

基于伪 Zernike 矩和 Contourlet 变换的抗几何攻击图像水印算法

朱丹丹^{1,2} 吕鲤志³

(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110819)¹ (通化师范学院计算机科学与技术学院 通化 134002)²
(太原理工大学计算机科学与技术学院 太原 030024)³

摘要 在研究 Contourlet 变换和伪 Zernike 矩理论的基础上,提出了一种新颖的抗几何攻击数字图像水印算法。该算法首先用 Contourlet 变换处理原始图像,提取出图像的低频区域;然后依据人眼的视觉特性以及嵌入水印前、后系数的相关性,采取量化调制伪 Zernike 矩的幅值将数字水印信息嵌入图像的低频区域中。其无须借助于原始图像,就能进行水印提取,实现真正的盲检测。实验结果表明,该算法对平移变换的抵抗力最强,对旋转和缩放也有很好的抵抗力,而且经过 JPEG 压缩之后,数字水印也不会失真。

关键词 图像水印,几何攻击,Contourlet 变换,伪 Zernike 矩,低频区域

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.6.027

Anti-geometric-attack Watermarking Algorithm Based on Pseudo-Zernike Moments and Contourlet Transform

ZHU Dan-dan^{1,2} LV Li-zhi³

(College of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)¹

(School of Computer Science, Tonghua Normal University, Tonghua 134002, China)²

(Department of Computer Science and Technology, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)³

Abstract This paper presented a novel anti-geometric-attack digital image watermarking algorithm based on pseudo-Zernike moments and Contourlet transform knowledge. It uses Contourlet transform to extract low frequency sub-band of the image. We embedded the digital watermark information into this low sub-band by quantizing the magnitudes of the selected pseudo-Zernike moments, according to the human visual system (HVS) and the correlation between the coefficients of the embedded watermark before and after. Without the aid of the original image, the watermark can be extracted and the real blind detection is realized. According to the experimental results, the proposed watermarking algorithm has the best resistance to shift transform, and has good resistance to rotation and zoom. After JPEG compression, the digital watermark is not distorted.

Keywords Image watermarking, Geometric attacks, Contourlet transform, Pseudo-Zernike moments, Low sub-band

1 引言

随着移动互联网的迅速发展,数字媒体作品的传播更加便利和迅速,但盗版和非法使用等问题越来越严重。如何更好地保护多媒体作品知识产权是我们面临的一个很严肃的问题,在这种情况下数字水印技术开始崭露头角,成为一种保护知识产权的有效手段。目前,数字水印技术已经成为国内外相关研究学者的新宠。数字水印技术的种类很多,根据水印的载体类型,水印分为图像水印^[1]、音频水印^[2]和视频水印^[3]。近年来,图像水印技术的研究已经取得了长足的进步,国内外的相关研究者相继提出了基于空域、变换域和压缩域的多种水印算法。但遗憾的是,现有的数字水印算法虽然能够抵挡常规信号的处理,但是不能很好地抵抗几何攻击如旋转等。因此,现在水印算法^[4-7]的主要研究内容就是如何使数字水印图像能够更好地抵抗几何攻击。

本文提出基于伪 Zernike 矩和 Contourlet 变换相结合的方法来抵抗几何攻击。伪 Zernike 矩^[8]因为具有旋转不变性

和抗噪声干扰等特性,所以对几何攻击具有很好的抵抗性;Contourlet 变换^[9]有 3 大特点:多尺度、局部化和多方向,这些特点能更好地捕捉几何结构的二维信号,将水印嵌入 Contourlet 的低频区域,所以即使被攻击,也可以快速恢复水印。因此,两者的结合能抵抗较强的几何攻击,从而提高水印提取的质量。

2 Contourlet 变换

小波变换^[10]在图像处理中已经得到了广泛的应用。图像处理一般包括图像编码、图像增强、图像去噪、图像融合、图像检索和图像数字水印技术等,小波变换可以很好地应用到这些图像处理技术中。但是小波变换有两点不足:1)在显示高纬度信号特征时,小波变换比较无力,它只能反映图像信号低纬度信号的奇异性;2)小波变换的基是各向同性的,虽然能够很好地显示图像过边缘的特征,但是图像沿边缘的特征不能够表现出来。所以,虽然在表示点的奇异性方面小波基或许是最优基,但是从图像方面来讲,它不是最好的。研究学者

到稿日期:2015-06-19 返修日期:2015-07-10 本文受国家自然科学基金(61373100)资助。

朱丹丹(1984—),女,博士生,主要研究方向为图像处理,E-mail:zhudan0526@163.com;吕鲤志(1989—),男,硕士生,主要研究领域为图像处理,E-mail:852090275@qq.com。

在对小波变换进行拓展后,得到了 Contourlet 变换。Contourlet 变换有 3 大特点:多尺度、局部化和多方向,其能够从这 3 方面很好地表示图像,可以正确地表示图像几何结构的二维信号,是一种不错的图像表示方法。

Contourlet 变换^[1]有两步:1)多尺度分析;2)方向性分析。具体过程如下。

1)为了得到点奇异性,对图像采用 LP(Laplacian Pyramid)滤波器进行子带分解。图像经过 LP 分解,可以得到低频部分和高频部分,低频部分的分辨率是原图像的 1/2,低频部分经过上采样滤波后,再与原图像作差,得到的差值信号就是高频部分,高频部分的分辨率大小与原图像相同。将分解得到的低频部分作为下一次 LP 分解的输入图像,重复执行上述的步骤,那么原图像就能够被分解成一系列不同分辨率的低频部分和高频部分。

2)用 DFB(Directional Filter Bank)滤波器处理原图像,合并方向相同的奇异点,得到方向性。在计算的过程中,分解时使用的是一层树形结构,在每层的开始,需要先使用扇型滤波器组(QFB)切分扇型方向上的频率,然后根据旋转重采样操作的结果,与其适当地组合,通过分析图像高频信息中的方向性信息,就可以顺利地从中获取线性奇异性 and 面奇异性。经过 DFB 滤波器处理后,图像的高频信息使频域分成 21 个楔形区域。

原始图像为 Pepper 灰度图像(图像大小为 512 * 512),经过两层 Contourlet 变换分解(先进行 4 方向分解,再进行 8 方向分解),其结果如图 1 所示。

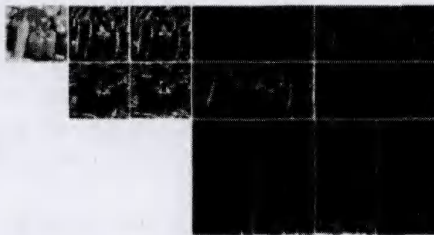


图 1 Pepper 图像的分解结果示意图

相对于小波变换来说,Contourlet 变换有两方面的特点:1)Contourlet 变换可以捕捉更多的细节。因为 Contourlet 变换分解过程中采用了方向滤波器,能够保留更多的方向细节信息,所以 Contourlet 变换能够识别更多的方向和形状信息,可以更有效地捕捉图像的平滑轮廓和几何结构。2)图像重构时,在采用相同数量的重要系数的情况下,小波变换使用点来捕捉图像的轮廓,因而捕捉速度缓慢;Contourlet 变换是使用线条捕捉图像的轮廓,因而捕捉的速度比小波变换快很多。这样即使水印受到攻击,也能最快地恢复水印,大大地提高了水印的质量。

水印算法采用 Contourlet 变换有 3 方面优势:

1)Contourlet 变换是分析图像的低频信息,将水印嵌入到图像的低频信息(视觉不敏感区域)中,可以使水印具有很好的视觉隐蔽性。

2)图像细节部分在 Contourlet 域中常常表现为灰度值较大的系数,为了使数字水印信息嵌入过程简洁、高效,将这些大系数作为嵌入位置。

3)随机噪声会产生类似真实边缘的小波重要系数,但不产生 Contourlet 重要系数,所以引入 Contourlet 变换域能够极大地提高水印抵抗噪声攻击的能力。

3 伪 Zernike 矩基本理论

图像映射到一组基函数(伪 Zernike 矩的基)上可以得到图像的伪 Zernike 矩,伪 Zernike 矩的基可以用 $\{V_{mn}(x, y)\}$ 表示。在单位圆($x^2 + y^2 \leq 1$)上,这组基函数是一组完备正交基。基函数如式(1)所示:

$$V_{mn}(x, y) = V_{mn}(r, \theta) = R_{mn}(r) \exp(jn\theta) \quad (1)$$

其中, $m \geq 0$, 且 $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}, |n| \leq m; r, \theta$ 是图像像素在极坐标系中的半径和角度, $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1}(y/x); R_{mn}(r)$ 是径向多项式(Radial Polynomial, RP), RP 如式(2)所示:

$$R_{mn}(r) = \sum_{s=0}^{m-|n|} \frac{(-1)^s (2m+1-s)! r^{m-s}}{s! (m+|n|+1-s)! (m-|n|-s)!} \quad (2)$$

伪 Zernike 矩的计算如式(3)所示:

$$Z_{mn} = \frac{m+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) [V_{mn}(x, y)]^* dx dy \quad (3)$$

其中, m 是阶数, $m=0, 1, 2, \dots, \infty; n$ 为重复度; $f(x, y)$ 表示原始图像的亮度函数;上标 * 是共轭数; $n \in \mathbb{Z}$ 且 $0 \leq |n| \leq m$ 。

在极坐标系中,伪 Zernike 矩可以表示为:

$$Z_{mn} = \frac{m+1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 f(r, \theta) [V_{mn}(r, \theta)]^* r dr d\theta \quad (4)$$

其中, $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1}(y/x)$ 。而伪 Zernike 多项式 $V_{mn}(x, y)$ 在极坐标中表示为:

$$V_{mn}(r, \theta) = R_{mn}(r) \exp(jn\theta) \quad (5)$$

因为伪 Zernike 矩是在极坐标系 (r, θ) 中表示的, $r \leq 1$, 所以需要先将要伪 Zernike 矩离散化。离散化就是将原始图像从极坐标系中变换映射到单位圆中,如式(6)所示:

$$Z_{mn} = \frac{2(m+1)}{\pi(N-1)^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} R_{mn}(r_{xy}) \exp(jn\theta_{xy}) f(x, y) \quad (6)$$

其中, $r_{xy} = \sqrt{(c_1 x + c_2)^2 + (c_1 y + c_2)^2}, \theta_{xy} = \tan^{-1}(\frac{c_1 y + c_2}{c_1 x + c_2})$,

$c_1 = \frac{\sqrt{2}}{N-1}, c_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}, f(x, y)(x, y=0, 1, \dots, N-1)$ 表示数字图像。

另外,因为伪 Zernike 矩在单位圆内是完备正交集,如果知道图像的最高阶(m_{max})伪 Zernike 矩,就可以得到图像的重构公式,如式(7)所示:

$$f'(x, y) = \sum_{m=0}^{m_{max}} \sum_{n=-m}^m Z_{mn} V_{mn}(x, y) \quad (7)$$

4 数字水印的嵌入

嵌入数字水印的步骤如下。

1)生成水印。水印信息 $W = \{w_i, i=1, \dots, L\}$ 是一个伪随机序列,由密钥 Key1 生成,其中 L 是水印信息的大小。

2)低频区域的提取。原始图像经过两层的 Contourlet 变换后,可以得到低频区域。

3)伪 Zernike 矩的计算。计算步骤 2)中得到的低频区域,得到该区域的伪 Zernike 矩。

4)伪 Zernike 矩的选择。伪 Zernike 矩^[13]的选择应该考虑到两部分内容:①伪 Zernike 矩的阶数应该比较低,原因是当伪 Zernike 矩的阶数超过某一数值 M_{max} 时,计算会产生较大的误差,经过实验统计得到 $M_{max} = 20$;②重复度为 $n=4i$ ($i=0, 1, 2, \dots$) 的伪 Zernike 矩参与计算时,会对结果产生极小的影响,因此该重复度的伪 Zernike 矩不能够用于嵌入水印。由上述两点可知,在数字水印嵌入中,可以使用的伪 Zernike 矩集合如下:

$$S = \{Z_{nm}, m \leq M_{\max}, n \geq 0, n \neq 4i\} \quad (8)$$

利用密钥 Key2 从集合 S 中随机抽取 L 个伪 Zernike 矩 $Z = (Z_{p_1q_1}, \dots, Z_{p_Lq_L})$ 。这样选择出来的伪 Zernike 矩用于数字水印的嵌入,可以使系统的安全性得到很大的提高。令相应伪 Zernike 矩的幅值为 $A = (A_{p_1q_1}, \dots, A_{p_Lq_L})$ 。

5) 量化嵌入。使用量化调制伪 Zernike 矩幅值的方式来嵌入水印。详细的量化公式如式(9)所示:

$$A'_{p_iq_i} = \left[\frac{A_{p_iq_i} - d(w_i)}{\Delta} \right] \Delta + d(w_i), i=1, \dots, L \quad (9)$$

其中, $[\cdot]$ 操作表示的是四舍五入; Δ 是量化的步长; $d(\cdot)$ 是一个量化函数,通过密钥 Key3 生成, $d(1) = \frac{\Delta}{2} + d(0)$, $d(0) \in [0, 1]$ 。另外,在量化过程中,若 $q_i \neq 0$,则需要同时量化它的共轭矩阵幅值 $A_{p_i, -q_i}$,只有这样才能保证伪 Zernike 矩幅值是相同的。

6) 生成含数字水印信息的 Contourlet 变换低频图像。

7) 重构含有数字水印的 Contourlet 变换低频区域的图像。重构后的数字图像为 I' 。

5 数字水印的检测

数字水印检测过程详细描述如下。

1) 低频区域的提取。待检测图像 I' 经过 2 层 Contourlet 变换得到低频区域。

2) 获得伪 Zernike 矩。根据伪 Zernike 矩的理论,计算步骤 1) 中得到的图像低频区域的伪 Zernike 矩。

3) 伪 Zernike 矩的选择。用密钥 Key2 选出 L 个伪 Zernike 矩 $Z' = (Z'_{p_1q_1}, \dots, Z'_{p_Lq_L})$ 。令相应的伪 Zernike 矩的幅值为 $A' = (A'_{p_1q_1}, \dots, A'_{p_Lq_L})$ 。

4) 量化提取。下面是量化提出的具体过程。

首先,量化函数 $d(\cdot)$ 是根据密钥 Key3 生成的,量化函数满足 $d(1) = \frac{\Delta}{2} + d(0)$,且 $d(0) \in [0, 1]$ 。

然后,分别用函数 $d(0)$, $d(1)$ 来量化 $A'_{p_iq_i}$ ($i=1, \dots, L$), 量化公式与嵌入过程中使用的量化公式是相同的。

$$(A'_{p_iq_i})_{q_j} = \left[\frac{AA'_{p_iq_i} - d(j)}{\Delta} \right] \Delta + d(j), j=0, 1 \quad (10)$$

通过式(10),可以得到两组向量式 $(A'_{p_iq_i})_0$ 和 $(A'_{p_iq_i})_1$, $i=1, \dots, L$ 。

最后,比较 $A'_{p_iq_i}$ 及其两组量化式距离提取水印,公式如下:

$$w_i' = \arg \min_{j \in \{0, 1\}} ((A'_{p_iq_i})_{q_j} - (A'_{p_iq_i}))^2, i=1, \dots, L \quad (11)$$

这里,式(11)可以分解为 3 步:

① $dis_0 = ((A'_{p_iq_i})_0 - A'_{p_iq_i})^2$ 和 $dis_1 = ((A'_{p_iq_i})_1 - A'_{p_iq_i})^2$ 是 $A'_{p_iq_i}$ 及其两组量化式距离;

② 计算步骤①中得到的两个距离的差值,记为 $t = dis_0 - dis_1$;

③ 根据步骤②的计算结果提取数字水印信息,即如果 $t < 0$,则有 $w_i' = 0$;否则,有 $w_i' = 1$ 。

6 仿真实验

本算法的实验环境是 Matlab2012b,操作系统是 Windows 7。Matlab2012b 对 Windows 7 的兼容性好,对本算法的实验效果的准确性有很好的保证。本文实验主要是测试本文算法对常规信号处理和几何攻击及联合攻击的抵抗能力,抵抗能力用失真率(BER)来评价。表 1 中的数据是本文

算法和文献[5]对 JPEG 压缩、高斯滤波、高斯噪声和椒盐噪声等常规信号处理的抵抗力;表 2 列出本文算法和文献[5]算法对旋转、缩放和平移等几何攻击以及多种联合攻击的抵抗力。实验一共选用了 3 幅图像(Lena, Baboon 和 Barbara),它们的大小都是 $128 \times 128 \times 8\text{bit}$,数字水印是一个 32bit 的二元随机序列,量化步长 $\Delta=2$ 。利用本文算法处理后,得到的水印图像 PSNR 平均值为 42.10,其中 3 幅图像(Lena, Baboon 和 Barbara)的 PSNR 分别为 42.0593, 42.3148 和 41.7703。数据水印的嵌入效果如图 2 所示

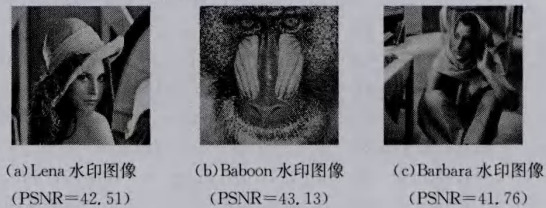


图 2 数字水印的嵌入效果

表 1 本文算法和文献[5]算法对常规信号处理的抵抗能力

攻击方式	失真率 BER(%)					
	本文		文献[5]		本文	
	Lena	Baboon	Barbara	Lena	Baboon	Barbara
JPEG 压缩	70	0	3.34	0	3.56	0
	30	0	1.21	0	1.45	0
高斯滤波	3*3	0	0	0	0	0
	5*5	11.75	14.45	12.93	15.91	16.12
高斯噪声	0.01	19.68	21.34	15.79	17.32	19.03
	0.002	2.53	3.68	2.91	4.74	3.26
椒盐噪声	0.01	4.27	4.82	3.66	3.98	5.23
	0.002	0	2.11	0	2.56	0

表 2 本文算法和文献[5]算法对几何攻击的抵抗能力

攻击方式	失真率 BER(%)					
	本文		文献[5]		本文	
	Lena	Baboon	Barbara	Lena	Baboon	Barbara
旋转	5°	1.17	8.19	1.16	7.26	0
	10°	1.20	12.08	1.67	11.58	1.00
	15°	2.31	14.33	3.16	13.32	1.32
	20°	2.69	15.69	3.56	16.55	2.68
	25°	3.12	16.12	3.98	15.12	3.52
缩放	90°	0.46	13.48	1.20	14.50	1.60
	0.8	10.20	13.10	9.79	16.21	6.78
	1.2	9.56	12.23	7.35	11.34	7.56
	1.5	2.87	10.26	2.96	12.76	2.34
	2.0	0	13.22	3.12	12.12	4.81
平移	10	9.14	13.14	10.05	13.05	12.19
	20	12.45	13.85	11.45	13.25	13.78
	30	17.52	25.52	16.27	25.16	15.10
联合攻击	放 1.2+旋 10°	14.32	16.42	10.42	15.12	11.12
	放 1.2+平移 5	11.15	12.32	12.32	13.36	10.36
	旋 10°+平移 10	14.37	17.37	12.37	15.41	13.41

从表 1 和表 2 中的实验对比数据可知,相对于文献[5]的算法,本文算法对平移变换的抵抗力最强,对旋转和缩放也有很好的抵抗力,而且经过 JPEG 压缩之后,数字水印也不会失真。这足以说明,在低频嵌入水印对旋转、缩放、平移等几何攻击及联合攻击具有较强的鲁棒性,并且具有良好的抗压缩性。

结束语 本文提出基于伪 Zernike 矩和 Contourlet 变换相结合的方法来抵抗几何攻击。伪 Zernike 矩因为具有旋转不变性和抗噪声干扰等特性,所以对几何攻击具有很好的抵抗力;Contourlet 变换能很好地捕捉几何结构的二维信号;将水印嵌入 Contourlet 的低频区域,即使被攻击,也可以快速恢复水印。由实验可知,本文提出的算法能很好地抗常规攻击

及几何攻击。所以,本文所提出的数字水印算法是可行、有效的,并且在抽取水印图像的过程中不需要借助于原始图像,可以做到真正的盲检测。

参 考 文 献

- [1] Hajjara S. Digital Image Watermarking using localized Biorthogonal wavelets[J]. European Journal of Scientific Research, 2009, 26(4): 594-608
- [2] Khaldi K, Boudraa O. Audio Watermarking Via EMD[J]. IEEE Transactions on Audio Speech & Language Processing, 2013, 21(3): 675-680
- [3] Yamato K, Hasegawa M, Shinoda K, et al. Image restoration using similar region search and digital watermark[C]// Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA), 2013 Asia-Pacific. IEEE, 2013
- [4] Li Lei-da, Guo Bao-long. Localized image watermarking in spatial domain resistant to geometric attacks[J]. Int. J. Electron. Commun. (AEU), 2009, 63: 123-131
- [5] Zheng, Wang, Zhao. RST invariant image watermarking algorithm with mathematical modeling and analysis of the watermarking processes[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(5): 1055-1068
- [6] Lee H Y, Kim H. Robust image watermarking using local invariant features[J]. Optical Engineering, 2006, 45(3): 1-11
- [7] Liu Yan, Zhao Ji-ying. A Robust Image Watermarking Method Based on Adaptive Feature Points Detection[C]// 2006 International Conference on Communications, Circuits and Systems Proceedings. 2006: 49-53
- [8] Ryu S J, Kirchner M, Lee M J, et al. Rotation Invariant Localization of Duplicated Image Regions Based on Zernike Moments[J]. IEEE Transactions on Information Forensics & Security, 2013, 8(8): 1355-1370
- [9] Chai Y, Li H, Zhang X. Multifocus image fusion based on features contrast of multiscale products in nonsubsampling contourlet transform domain[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2012, 123(7): 569-581
- [10] Ellmauthaler, Andreas, Pagliari, et al. Multiscale image fusion using the undecimated wavelet transform with spectral factorization and nonorthogonal filter banks[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(3): 1005-1017
- [11] Li H, Chai Y, Li Z. Multi-focus image fusion based on nonsubsampling contourlet transform and focused regions detection[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2013, 124(1): 40-51
- (上接第 105 页)
- [3] Selesnick I W. Wavelet transform with tunable Q-factor[J]. IEEE trans. on Signal Processing, 2011, 59(8): 3560-3575
- [4] Liu L, Wang S L, Zhong S, et al. One-symbol differential trellis detector for Multi-h CPM signal[C]// The 8th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing. 2012: 57-64
- [5] Chen C K, Lin C L, Lin S L, et al. A chaotic theoretical approach to ECG-based identity recognition[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2014, 9(1): 53-63
- [6] Liu X W, Jiang L. Ultra-wideband signal detection based on FHN model method[J]. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition), 2015, 16(4): 56-59 (in Chinese)
刘潇文, 蒋磊. 基于 FHN 神经元模型的 UWB 信号检测方法[J]. 空军工程大学(自然科学版), 2015, 16(4): 56-59
- [7] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proc. of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995
- [8] Rato R T, Ortigueira M D, Batista A G. On the HHT, its problems, and some solutions[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(6): 1374-1394
- [9] He Z, Shen Y, Wang Q, et al. Mitigating end effects of EMD using non-equidistance grey model[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2012, 23(4): 603-611
- [10] Kayacan E, Ulutas B, Kaynak O. Grey system theory-based models in time series prediction[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(2): 1784-1789
- [11] Hu X, Peng S, Hwang W L. EMD revisited; a new understanding of the envelope and resolving the mode-mixing problem in AM-FM signals[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2012, 60(3): 1075-1086
- [12] Fathi A, Naghsh-Nilchi A R. Efficient image denoising method based on a new adaptive wavelet packet thresholding function[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2012, 21(9): 3981-3990
- [13] Li M A, Ma J Y, Yang J F. Optimal frequency band extraction method based on wavelet packet and entropy criterion[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 33(8): 1721-1728 (in Chinese)
李明爱, 马建勇, 杨金福. 基于小波包和熵准则的最优频段提取方法[J]. 仪器仪表学报, 2013, 33(8): 1721-1728
- [14] Tian F Q, Luo R. Improved harmonic wavelet packet transformation and its application in weak fault feature extraction[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(17): 29-34 (in Chinese)
田福庆, 罗荣. 改进的谐波小波包变换及其在弱故障特征提取中的应用[J]. 振动与冲击, 2013, 32(17): 29-34
- [15] Tao K, Zhu J J. A hybrid indicator for determining the best decomposition scale of wavelet denoising[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2012, 41(5): 749-755 (in Chinese)
陶珂, 朱建军. 多指标融合的小波去噪最佳分解尺度选择方法[J]. 测绘学报, 2012, 41(5): 749-755
- [16] Liu X W, Jiang L, Xu H. Ultra-wideband signal detection on Hilbert-Huang Transform[J]. Computer Engineering and Applications, 2015, 51(12): 223-229 (in Chinese)
刘潇文, 蒋磊, 许华. 基于希尔伯特-黄变换的超宽带信号检测方法[J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(12): 223-229
- [17] Wang Y H, Dang Y G, Pu X J. Improved unequal interval grey model and its applications[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(3): 445-451
- [18] Zhang Z T, Zhu J J, Kuang C L, et al. Multi-threshold wavelet packet denoising method and its application in deformation analysis[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2014, 43(1): 13-20 (in Chinese)
章浙涛, 朱建军, 匡翠林, 等. 小波包多阈值去噪法及其在形变分析中的应用[J]. 测绘学报, 2014, 43(1): 13-20
- [19] Chen X B, Chen H, Jia Z B. The UWB signal Detection Based on DWT[J]. Journal of Guizhou University, 2011, 28(1): 70-73 (in Chinese)
陈小波, 陈红, 贾占彪. 基于离散小波变换的超宽带信号检测[J]. 贵州大学学报, 2011, 28(1): 70-73