膜的光场采集与重建的研究 [J]. 光学学报, 2014(8): 105-110
- [4] Buehler C, Bosse M, McMillan L, et al. Unstructured lumigraph rendering[C]// Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. ACM, 2011: 425-432
- [5] Wanner S, Goldluecke B. Spatial and angular variational super-resolution of 4D light fields [M] // Computer Vision-ECCV

(上接第 315 页)

仍是算法上的瓶颈,后续工作将主要针对上述问题展开,并探索进行增量式 DEE 的研究,以适应一些在线应用领域。

参考文献

- [1] Huang Jin-jie, Lv Ning, Li Shuang-quan, et al. Feature selection for classificatory analysis based on information-theoretic criteria [J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(3): 383-392
- [2] Venna J, Pectone J, Nybo K, et al. Information retrieval perspective to nonlinear dimensionality reduction for data visualization [J]. Journal of Machine Learning Research, 2010, 11(1): 451-490
- [3] Yang W Y, Liang W, Xin L, et al. Subspace semi-supervised fisher discriminant analysis[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(12): 1513-1519
- [4] Alfaro C A, Aydin B, Valencia C E, et al. Dimension reduction in principal component analysis for trees[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2014, 74: 157-179
- [5] Yang W, Wu H. Regularized complete linear discriminant analysis[J]. Neurocomputing, 2014, 137: 185-191
- [6] Machado J T. Multidimensional scaling analysis of fractional systems[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2012, 64(10): 2966-2972
- [7] Tenenbaum J, Silva V, Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. Science, 2000, 290: 2319-2323
- [8] Roweis S T, Lawrence K S. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. Science, 2000, 290: 2323-2326
- [9] Yin X S, Chen S C, Hu E L. Regularized soft K-means for dis-

2012. Springer Berlin Heidelberg, 2012: 608-621

- [6] Baker S, Kanade T. Limits on super-resolution and how to break them[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 24(9): 1167-1183
- [7] Shan Q, Jia J, Agarwala A. High-quality motion deblurring from a single image [J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), ACM, 2008, 27(3): 73-82
- [8] Roth S, Black M J. Fields of experts: A framework for learning image priors[C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2005 (CVPR 2005). IEEE, 2005, 2: 860-867
- [9] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2014, 20(1/2): 89-97
- [10] Cho T S, Zitnick C L, Joshi N, et al. Image restoration by matching gradient distributions[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(4): 683-694
- [11] Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202
- [12] Wanner S, Meister S, Goldlücke B. Datasets and benchmarks for densely sampled 4D light fields[C]// Annual Workshop on Vision, Modeling and Visualization: VMV. 2013: 225-226
- [13] Vaish V, Adams A. The (New) Stanford Light Field Archive [OL]. <http://lightfield.stanford.edu>
- [14] Lin Xiao-ping, Zhou Shi-lin, Zhang Guan-liang, et al. An Image Mosaic Technology Based on Ant Colony Algorithm and Mutual Information Measure [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2013, 27(1): 76-81 (in Chinese)
林小平, 周石琳, 张官亮, 等. 一种基于蚁群算法和互信息测度的图像拼接技术 [J]. 重庆理工大学学报 (自然科学), 2013, 27(1): 76-81

criminant analysis[J]. Neurocomputing, 2013, 103(1): 29-42

- [10] Maras K L, et al. Mental imagery scanning in autism spectrum disorder[J]. Research in Autism Spectrum Disorders, 2014, 8(10): 1416-1423
- [11] Hinton G, Roweis S T. Stochastic neighbor embedding [M] // Advances in Neural Information Processing Systems 15. MIT Press, 2003: 833-840
- [12] Maaten L, Hinton G. Visualizing data using t-SNE[J]. Journal of Machine Learning Research, 2008, 9(11): 2579-2605
- [13] Lungu D, Ersoy O. Spherical stochastic neighbor embedding of hyperspectral data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and remote sensing, 2013, 51(2): 857-871
- [14] Lee J A, Verleysen M. Shift-invariant similarities circumvent distance concentration in stochastic neighbor embedding and variants[J]. Procedia Computer Science, 2011, 4: 538-547
- [15] Carreira-Perpiñan M A. The elastic embedding algorithm for dimensionality reduction [C] // 27th International Conference on Machine Learning. 2010: 167-174
- [16] Zheng J W, Zhang H K, Cattani C, et al. Dimensionality reduction by supervised neighbor embedding using laplacian search [J]. Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2014, 2014(1): 594379
- [17] Yang W, Wang K Q, Zuo W M. Fast neighborhood component analysis[J]. Neurocomputing, 2012, 83: 31-37
- [18] Zheng J W, et al. Fast Discriminative Stochastic Neighbor Embedding Analysis[J]. Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2013, 2013(11): 367-371
- [19] Nocedal J, Wright S. Numerical Optimization (Second edition) [M]. Springer-Verlag, 2006