

# 基于希尔伯特-黄和小波包的 UWB 信号检测方法

刘潇文 蒋 磊 许 华 陈 熙

(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

**摘 要** 针对希尔伯特-黄变换在超宽带脉冲检测中检测性能受限于信噪比的问题,研究并分析了筛选终止条件以及小波包去噪方法,结合新终止条件,给出了希尔伯特-黄变换与小波包分析联合检测的新方法。采用新方法对噪声中的超宽带信号进行检测分析,并运用均方根误差公式对该方法的检测性能进行仿真比较。仿真图表明,新方法能较为准确地重构出淹没在强噪声下的脉冲,成功克服 HHT 变换在检测超宽带脉冲时受噪声强度影响较大的问题,从而改善强噪声环境下脉冲信号的检测效果。

**关键词** 超宽带,信号检测,希尔伯特-黄变换,筛选终止条件,小波包

**中图分类号** TP391.9 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.6.021

## Ultra-wideband Signal Detection Method Based on Hilbert-Huang and Wavelet Packet

LIU Xiao-wen JIANG Lei XU Hua CHEN Xi

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract** For Hilbert-Huang transform (HHT) is restricted by signal to noise ratio (SNR) in detecting ultra-wideband (UWB) signal, this paper analyzed the stopping criteria for sifting of EMD and wavelet packet denoising, and proposed the method of HHT combining with wavelet packet and the new stopping criteria for sifting. The proposed method was used to detect UWB signal and its performance was compared and analyzed using root-mean-square error. Simulation results show that the UWB signal in strong noise conditions can be accurately reconstructed by the this new method, and the problem that SNR has big impact on HHT is solved.

**Keywords** Ultra-wideband, Signal detection, Hilbert-Huang transform, Stopping criteria for sifting, Wavelet packet

超宽带脉冲信号作为一种由窄脉冲调制而成的信号,自身高精度测距、高数据率、强穿透和低功耗等特点使超宽带通信技术有潜力成为无线感知网络、无线个人局域网以及射频隐身领域的关键技术<sup>[1]</sup>。此外,各国军事应用领域研究的目光也迅速转向超宽带通信技术,尤其是其中强抗干扰和低截获/低检测率的特点备受关注,军用通信领域方面先后出现了无人机上使用的 C 波段防撞/避障雷达、L-波段高度计和 UWB 高速数据链、VHF 频段的军用 UWB 通信电台以及有源定位设备,因此超宽带脉冲无线电 (Ultra Wide Band-Impulse Radio, UWB-IR) 信号检测技术的研究有非常重要的意义<sup>[2]</sup>。

当前,对于低截获概率信号,已存在的检测技术集中在时频分析法、基于相关特性的检测方法以及混沌检测法和随机共振检测法等方面,时频分析中的小波变换容易去除掉中频和频段的高频信号,留下更多的低频信号,因此不利于检测高频信号<sup>[3]</sup>;基于信号相关特性的检测方法利用高阶统计量对高斯噪声不敏感的特性,主要针对载波调制信号进行检测,因此对于 UWB-IR 信号该方法并不适合<sup>[4]</sup>;混沌检测方法可有效检测极低信噪比信号,但目前的研究成果主要集中在周

期信号,对于非周期信号还没有找到很好的理论支撑,且该方法只能进行频率估计,不能实现波形恢复<sup>[5]</sup>;随机共振检测方法虽然有较强的去强噪声能力,但是不能将有用信号中的高频干扰信号去除掉<sup>[6]</sup>。

科学家黄锷通过经验模态分解 (Empirical Mode Decomposition, EMD),将非线性非稳定信号按时间上的尺度大小分为多个满足 Rice 条件、符合 Tichmarsh 证明和 Cohen 单分量特性的窄带信号即本征模式函数 (Intrinsic Mode Function, IMF);在此基础上,提出希尔伯特-黄变换 (Hilbert-Huang Transform, HHT) 方法,其提高了非线性非平稳信号时频分析的准确性与科学性<sup>[7]</sup>。虽然 HHT 已经广泛应用于各个领域,但是至今 EMD 算法的理论框架尚未完善,要充分运用 EMD,还需要有针对性地解决一些问题<sup>[8]</sup>。仿真实验已经验证灰色模型预测极值点的方法<sup>[9]</sup>可以有效地解决包络拟合时产生的边界问题,加入时域残差修正<sup>[10]</sup>后,在 UWB-IR 脉冲的重构实验中发挥着举足轻重的作用。但是,在更低信噪比条件下检测 UWB-IR 信号时,由于一些信号成分和噪声具有相近的尺度大小,即使运用了消除边界问题的 EMD 算法去筛选淹没在强噪声中的有用信息,最终重构的信号也会受到

到稿日期:2015-05-29 返修日期:2015-08-28 本文受国家自然科学基金(61001111)资助。

刘潇文(1991—),男,硕士生,主要研究方向为超宽带信号检测,E-mail:lxw5054@163.com;蒋 磊(1974—),男,博士,副教授,主要研究方向为超宽带通信关键技术;许 华(1976—),男,博士,副教授,主要研究方向为信号盲处理、通信信号分析技术;陈 熙(1991—),男,硕士生,主要研究方向为盲信号处理。

一定量噪声的干扰,会直接影响检测到的 UWB-IR 信号。

通过对仿真实验和 EMD 算法进行进一步研究后发现,在 EMD 算法的筛选迭代过程中,过多的迭代次数会将过多的 IMF 分量成分遗留到下一尺度分量中,造成过分解的现象;反之,过少的迭代次数使得 IMF 分量分解得不彻底,造成欠分解的现象。因此,依据复杂信号的组成情况分别选择相匹配的筛选终止门限至关重要<sup>[11]</sup>。根据复杂信号中各 IMF 分量的情况以及它们之间的差异提出了多种阈值的终止筛选方法,并且运用了新的筛选终止公式。该方法提出后,一定程度降低了尺度相近的 IMF 之间的相互干扰程度;对于尺度相差大的分量,分解得更加彻底。仿真实验证实,此方法更适合 UWB-IR 信号检测。

20 世纪 80 年代, Morlet、Grossmann、Meyer、Mallat 等人最先提出了小波的思想,意在利用一族基函数和变换对某个函数或信号做出有效的描述<sup>[12]</sup>。小波系统满足的多分辨率条件是指其利用不同宽度和平移步长的展开基可以依据信号细节的不同分解信号,因此小波可用于信号去噪的工作中<sup>[13]</sup>。然而,传统的小波去噪方法更适合提取噪声中的低频有用信息,对中频和高频的有用信息并不敏感,明显不适用于超宽带信号去噪声的工作<sup>[14]</sup>。小波包分析方法则同时考虑了各个频段上的有用信息,对于中高频信息也有更为精细的去噪效果<sup>[15]</sup>,用该方法处理重构的信号可以进一步去除信号中的噪声。实验证明,多种阈值的筛选终止方法提高了 EMD 重构 UWB-IR 脉冲的效果,再经过小波包变换的进一步处理,可以进一步消除重构的 UWB-IR 信号中的信噪,并且不会影响到脉冲信号。通过与已有的检测技术对比分析可以说明,本文的改进方法更适用于强噪声环境下的 UWB-IR 信号检测,从重构的信号中判决出信号特征显得更容易,提高了希尔伯特-黄变换检测 UWB-IR 信号的性能。

## 1 经验模态分解

EMD 方法实际上是根据尺度特征的差异,将复杂的信号分解成有限个本征模态函数(IMF)  $c_i(t)$ ,这些分解出的 IMF 分量震荡频率越来越慢,直到提取的 IMF 分量有不多于 2 个极值点为止<sup>[7]</sup>。

### 1.1 EMD 算法

假定输入的原始脉冲为  $s(t) \in l^1(\mathbf{R}) (t \in \mathbf{N}^+)$ ,  $c_i(t)$  表示分离得到的第  $i$  个 IMF 分量,  $r_i(t)$  表示分离出第  $i-1$  个 IMF 分量后的残余信息,  $h_{i,j}(t)$  为在分离得到第  $i$  个分量的过程中经过第  $j$  次筛选得到的中间变量,选定门限  $\epsilon (\epsilon > 0)$ ,具体步骤如下。

第  $i$  个分量是通过第  $i-1$  个分量的残余信息进行多次筛选获得的。将给定的初始信号作为提取第一个 IMF 量时的待分离信号,即  $r_i(t) = x(t)$ 。之后,将前一个 IMF 分量的残余信号作为本次提取用于第一次筛选的中间变量,对于提取第  $i$  个 IMF:

$$h_{i,0}(t) = r_i(t) \quad (1)$$

进行第  $j$  次筛选时,首先计算中间变量  $h_{i,j-1}(t)$  的极大值以及极小值,并通过 3 次样条插值计算上包络曲线  $e_{\max}(t)$  和下包络曲线  $e_{\min}(t)$ ,根据上包络曲线和下包络曲线计算出平均包络曲线:

$$m_{i,j} = (e_{\max}(t) + e_{\min}(t))/2 \quad (2)$$

经第  $j$  次筛选得出中间量:

$$h_{i,j}(t) = h_{i,j-1}(t) - m_{i,j} \quad (3)$$

标准偏差用于判断筛选是否停止,计算公式为:

$$SD(i) = \frac{\sum_{t=0}^T (h_{i,j-1}(t) - h_{i,j}(t))^2}{\sum_{t=0}^T (h_{i,j-1}(t))^2} \quad (4)$$

如果  $SD(i) > \epsilon$ ,从式(2)开始重新做一次筛选;否则,视为已分离提取到第  $i$  个分量,令  $c_i(t) = h_{i,j}(t)$ 。 $i$  个 IMF 分量提取后的残余信号:

$$r_{i+1}(t) = r_i(t) - c_i(t) \quad (5)$$

如果  $r_{i+1}(t)$  的极点数目大于 2,令  $j=0$ ,从式(1)开始提取第  $i+1$  个量;否则认为已提取了所有的 IMF  $c_i(t) (i=1, 2, \dots, I)$ 。根据各个量的尺度特性,将需要用到的 IMF 量相加,便达到了复杂信号中所需信息分量重构的目的。原始脉冲重新构建的表达式为:

$$s(t) = \sum_{i=1}^I c_i(t) + r_{I+1}(t) \quad (6)$$

### 1.2 一种多个阈值的筛选终止方法

在 EMD 算法中,  $\epsilon$  是用于判决迭代算法是否终止的变量,以往的实验中,大多将其设定为一个确定的值,例如在超宽带信号检测中,将该变量设定为 0.2 是可行的。但是,当待测信号的信噪比较低(为 -10dB 左右)时,检测性能受信噪比影响极大,重构的信号仍受到少量噪声的干扰。

通过对迭代算法的研究和仿真实验的分析,注意到选择较大的判决门限减少了迭代次数,会导致 IMF 分量分解得不彻底,受到下一尺度分量的影响,称为欠分解;当选择较小的判决门限时,迭代次数增加,会导致 IMF 分量的过度分解,影响到下一尺度的分量,称为过分解。对于超宽带信号的 EMD 算法分解过程,针对不同 IMF 分量的迭代过程选择不同的判决门限至关重要。新的终止迭代的标准偏差为:

$$SD(i) = \frac{\sum_{t=0}^T |e_{\max}(t) + e_{\min}(t)|}{\sum_{t=0}^T |e_{\max}(t) - e_{\min}(t)|} \quad (7)$$

针对强噪声条件下的 UWB-IR 脉冲检测过程,由于 UWB-IR 脉冲与噪声的尺度相近,提取的第一个 IMF 分量主要为噪声,过多的迭代次数会导致噪声影响到下一尺度 IMF 分量(含有用信息),因此判决门限  $\epsilon$  取 0.5 左右;对于有用信号各成分提取的过程,选择多次的迭代反而会分解得更彻底,因此对于有用信号的分解迭代过程,判决门限  $\epsilon$  取 0.1 左右是可行的。

## 2 消除边界问题的方法

EMD 算法在筛选 IMF 分量时,需要用 3 样条插值拟合包络,此时产生的边界问题是算法待解决的重要问题。虽然本文的主要工作不是解决 EMD 算法的边界问题,但是本文的实验过程中都用到了改进的灰色模型消除边界问题的方法<sup>[16]</sup>。

灰色模型(grey model(1,1), GM(1,1))可以在数据统计特性未知的情况下,根据相关性较小的少量正数数据对原始数据的增长趋势做出预测<sup>[17]</sup>。在人们越来越重视计算量对设备性能影响的实时系统中,GM(1,1)模型算法简单的优点,大大减轻了计算机运算的负担,因此它在多个领域得到了广泛应用。对于间隔不相等的的数据序列,需要运用 NGM(1,

1)模型,这种模型通常利用至少4个数据点来预测新的极值点<sup>[9]</sup>。在此基础上,加入时序残差修正的步骤可以有效解决某些极值分布情况下存在峰值信号漏捕获的情况,仿真实验已经验证,该方法可以有较地消除边界问题,进一步改善预测精度。得到较为准确的包络线。

### 3 小波包去噪方法

在低信噪比的情况下,重构的超宽带信号仍然含有一些噪声,这无疑制约了希尔伯特-黄变换对信号的检测。因此,在EMD重构出UWB-IR脉冲后再加入小波包处理的环节,可以进一步改善检测效果。算法流程如图1所示。

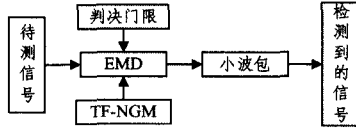


图1 算法流程

#### 3.1 小波包基本理论

传统小波系统是一种对数频率分辨,分析树在低频部分具有较小的频率带宽,能够很好地表征信号中的低频信息,然而在高频部分的频率带宽过大,以至于小波系统对信号的高频部分的分解和表示不够细致,因此不适于超宽带信号的去噪。相比之下,小波包系统具有可调节的频率分辨,完全二叉树可以得到一个完全均匀间隔的频率分辨,在处理信号时,既不会产生冗余,也不会产生疏漏,尤其是对于高频信息成分具有更精细的分辨。

小波包去噪的过程可以总结为先选定基函数和所需要分解的层数,在此基础上对待测脉冲进行小波包分解,然后使用阈值准则处理得出的分解系数,最后对处理后的小波包进行重新构建来完成去噪工作。分解与重新构建的公式<sup>[18]</sup>为:

$$\begin{cases} d_j^{2n}[k] = \sum_{l \in Z} h_{l-2k} d_{j+1}^n[l] \\ d_j^{2n+1}[k] = \sum_{l \in Z} g_{l-2k} d_{j+1}^n[l] \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $d_j$  为小波包系数。

由小波包系数计算得到相应的重构波形:

$$d_{j+1}^n[k] = \sum_l h_{k-2l} d_j^{2n}[l] + \sum_l g_{k-2l} d_j^{2n+1}[l] \quad (9)$$

其中,  $h, g$  为滤波器系数;  $j, n$  为小波包节点号;  $k, l$  为分解层数。

#### 3.2 分解系数的阈值准则选取

小波包去噪过程中的一个关键环节是给分解系数选取一个合适的阈值准则。文献<sup>[18]</sup>提出了依据信号频率以及信号类型选取阈值的去噪方法,并且详细介绍了固定形式阈值准则、自适应阈值准则、启发式阈值准则以及极小化极大阈值准则。其中,自适应阈值准则是一种对信号高频部分有所保留地去噪的阈值准则,可以防止过度去噪引起UWB信号的损失。通过实验验证了,自适应阈值准则作为本文小波包去噪的阈值准则具有最好的较果。这种准则是斯坦恩无偏似然估计原理基础上的准则,公式为:

$$T = \sigma \sqrt{Q_n} \quad (10)$$

其中,  $\sigma$  为噪声信号的标准差;  $Q_n$  为依据URE最小风险值选定的分解系数平方。

#### 3.3 信号检测指标

合理地选择脉冲检测指标可以定量地描述重构前后

UWB-IR脉冲之间的区别。重构脉冲与原始脉冲的均方根误差是从脉冲整体角度来衡量重构脉冲受噪声干扰程度的方法,可以作为评价检测性能的依据,均方根误差越小表示重构脉冲与原始脉冲越相似。均方根误差的表达式为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [s(i) - \hat{s}(i)]^2} \quad (11)$$

其中,  $s(i)$  表示原始UWB-IR脉冲,  $\hat{s}(i)$  表示重构的脉冲,  $n$  为脉冲长度。

仿真实验中,利用定义的检测指标比较分析了离散小波变换<sup>[19]</sup>、小波包去噪方法、希尔伯特-黄变换以及希尔伯特-黄和小波包相结合的去噪方法,定量地比较了各种方法检测UWB-IR信号的优劣。

### 4 仿真与结果分析

实验中选定的UWB-IR信号为:

$$s(t) = \sum_{k=0}^9 \left( \left[ 1 - 0.4\pi \left( \frac{t-t_0-kT}{t_n} \right)^2 \right] \cdot \exp[-0.2\pi \left( \frac{t-t_0-kT}{t_n} \right)^2] \right) \quad (12)$$

$t = 1:1:1000\text{ns}$ , 高斯类冲激函数的时间参数  $t_n = 3.112\text{ns}$ ,  $t_0 = 8.51\text{ns}$ ,  $T = 9.8\text{ns}$ 。式(12)表示由高斯类脉冲信号构成的非线性非稳定信号,波形如图2(a)所示。图2(b)为此超宽带信号淹没于强噪声中的波形,此时信号与噪声的功率比为-10dB,本节仿真结果是在该信噪比下进行的。

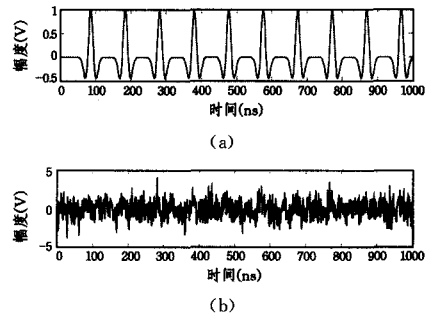


图2 UWB-IR信号及其带噪信号

#### 4.1 改进的EMD筛选终止方法

实验中,首先分析了选择不同的阈值准则对EMD算法筛选信号成分的影响。如图3所示,两个波形都是筛选出第一个IMF分量后剩余下来的信号,其中,菱形表示阈值取0.1时剩余下来的信号,直线表示阈值取0.5时剩余下来的信号。从图3中可以看出,当取较小阈值时,迭代次数随之增多,剩余信号中留下了更多的噪声,在原始UWB-IR信号幅度为0的部分尤为明显。由此验证了前文所提出的多阈值的思想是可行的。

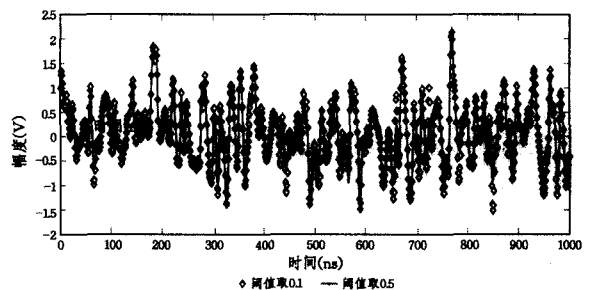


图3 不同阈值的对比分析

仿真实验进一步验证了本文提出的多阈值筛选终止方法对重构信号的影响。本文方法与传统筛选方法的对比分析如图 4 所示。可以看出,文中所述方法提高了重构脉冲的信噪比,在原始脉冲幅度为 0 的时间段,噪声的干扰明显得到了抑制,使信号检测性能得到提升,从而证明了本文提出的筛选方法适用于超宽带信号的检测问题。

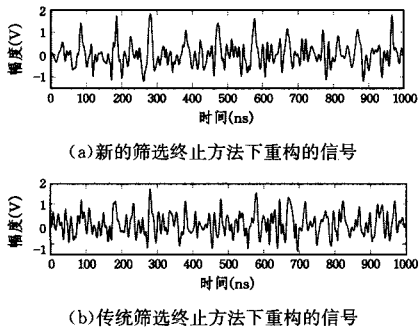


图 4 不同终止方法之间的对比

### 4.2 希尔伯特-黄和小波包结合的检测方法

本文将小波包去噪的方法与希尔伯特-黄变换检测 UWB-IR 脉冲信号的方法有效地联合使用,使 HHT 变换在信噪比更小的情况下也适用于超宽带脉冲信号检测。图 5 展示了 UWB-IR 脉冲利用 EMD 算法从带噪的 UWB-IR 信号中筛选出来的各分量,其中包括 4 个 IMF 分量和 1 个余项。图中,C1 分量是加到 UWB-IR 信号中的高斯白噪声信号,后 3 个 IMF 分量包含有用信号成分。分量的边界处未出现过冲现象,说明了文中用到的消除边界问题的方法是可行的。

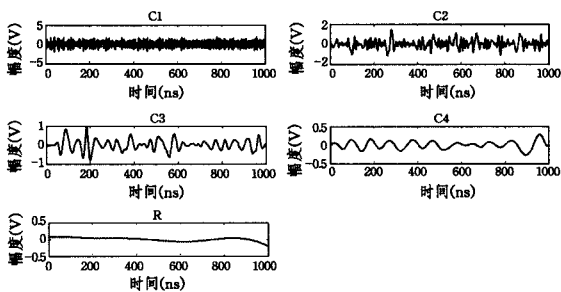


图 5 IMF 分量

实验中,针对 EMD 算法重构的脉冲信号,使用 db6 小波对重构脉冲进行 5 层分解,并在自适应阈值准则下完成去噪处理。从图 6 明显地看出,通过小波包的第二次处理可以进一步消除信号中的噪声,提高了脉冲信号的辨识度,可以更加准确地提取脉冲信号的特征信息,提高了希尔伯特-黄变换检测超宽带信号的性能。

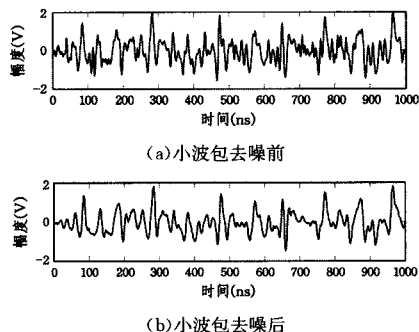


图 6 小波包去噪前后对比

### 4.3 检测方法的对比分析

实验的最后,选取均方根误差公式作为信号检测指标,并将其运用于离散小波变换<sup>[19]</sup>、希尔伯特-黄变换、小波包分析法以及希尔伯特-黄与小波包分析相结合的方法检测超宽带信号的对比实验中,实验结果如图 7 所示。由图 7 可以看出,在所有信噪比的情况下,希尔伯特-黄变换加入小波包分析后在检测超宽带信号时具有最小的均方根误差,是最优的检测手段。由仿真结果还能得知,在噪声强度比较小的条件下,4 种方法的 RMSE 差别较小,它们都能较好地重构出超宽带信号;然而在噪声强度比较大的条件下,文中提出的信号处理方法与其他方法相比具有最小的误差,并且随着信号噪声功率比的降低,该方法的均方根误差增长速度最慢,从而说明,在强噪声下,该方法可以有效地检测超宽带信号,改善了 HHT 在强噪声条件下检测信号时受噪声影响较大的问题。

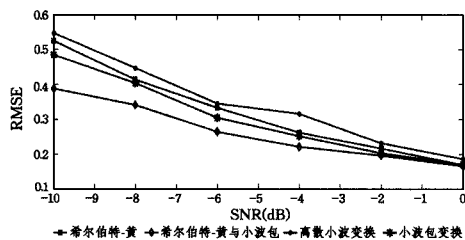


图 7 几种方法检测信号的均方根误差

**结束语** 为了进一步提高希尔伯特-黄变换从强噪声中检测出 UWB-IR 信号的能力,从 EMD 算法的筛选终止条件出发,对算法做了一定改进,并且利用小波包方法对重构的 UWB-IR 脉冲信号进行进一步去噪声处理,从而提出了希尔伯特-黄变换和小波包去噪相结合的重构超宽带信号的方法,将希尔伯特-黄变换检测超宽带信号的能力拓展到更低信噪比的情况中。仿真实验表明,采用多阈值的筛选终止方法,可以让更少的噪声遗留到含有有用信号的 IMF 分量中,从而在 IMF 分量提取的环节处提高了重构信号的信噪比,说明文中所提出的多个阈值的筛选终止条件具有可行性。实验中,将小波包去噪前后的信号进行了对比分析,可以看出,小波包去噪的方法可以进一步提高 EMD 算法重构的超宽带信号的信噪比,使得识别脉冲更加容易,改善了检测效果。利用均方根误差公式,定量地说明了希尔伯特-黄变换和小波包去噪相结合的方法在检测带噪超宽带信号时效果最好,特别是当待测 UWB-IR 脉冲在噪声功率比较强的条件下。可见,本文提出的方法使得希尔伯特-黄变换可以检测更低信噪比下的超宽带信号,能够检测出淹没在强噪声中的信号。后续的工作将致力于更深入地挖掘 EMD 分解非平稳非线性信号的理论基础,从算法本身研究提高希尔伯特-黄变换检测复杂信号的能力,更进一步地改善处理精度。

### 参考文献

- [1] Kang X F, Yang J W, Men S. Blind adaptive receiver based on RLS-CMA for TH-UWB system[J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2011, 18(6): 38-43
- [2] Deng H W, Zhao Y J, Fu F, et al. Compact and high isolation microstrip diplexer for GPS and UWB application[J]. Electronics Letters, 2013, 49(10): 659-661

及几何攻击。所以,本文所提出的数字水印算法是可行、有效的,并且在抽取水印图像的过程中不需要借助于原始图像,可以做到真正的盲检测。

## 参 考 文 献

- [1] Hajjara S. Digital Image Watermarking using localized Biorthogonal wavelets [J]. *European Journal of Scientific Research*, 2009, 26(4): 594-608
- [2] Khaldi K, Boudraa O. Audio Watermarking Via EMD [J]. *IEEE Transactions on Audio Speech & Language Processing*, 2013, 21(3): 675-680
- [3] Yamato K, Hasegawa M, Shinoda K, et al. Image restoration using similar region search and digital watermark [C] // *Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA)*, 2013 Asia-Pacific. IEEE, 2013
- [4] Li Lei-da, Guo Bao-long. Localized image watermarking in spatial domain resistant to geometric attacks [J]. *Int. J. Electron. Commun. (AEU)*, 2009, 63: 123-131
- [5] Zheng, Wang, Zhao. RST invariant image watermarking algorithm with mathematical modeling and analysis of the watermarking processes [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, 18(5): 1055-1068
- [6] Lee H Y, Kim H. Robust image watermarking using local invariant features [J]. *Optical Engineering*, 2006, 45(3): 1-11
- [7] Liu Yan, Zhao Ji-ying. A Robust Image Watermarking Method Based on Adaptive Feature Points Detection [C] // *2006 International Conference on Communications, Circuits and Systems Proceedings*. 2006: 49-53
- [8] Ryu S J, Kirchner M, Lee M J, et al. Rotation Invariant Localization of Duplicated Image Regions Based on Zernike Moments [J]. *IEEE Transactions on Information Forensics & Security*, 2013, 8(8): 1355-1370
- [9] Chai Y, Li H, Zhang X. Multifocus image fusion based on features contrast of multiscale products in nonsubsampling contourlet transform domain [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2012, 123(7): 569-581
- [10] Ellmauthaler, Andreas, Pagliari, et al. Multiscale image fusion using the undecimated wavelet transform with spectral factorization and nonorthogonal filter banks [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(3): 1005-1017
- [11] Li H, Chai Y, Li Z. Multi-focus image fusion based on nonsubsampling contourlet transform and focused regions detection [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2013, 124(1): 40-51
- (上接第 105 页)
- [3] Selesnick I W. Wavelet transform with tunable Q-factor [J]. *IEEE trans. on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3560-3575
- [4] Liu L, Wang S L, Zhong S, et al. One-symbol differential trellis detector for Multi-h CPM signal [C] // *The 8th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*. 2012: 57-64
- [5] Chen C K, Lin C L, Lin S L, et al. A chaotic theoretical approach to ECG-based identity recognition [J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2014, 9(1): 53-63
- [6] Liu X W, Jiang L. Ultra-wideband signal detection based on FHN model method [J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2015, 16(4): 56-59 (in Chinese)  
刘潇文, 蒋磊. 基于 FHN 神经元模型的 UWB 信号检测方法 [J]. *空军工程大学 (自然科学版)*, 2015, 16(4): 56-59
- [7] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. *Proc. of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995
- [8] Rato R T, Ortigueira M D, Batista A G. On the HHT, its problems, and some solutions [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008, 22(6): 1374-1394
- [9] He Z, Shen Y, Wang Q, et al. Mitigating end effects of EMD using non-equidistance grey model [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2012, 23(4): 603-611
- [10] Kayacan E, Ulutas B, Kaynak O. Grey system theory-based models in time series prediction [J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(2): 1784-1789
- [11] Hu X, Peng S, Hwang W L. EMD revisited; a new understanding of the envelope and resolving the mode-mixing problem in AM-FM signals [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1075-1086
- [12] Fathi A, Naghsh-Nilchi A R. Efficient image denoising method based on a new adaptive wavelet packet thresholding function [J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2012, 21(9): 3981-3990
- [13] Li M A, Ma J Y, Yang J F. Optimal frequency band extraction method based on wavelet packet and entropy criterion [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2013, 33(8): 1721-1728 (in Chinese)  
李明爱, 马建勇, 杨金福. 基于小波包和熵准则的最优频段提取方法 [J]. *仪器仪表学报*, 2013, 33(8): 1721-1728
- [14] Tian F Q, Luo R. Improved harmonic wavelet packet transformation and its application in weak fault feature extraction [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(17): 29-34 (in Chinese)  
田福庆, 罗荣. 改进的谐波小波包变换及其在弱故障特征提取中的应用 [J]. *振动与冲击*, 2013, 32(17): 29-34
- [15] Tao K, Zhu J J. A hybrid indicator for determining the best decomposition scale of wavelet denoising [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2012, 41(5): 749-755 (in Chinese)  
陶珂, 朱建军. 多指标融合的小波去噪最佳分解尺度选择方法 [J]. *测绘学报*, 2012, 41(5): 749-755
- [16] Liu X W, Jiang L, Xu H. Ultra-wideband signal detection on Hilbert-Huang Transform [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2015, 51(12): 223-229 (in Chinese)  
刘潇文, 蒋磊, 许华. 基于希尔伯特-黄变换的超宽带信号检测方法 [J]. *计算机工程与应用*, 2015, 51(12): 223-229
- [17] Wang Y H, Dang Y G, Pu X J. Improved unequal interval grey model and its applications [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2011, 22(3): 445-451
- [18] Zhang Z T, Zhu J J, Kuang C L, et al. Multi-threshold wavelet packet denoising method and its application in deformation analysis [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2014, 43(1): 13-20 (in Chinese)  
章浙涛, 朱建军, 匡翠林, 等. 小波包多阈值去噪法及其在形变分析中的应用 [J]. *测绘学报*, 2014, 43(1): 13-20
- [19] Chen X B, Chen H, Jia Z B. The UWB signal Detection Based on DWT [J]. *Journal of Guizhou University*, 2011, 28(1): 70-73 (in Chinese)  
陈小波, 陈红, 贾占彪. 基于离散小波变换的超宽带信号检测 [J]. *贵州大学学报*, 2011, 28(1): 70-73