

一种参考独立成分分析算法在弱信号提取中的应用

顾玲玲¹ 刘国庆²

(南京工业大学电子与信息工程学院 南京 211816)¹ (南京工业大学理学院 南京 211816)²

摘要 独立成分分析(Independent Component Analysis, ICA)是解决盲源分离问题十分有效的方法。特别是 FastICA 算法,它以中心极限定理为出发点,采用定点迭代的优化算法,收敛快速、稳健。但是在提取弱信号时,由于中心极限定理不再严格成立, FastICA 算法也不再适用。因此从理论和实验两个方面着手验证了这个观点,并针对弱信号提取问题提出新的解决思路:在 FastICA 算法的基础上,引入源信号的部分先验信息作为约束,即参考独立成分分析(Independent Component Analysis with Reference, ICA-R)。若已知源信号的部分功率谱,结合加权范数最小化信号外推算法的思想,建立接近性度量,以约束的形式融入 FastICA 算法中,从而分离出要求的弱信号。实验结果表明,不管是对模拟信号还是真实的脑电信号,该算法都是有效的。

关键词 弱信号提取, FastICA 算法, 中心极限定理, 参考独立成分分析, 加权范数最小化

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.6.025

Application of ICA-R Algorithm in Weak Signal Extraction

GU Ling-ling¹ LIU Guo-qing²

(College of Electronics and Information Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China)¹

(College of Science, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China)²

Abstract Independent Component Analysis (ICA) is an effective method to solve the blind source separation (BSS) problem. FastICA, which take central limit theorem as the starting point, uses the optimization algorithm of fixed-point iteration, and converges fast and steadily. Due to the disadvantage of central limit theorem, the FastICA no longer applies when we extract weak signal. This paper explored the FastICA theoretically and experimentally, and addressed this problem by proposing new ideas. Based on the FastICA, we use independent component analysis (ICA-R) to establish proximity measure combined with the conception of extrapolation in minimize weighted norm, in the case of a part of power spectrum of the source signal is known. Thus, the targeted weak signal can be extracted by integrating the measurement into FastICA in a constrained way. Experiments show that the proposed algorithm is effective for both analog and real signal.

Keywords Weak signal extraction, FastICA, Central limit theorem, Independent component analysis with reference, Minimize weighted norm

1 引言

盲源分离(Blind Sources Separation, BSS)算法是信号处理领域一种强有力的技术,是指仅根据观测信号来分离源信号的过程。而独立成分分析(Independent Component Analysis, ICA)是盲源分离的重要研究分支。传统的 ICA 指利用源信号之间相互统计独立的性质,将由若干源信号混合而成的信号分离。如今,ICA 已成为信号处理领域的一个研究热点,在语音处理、生物医学、无线通信等领域被广泛应用。大多数盲源分离算法都是建立在 ICA 数学模型上的, FastICA(又称

固定点算法)是其中运用较为广泛、性能较优的一种。

FastICA 是由芬兰赫尔辛基大学 Hyvärinen 等人基于中心极限定理提出的,该算法认为两个独立随机变量之和比两个原始独立随机变量中的任意一个更具有高斯性^[1]。FastICA 能够从观测的混合信号中恢复出源信号,几乎不需要关于源信号和混合系统的先验信息。

然而在很多实际情况下,环境中存在大量较强噪声,导致有规律、有价值并且相对较弱的信号被这些较强的信号所淹没。如何将有价值的信号成分从强信号背景中提取出来,是盲源分离的一大难题。一般盲源分离的算法,例如联合对角

到稿日期:2015-04-27 返修日期:2015-07-27 本文受江苏省自然科学基金(BK2011238),南京气象雷达开放实验室研究基金(BJG201103)资助。

顾玲玲(1990—),女,硕士,主要研究方向为盲源分离, E-mail: 731339093@qq.com; 刘国庆(1966—),男,博士,教授,主要研究方向为图像处理、数据融合和雷达信号处理。

化算法(JADE)^[2]以及等变自适应算法(EASI),在强信号背景或者噪音的情况下,性能会大大降低,FastICA也不例外。面对这个难题,一种解决办法是获取更多关于要提取的弱信号的先验信息,将先验信息作为约束条件加入ICA中,该方法即参考独立成分分析(Independent Component Analysis with Reference,ICA-R)。例如已知弱信号的周期性^[3],可以利用这个信息来提取弱信号;已知弱信号的峭度范围^[4],可利用带观测的ICA提取信号;文献[5]是利用弱信号的时序结构提取弱信号。综上所述,要在强弱混合信号中提取出弱信号,需要获取一些关于弱信号的特征信息,这实际上属于半盲源分离问题。本文提出一种基于先验功率谱的ICA-R算法也正是采用这个思路,需要已知弱信号的部分功率谱,将其作为先验信息,结合加权范数最小化外推算法,得到某个接近度量,从混合信号中提取出使得这个接近度量为最小值的信号成分,也就是恢复的弱信号。

本文从理论上分析了FastICA在提取弱信号方面的不足之处,并通过实验验证FastICA从强弱混合信号中提取弱信号的效果较差。接着以同样的强弱混合模拟信号的分离实验证实,本文的ICA-R算法提取弱信号的效果较优。除此之外,还利用真实的脑电信号进行实验,分离的效果同样证实了ICA-R算法的有效性。

2 FastICA算法及其在弱信号提取中的不足

2.1 FastICA算法

经典ICA的数学描述为^[6]: M 个统计独立的源信号 $S=[s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$ 组成源信号,通过混合系统 A 后得到 N 个观察信号 $X=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$,该过程的表达式为: $x_i(t)=\sum_{j=1}^M a_{ij}s_j(t), i=1, 2, \dots, N$ 。其向量形式为: $X=AS$,其中 A 为 $M \times N$ 混合矩阵,设 $W=A^{-1}$ 称为分离矩阵,那么 $\hat{S}=WX$ 。ICA指仅通过观察信号 X ,估计出独立源信号 \hat{S} 和混合矩阵 A 。

FastICA算法是由芬兰赫尔辛基大学Hyvärinen等人提出的,该算法从中心极限定理出发,认为若干独立随机变量之和形成的分布比原始的独立随机变量中的任意一个更接近高斯分布^[1]。由经典ICA可得 $\hat{S}=WX=AS$,显然需要估计的分离信号 \hat{S} 是源信号 S 的线性组合。因此 \hat{S} 中的任一分量的高斯性都比 S 强。换句话说,可以通过极小化 \hat{S} 的高斯性来估计出源信号 S 。问题便转化为寻找分离矩阵 W ,使得 $W^T X$ 具有极小高斯性即极大非高斯性。当非高斯性度量达到最大时,则表明完成每个独立分量的分离。那么,需要给出一个非高斯性的度量,将非高斯性量化。一般非高斯性的度量包括:峭度和负熵。信息论中有如下结论:非高斯变量在所有具有单位方差的随机变量中具有极大负熵,熵可以说是高斯性最优的度量。

基于负熵最大化的FastICA^[7]是诸多ICA算法中运用较为广泛的一种。它以负熵最大作为一个搜寻方向,寻找投影

向量 W ,使得 X 在 W 上的投影 $W^T X$ 非高斯性最大,即负熵最大。FastICA算法是一种结合固定点迭代、投影寻踪和牛顿法的快速收敛算法,是一种快速的寻优迭代算法,具有非常快的收敛速度,同时不需要确定学习步长。由于文章篇幅限制,这里对FastICA推导过程不再赘述,仅给出该算法的基本步骤。

- 1)对观测数据 X 进行中心化,使它的均值为0。
- 2)对数据进行白化, $X \rightarrow Z$ 。
- 3)选择需要估计的分量的个数 m ,设迭代次数 $p \leftarrow 1$ 。
- 4)选择一个初始权矢量(随机的) W_p 。
- 5)令 $W_p = E\{Zg(W_p^T Z)\} - E\{g'(W_p^T Z)\}W$,非线性函数选择 $g(y) = \tanh(a_1 y)$ 。
- 6)将矩阵进行对称正交化: $W_p = W_p / \|W_p\|$ 。
- 7)假如 W_p 不收敛,返回第5)步。
- 8)令 $p = p + 1$,若 $p \leq m$,返回第4)步。

2.2 FastICA算法在弱信号提取中的不足

由2.1节可知,FastICA算法以中心极限定理^[8]作为出发点,然而实际上,中心极限定理并非总严格成立,因此FastICA也不再适用。FastICA在提取强弱混合信号中的弱信号时效果较差,以上结论正是这个因素导致的。下面从理论上进行说明。

林德伯格-费勒定理是中心极限定理^[8]的高级形式:设 x_i 为相互独立且具有有限数学期望 $E(x_i) = \xi_i$ 和方差 $\sigma_i^2 = \text{Var}(x_i)$ 的随机序列,记其部分和为 $S_n = \sum_{i=1}^n x_i, u_n^2 = \text{Var}(S_n) = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$ 。若对任意 $\epsilon > 0$,都有 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{u_n^2} \sum_{i=1}^n E[(x_i - \xi_i)^2 \{ |x_i - \xi_i| > \epsilon u_n \}] = 0$,且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{i \leq n} \frac{\sigma_i}{u_n} = 0$,则称该序列满足林德伯格-费勒条件。令 $\zeta_n = \sum_{i=1}^n \frac{x_i - \xi_i}{u_n}$,则 $\zeta_n \rightarrow N(0, 1)$ 。实际上,林德伯格-费勒条件是 ζ_n 分布趋向正态分布的充要条件。

但是在现实情况中,林德伯格-费勒条件并非总是成立。若取 $\sigma_i = \frac{1}{i^2}$,则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{i \leq n} \frac{\sigma_i}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2}} = \frac{6}{\pi^2} \neq 0$,此时 $\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{i \leq n} \frac{\sigma_i}{u_n} = 0$ 就不成立。这是因为,当 $\sigma_i = \frac{1}{i^2}$ 时,随机序列中各分量的能量大小差异较大,不能满足林德伯格-费勒条件的本质:要求各分量中不存在任一分量的权重较大,起到支配作用,即各分量要“差不多的小”。由此推之,若能量大小差异悬殊的强弱信号同时存在于源信号中,中心极限定理便不再严格成立。而FastICA是以中心极限定理为基础的,这就是FastICA并不适用于从强弱混合信号中提取弱信号的本质原因。

以上是从理论方面阐述FastICA算法在弱信号提取方面的不足。为进一步证实这个观点,下面进行仿真实验:模拟3路源信号(见图1),第1路为强信号,另外两路为弱信号;利用随机三阶可逆方阵对其进行混合(见图2);运用FastICA算法对混合信号进行分离,得到如图3所示的分离信号。

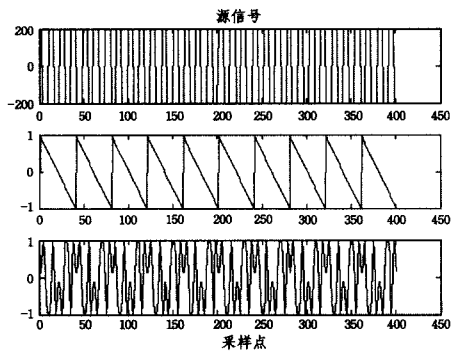


图1 3路源信号

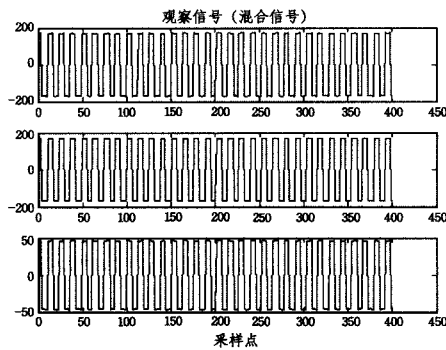


图2 3路混合信号

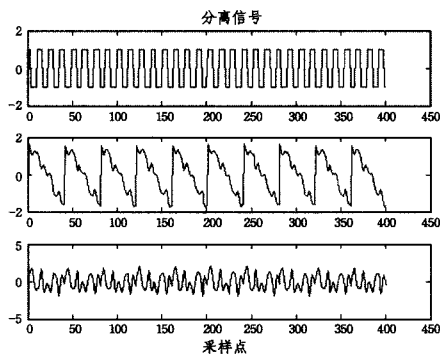


图3 FastICA算法得到的3路分离信号

比较图1与图3可得, FastICA可以较好地分离出强信号,而对弱信号的分离效果较差。原因在于弱信号的统计特征被强信号所掩盖,强信号占主导作用,使得林德贝格-费勒条件不成立,从而导致中心极限定理不严格成立。因此以中心极限定理为出发点的FastICA算法也就不适用于在强弱混合信号中提取弱信号。

3 基于功率谱的ICA-R算法及其在弱信号提取中的应用

ICA-R算法的主要思路是^[9]:将参考信号的先验信息作为约束条件引入到FastICA算法中,问题便转化约束最优化问题,最终目标是提取出与先验信息在特定度量下最匹配的独立成分。ICA-R算法有两个目标:1)提取出的信号必须是混合信号中的独立成分;2)提取出的估计信号在某种特定接近度量下与参考信号最为接近。

如图4所示,其中 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)$ 是 N 个信号, $y(t)$ 是估计输出, $r(t)$ 表示携带期望信号 $s(t)$ 的部分先验信息

的参考信号,但又不同于源信号。估计输出 $y(t)$ 与参考信号 $r(t)$ 之间的接近性度量用 $\epsilon(y, r)$ 表示,其作为约束参与到权重向量 w 的学习,使得输出信号 $y(t) = w^T x(t)$ 与期望信号相等。

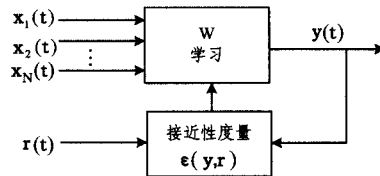


图4 ICA-R原理图

一元ICA-R算法中选择负熵函数 $J(y)$ 作为对比函数,其表示形式为:

$$J(y) = \rho[E\{G(y)\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (1)$$

其中, v 是零均值、单位方差的高斯变量, G 是某种形式的非二次函数。事实证明,以下具有凸性质的偶对称函数是有效而合理的^[10]: $G(y) = \frac{1}{a} \log[\cosh(ay)]$, a 为常数,且 $1 \leq a \leq 2$ 。

输出的估计信号 y 与参考信号 r 之间的接近度由某种接近性度量“ $\epsilon(y, r)$ ”来衡量,当输出信号与参考信号最为接近时其取得最小值。一般选择接近性度量如下:

$$\epsilon(y_i, r_i) = E\{(y_i - r_i)^2\} \quad (2)$$

本文要从强弱混合信号中分离出弱信号成分,以弱信号的部分功率谱作为先验信息,借鉴加权范数最小化外推算法的原理,以加权范数作为可行性约束,这样得到的解信号的功率谱与先验功率谱形状相似。下面给出加权范数的公式^[11]:

$$\epsilon(y, r) = \|y\|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{Z(k)Z(k)^*}{|H(k)|^2} \quad (3)$$

其中, $Z(k) = FFT(Y) = (\sum_{n=0}^{N-1} y_n e^{-i2\pi nk})$,即时域信号为通过傅里叶变换后的频域信号, $Z(k)^*$ 为 $Z(k)$ 的共轭, $|H(k)|^2$ 为先验信息即弱信号的功率谱。最小化准则使得在 $|H(k)|^2$ 值越小($\frac{1}{|H(k)|^2}$ 较大)处 $Z(k)$ 能量越受到抑制,而在

$|H(k)|^2$ 值较小($\frac{1}{|H(k)|^2}$ 越大)处 $Z(k)$ 的能量也能得到相对程度的释放,显然在这种先验信息指导下能够恢复出的信号的功率谱与参考信号具有相似的形状。也就是说,当解信号的功率谱与 $|H(k)|^2$ 在这种度量下最接近时,解信号对应每一时刻的能量与源信号的能量相对应。

根据以上分析,引入不等式 $g(w)$ 约束,在参考独立分量分析的框架内建立如下目标函数:

$$\begin{aligned} \max J(y) &\approx \rho[E\{G(y)\} - E\{G(v)\}]^2 \\ \text{s. t. } g(w) &= \epsilon(y, r) - \xi \leq 0 \\ h(w) &= E\{y^2\} - 1 = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

其中, ξ 为阈值,等式约束 $h(w) = 0$ 是为了确保对比函数 $J(y)$ 和权重向量 w 有界,而这一要求可以通过标准化权重向量 w 实现。故该优化问题可以采用全局收敛算法求解。

首先将约束优化问题转化为无约束优化问题,将目标函数转化为求负熵与加权范数之差的最大值,这样就避免了一般ICA-R算法的一个弊端:阈值 ξ 难以选定。其表达式如下:

$$\begin{aligned} & \max \{E[G(W^T x)] - E[G(Y_{\text{GAUSS}})]\}^2 - \rho \epsilon(y, r) \\ & = \{E[G(W^T x)] - E[G(Y_{\text{GAUSS}})]\}^2 - \rho \sum_{k>0} \frac{Z(k)Z(k)^*}{|H(k)|^2} \\ & = \{E[G(W^T x)] - E[G(Y_{\text{GAUSS}})]\}^2 - \rho Z^T(Z^*)^T \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $T = \text{diag}(\frac{1}{H(k)^2})$, $k=1, 2, \dots, N$, $Z = (W^T X)H$, 称 ρ 为折衷系数。

通过化简, 目标函数变为:

$$\max \{E[G(W^T x)] - E[G(Y_{\text{GAUSS}})]\}^2 - \rho (W^T X) H T ((H^T)^* (X^T W)) \quad (6)$$

根据 KT 条件^[12], 在 $E\{(W^T X)^2\} = \|W\|^2 = 1$ 的约束下, $E\{G(W^T X)\}$ 的最优值能在满足式(7)的点上获得:

$$E\{Xg(W^T X)\} - \rho X\{H^* TH(X^T W)\} + \beta W = 0 \quad (7)$$

用 F 表示等式左边的函数, 可得 F 的雅可比矩阵 $JF(W)$ 如下:

$$JF(W) = E\{XX^T g'(W^T X)\} - \rho X\{H^* TH\}X^T + \beta I \quad (8)$$

为了简化矩阵的求逆, 可以近似式(8)的第一项。由于数据被白化, $E\{XX^T\} = I$, 因此:

$$\begin{aligned} E\{XX^T g'(W^T X)\} & \approx E\{XX^T\} \cdot E\{g'(W^T X)\} \\ & = E\{g'(W^T X)\}I \end{aligned} \quad (9)$$

因而雅可比矩阵变成:

$$JF(W) = E\{g'(W^T X)\}I - \rho X\{H^* TH\}X^T + \beta I \quad (10)$$

这里, β 为常量, W^* 是 W 的更新值, 简化后就可以得到迭代公式:

$$\begin{aligned} W^* & = W - [E\{Xg(W^T X)\} - \rho XH^* TH(X^T W) + \beta W] * \\ & \quad [E\{g'(W^T X)\}I - \rho XH^* THX^T + \beta I]^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

$$W = W^* / \|W^*\|$$

对于折衷系数 ρ 值的选取, 应权衡两个因素(负熵与加权范数约束)之间的关系, 要能够合理地兼顾两者。当 ρ 值选取很小时, $\epsilon(y, r)$ 的约束性会大大降低, 其阈值范围被扩大, 进一步而言, 约束条件的作用就微乎其微了; 反之, 当 ρ 值选取很大时, $\epsilon(y, r)$ 约束性被无限放大, 阈值几乎趋近于零, 并且负熵函数的作用被较大程度减弱, 显然这样也是不合理的。所以, ρ 应该选取适当的值以保证目标函数的有效性, 即兼顾负熵和加权范数两个因素。这里, ρ 的取值范围可以通过计算得到, 能够使得目标函数的两项值在同一数量级。

综上, 给出本文的 ICA-R 算法的基本步骤:

- 1) 对观测数据 X 进行中心化、白化。
- 2) 选择一个单位范数的初始权矢量(随机的) W_p 。
- 3) 通过计算目标函数中两项的初始值, 得到 ρ 的值。
- 4) 更新 $W_p = W - [E\{Xg(W_p^T X)\} - \rho XH^* TH(X^T W_p) + \beta W] * [E\{g'(W_p^T X)\}I - \rho XH^* THX^T + \beta I]^{-1}$, 非线性函数 g 的选取见前文。
- 5) 标准化 $W_p = W_p / \|W_p\|$ 。
- 6) 直到 W_p 范数接近 1, 否则返回第 4) 步。

综上所述, 融入了弱信号的部分先验功率谱的 ICA-R, 可以提取出混合信号中能量较弱的信号成分, 这就解决了 FastICA 在提取弱信号方面不足的问题。根据两个算法的步骤

可知, 两者的计算复杂度是一样的。ICA-R 算法只是在 FastICA 的基础上加了约束条件, 通过将约束问题转换为无约束问题, 其目标函数具有相同形式, 利用 KT 条件, 得到与 FastICA 相似的迭代函数, 因此两种算法具有同样的计算复杂度。然而相比于 FastICA, ICA-R 属于半盲源分离算法或信号提取算法, 由于加入了更多的先验信息, 在相同计算复杂度的情况下, ICA-R 不仅提取弱信号的效果更优, 而且在提取信号时也更具有针对性。

为了验证本文 ICA-R 算法的有效性, 下面进行两组实验。

实验(1) 利用 ICA-R 算法对上文中模拟的强弱混合信号进行弱信号提取, 提取出的两路弱信号与源信号的对比如图 5 所示。

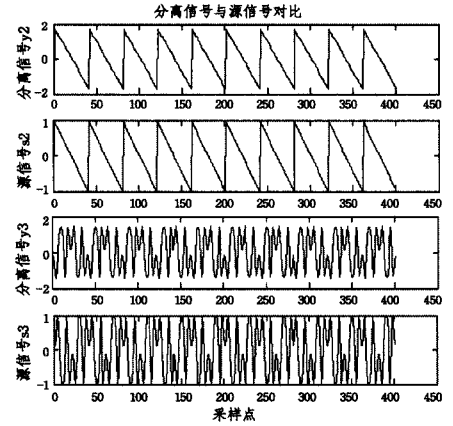


图 5 本文 ICA-R 算法分离的两路弱信号

由图 5 可以看出, ICA-R 在提取弱信号时具有更优的效果, 提取出的弱信号与源信号的相关系数分别为 0.9559 和 0.9472, 充分显示了算法的有效性。

实验(2) 利用本文的 ICA-R 算法对真实的脑电信号 (EEG) 进行提取, 以呼吸信号作为参考信号, 目标是提取出脑电信号中与呼吸相关联的成分。由于大脑皮层的电节律与各种各样的节律行为相关, 而呼吸节律只是其中较弱的节律成分^[13], 因此提取呼吸相关联的脑电成分也属于弱信号提取范畴。一般认为^[14]: 小鼠脑电波的周期节律有可能与呼吸相关联。如图 6 所示, 第 1-5 道代表小鼠大脑皮层局部电位, 第 6 道表示呼吸曲线(5 路局部电位信号分别来自小鼠大脑皮层的某感受区, 一排相互间距为 0.25ms 的 5 个电极同时记录; 呼吸信号是通过热敏电极在鼻子附近记录的, 主要表现为呼气时温度升高或降低, 因此仅波峰和波谷点有生理意义, 分别代表吸气和呼气末, 曲线具体幅度等没什么价值)。考虑到呼吸曲线的具体含义, 仅利用波峰波谷的信息, 近似认为呼吸信号为周期信号, 求其功率谱, 运用本文的 ICA-R 算法对脑电信号进行分离。实验中参考信号(呼吸信号)不能直接对应于脑电波, 所以参考信号的功率谱与相关脑电波信号功率谱之间只有某种形式的关联, 这是一种弱相关, 很难言及准确性, 只能通过对参考信号与分离信号之间的相关系数对其进行验证。图 7 为分离出的与呼吸相关联的脑电成分与呼吸信号的对比, 两者互相关

系数为 0.8232, 同样说明了该算法的有效性。

另外, 由于 ICA-R 分离弱信号的不唯一性, 本文的 ICA-R 算法从增加先验功率谱作为约束条件入手, 关于功率谱的获取可以参考文献[11]中的迭代算法。该迭代算法的主要思路是: 信号功率谱的初值根据信号的已知部分获得; 迭代过程中, 信号功率谱由上一次迭代所得最小范数解获得并求得本次迭代的最小范数解; 当相邻两次迭代的解之间的差异小于某个阈值时, 终止迭代。该算法的有效性及准确性, 在文献[11]中已通过仿真实验验证。本文两组实验中得到的相关系数也均能在一定程度上说明功率谱获取的准确性。

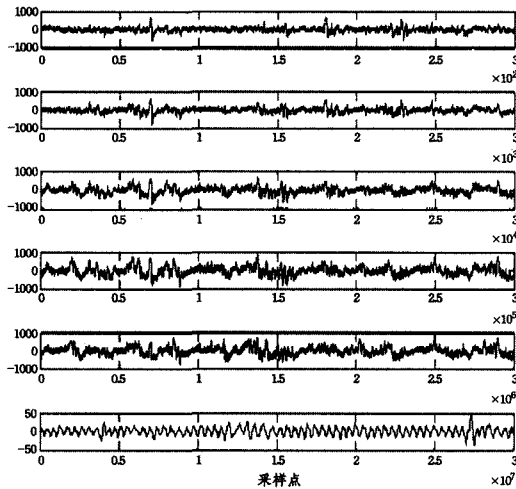


图 6 5 路脑电信号及呼吸信号

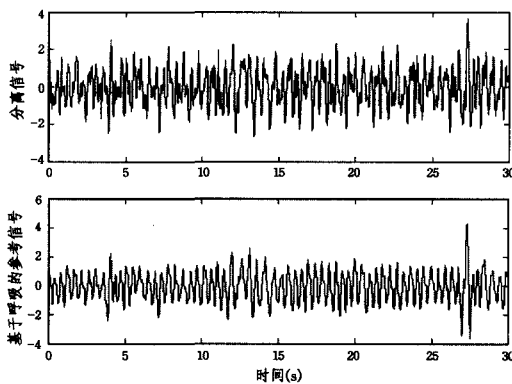


图 7 分离的脑电信号与呼吸信号

结束语 在强弱混合信号中提取弱信号是研究盲源分离中的难题之一, 本文从理论和实验两方面分别验证了 FastICA 算法在弱信号提取方面的不足; 然后引出参考独立成分分析的思路, 借鉴加权范数最小化外推算法的思想, 以参考信号的部分功率谱为先验信息, 建立了一种新的接近性度量, 从而从混合信号中恢复出相应的弱信号; 随后本文运用该 ICA-R 算法对相同的强弱混合信号进行分离, 实验结果表明, 本文的 ICA-R 分离效果明显优于 FastICA 算法, 解决了 FastICA 算法在弱信号提取方面不足的问题; 除此之外, 本文最后还以分离真实的脑电信号验证了本文算法的有效性。事实上,

ICA-R 算法的优越性还在于其避免了输出信号的不确定性, 省去了人工选取的时间, 其提取信号具有针对性及准确性。然而, ICA-R 算法是建立在某些先验信息的基础上, 所以如何得到先验信息也是解决问题的关键; 并且, 由于加入更多关于源信号的先验信息, 因此相对于 FastICA 算法, ICA-R 算法的计算量并无减少, 尽管如此, ICA-R 在弱信号提取问题上还是比 FastICA 更具优越性。

参 考 文 献

- [1] Hyvärinen A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1999, 10(3): 626-634
- [2] Cardoso J F, Souloumiac A. Blind beamforming for non-Gaussian signals[J]. IEEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), 1993, 140(6): 362-370
- [3] Wang J, Zhou J, Peng B. Weak signal detection method based on Duffing oscillator[J]. Kybernetes, 2009, 38(10): 1662-1668
- [4] Zhang Z L, Yi Z. Extraction of a source signal whose kurtosis value lies in a specific range[J]. Neurocomputing, 2006, 69(7): 900-904
- [5] Zhang Z L. Morphologically constrained ICA for extracting weak temporally correlated signals[J]. Neurocomputing, 2008, 71(7): 1669-1679
- [6] 杨福生, 洪波. 独立分量分析的原理与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005
- [7] Hyvärinen A, Erkki O. Independent component analysis: Algorithms and Applications[J]. Neural Networks, 2000, 13(4/5): 411-430
- [8] 李贤平. 概率论基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 1997, 10(3): 626-634
- [9] Lu W, Rajapakse J C. ICA with reference[J]. Neurocomputing, 2006, 69(16-18): 244-256
- [10] Lu W, Rajapakse J C. ICA with reference[C]//Proc. Third Int. Conf on ICA and Blind source separation (ICA2001). 2001: 120-125
- [11] Cabrera S D, Parks T W. Extrapolation and spectral estimation with iterative weighted norm modification[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 39(4): 842-850
- [12] 解可新, 韩健, 林友联. 最优化方法(修订版)[M]. 天津: 天津大学出版社, 2004
- [13] Bear M F, Connors B W, Paradiso M A. Neuroscience: Exploring the Brain(第二版)[M]. 王建军, 主译. 北京: 高等教育出版社, 2004: 578-582
- [14] Ito J, Roy S, Liu Y, et al. Whisker barrel cortex delta oscillations and gamma power in the awake mouse are linked to respiration [D]. Nature Communication, 2014
- [15] 倪国熙. 常用的矩阵理论和方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1984