

一种基于矩阵补全的室内指纹定位算法

沙朝恒¹ 肖甫^{1,2,3} 陈蕾^{1,2} 孙力娟^{1,2,3} 王汝传^{1,2,3}

(南京邮电大学计算机学院 南京 210003)¹

(江苏省无线传感网高技术研究重点实验室 南京 210003)²

(宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室 南京 210003)³

摘要 近年来室内定位技术引起了研究者的广泛关注,现有基于信号指纹的室内定位算法需要大量采集指纹数据,且在噪声干扰下易产生较大的定位误差。针对上述问题,提出了一种鲁棒的基于矩阵补全的室内指纹定位算法,其基于信号指纹矩阵的低秩特性,将噪声干扰下的指纹数据恢复问题建模为范数正则化矩阵补全问题;在此基础上引入 L1 范数和 F 范数以平滑野值噪声并提高算法的稳定性,最终通过交替方向乘子法和变量分裂技术进行有效求解。实验结果表明,该算法只需进行少量信号指纹数据采集即可较为完整地恢复出指纹库,在各种噪声场景下均能获得高于同类算法的定位精度。

关键词 室内定位,信号指纹,矩阵补全,野值噪声

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.6.019

Fingerprint-based Indoor Localization via Matrix Completion

SHA Chao-heng¹ XIAO Fu^{1,2,3} CHEN Lei^{1,2} SUN Li-juan^{1,2,3} WANG Ru-chuan^{1,2,3}

(School of Computer Science & Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)¹

(Jiangsu High Technology Research Key Laboratory for Wireless Sensor Networks, Nanjing 210003, China)²

(Key Lab of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology of Ministry of Education, Nanjing 210003, China)³

Abstract In recent years, indoor localization technique has attracted widespread attention of researchers. Existing fingerprint-based algorithms require sufficient fingerprint data and are apt to cause big localization error under the interference of noise. To address this challenge, we proposed a robust indoor localization algorithm based on matrix completion, which utilizes the low rank feature of fingerprint matrix to reconstruct the original fingerprint database from a small amount of RSSI fingerprint data. By introducing L1-norm and Frobenius-norm to smooth outlier and enhance algorithm stability, the recovering of fingerprint database with noise is formulated as a norm-regularized matrix completion problem, which can be effectively solved by alternating direction method of multiplier and variable splitting technology. Experiment results demonstrate that this algorithm can recover the complete fingerprint database with a small amount of fingerprint data and achieve higher localization accuracy than similar algorithms under the interference of various types of noise.

Keywords Indoor localization, Fingerprint, Matrix completion, Outlier noise

1 引言

近年来,随着移动互联网的发展和智能移动终端的普及,室内定位技术引起了研究者的广泛关注^[1]。作为室外定位技术在室内环境的延续,室内定位填补了传统定位技术的空白,有着广泛的应用前景。如大型购物商场中定位具体商店以及智能导购系统、火灾等公共安全事件场景下的室内人员定位系统等。室外环境下,以 GPS 为代表的定位技术已经非常成

熟,但在建筑物内,由于墙体、玻璃等障碍的遮蔽,GPS 信号严重衰减,无法实现理想的定位效果。此外,由于室内环境复杂,障碍物和干扰源繁多,信号传播过程中的多径效应与噪声干扰成为普遍现象,进一步加大了室内定位的难度。

现有的室内定位技术主要基于超声波、RFID、UWB、Zig-Bee 和 WLAN 等。与其他技术相比,基于 WLAN 的室内定位技术^[2]利用了随处可得的 WLAN 接入点,无需额外安装成本高昂的特定设备,成为当前较为成熟的室内定位技术。基

到稿日期:2015-06-30 返修日期:2015-08-16 本文受国家自然科学基金(61373137,61373017,61373139),江苏省高校自然科学基金重大项目(14KJA520002),江苏省“六大人才高峰”项目(2013-DZXX-014),江苏省“青蓝工程”项目和江苏省高校优势学科建设工程资助项目(信息与通信工程)资助。

沙朝恒(1990-),男,硕士生,主要研究方向为无线传感器网络,E-mail:schl123@163.com;肖甫(1980-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为无线传感器网络,E-mail:xiaof@njupt.edu.cn(通信作者);陈蕾(1975-),博士,副教授,主要研究方向为无线传感器网络和机器学习,E-mail:chenlei@njupt.edu.cn;孙力娟(1963-),女,教授,博士生导师,主要研究方向为无线传感器网络,E-mail:sunlj@njupt.edu.cn;王汝传(1943-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为无线传感器网络,E-mail:wangrc@njupt.edu.cn。

于 WLAN 的室内定位技术以采集接入点的无线信号强度 (Received Signal Strength Indication, RSSI) 为基础, 又可分为基于信号传播模型^[3]和基于信号指纹^[4]的两类算法。信号传播模型依靠分析信号传播过程中的特性建立数学模型来推断传播距离, 方法简单, 但无法适应复杂的室内环境, 定位精度有限。基于信号指纹的算法不需要将信号强度值映射为传播距离, 而是先对信号强度与位置间的内在规律进行学习, 建立包含位置信息和信号强度对应关系的指纹库, 然后通过新的测量值与学习过的样本点的匹配实现定位。此类算法可以将信号的不确定性考虑在内, 定位精度较高, 成为当前基于 WLAN 的室内定位算法的主流, 也是我们研究的重点。然而, 基于信号指纹的室内定位算法首先需要对室内环境进行勘察并建立指纹库, 工作量巨大; 同时, 由于室内众多障碍物和干扰源的存在, 采集到的 RSSI 数据不可避免地存在误差。除了常见的高斯噪声外, 由设备故障、人员移动和环境变化等导致的部分远超正常范围的异常 RSSI 值 (本文称之为野值噪声, Outlier), 这也是不可忽视的噪声成分。这些噪声的存在严重影响了指纹库的真实性, 从而大大降低了最终的定位精度。

为解决上述问题, 本文研究并提出了一种基于指纹矩阵补全的室内鲁棒定位算法。通过利用指纹矩阵的低秩性, 只需采样部分信号指纹即可利用矩阵补全理论恢复出完整的指纹库; 更进一步, 为有效消除信号指纹包含的野值噪声并提高补全算法的稳定性, 引入 L1 范数正则化项和 F 范数正则化项, 将指纹数据恢复问题建模为范数正则化矩阵补全问题, 并通过交替方向乘法 (Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)^[5]结合变量分裂技术 (Variable Splitting Technology)^[6]进行求解。实验结果表明, 本文算法能够有效减少信息指纹库构建的工作量, 并在各类噪声情况下获得高于同类算法的定位精度。

本文第 2 节介绍与本文相关的研究工作; 第 3 节提出基于指纹矩阵补全的室内定位算法; 第 4 节给出实验结果及分析; 最后总结全文。

2 相关工作

2.1 基于无线信号指纹的室内定位算法

基于信号指纹的室内定位算法包含两个步骤: 离线采样阶段和在线定位阶段。离线阶段的目标是建立信号指纹数据库。首先在定位区域选取若干参考点 (Reference Point, RP), 然后在每个参考点测量对应各个无线接入点 (Access Point, AP) 的 RSSI 值, 并将参考点物理位置与 RSSI 向量的对应关系存入数据库, 该数据库即称为信号指纹数据库。在线定位阶段, 用户在测试点 (Test Point, TP) 以同样的方法接收各个 AP 的 RSSI 值, 然后根据一定的匹配算法与指纹数据库中存储的指纹信息进行匹配, 最终得到测试点的物理位置。

当前对基于信号指纹的室内定位算法的研究主要着眼于对在线定位算法的改进, 以期获得更高的定位精度, 常见算法包括最近邻法、K 近邻法^[4]、贝叶斯估计法^[7]及核函数法^[8]等, 而基于离线阶段指纹库构建的工作则较为缺乏。实际上, 离线阶段采集数据的巨大工作量已成为阻碍此类算法广泛应用的瓶颈问题; 同时, 构建的指纹数据库往往包含噪声, 导致最终定位精度大幅降低。传统构建指纹库的方法为逐点采样

法, 通常的做法是将定位区域均匀划分为矩形网格, 每个网格设置一个参考点 RP, 当网格足够小时, 该方法能够获得很高的定位精度, 但相应的采样工作量则十分巨大。同时, 逐点采样法要求定位区域是几乎处处可达的, 对于结构复杂的建筑物来说, 这一要求无疑是苛刻的。文献^[9]提出了传播模型预测法, 即通过少量采样数据估计出定位区域内的信号传播模型, 其余参考点的信号强度值则由传播模型预测产生; 与此类似, 一些定位算法利用无线信号的空间相关性, 引入经典的插值法^[2]对少量采样的信号指纹库进行补全。Yang 等^[10]从群智感知出发, 设计了基于 WIFI 和智能手机的室内定位系统 WILL, 其利用用户无意识上传的 RSSI 数据构建信号指纹数据库, 在无需进行专门信号采集工作的前提下实现了 room-level 的定位。上述算法能够有效减少离线采样阶段的工作量, 但均以牺牲一定的定位精度为代价。Feng 等^[11]考虑到来自同一 AP 的 RSSI 值对应频域内的傅里叶系数存在稀疏性, 结合压缩感知理论对部分采样的指纹库进行重构; 文献^[12]则引入了矩阵补全理论^[13], 通过随机监听无线信道的方式构建部分采样的指纹库, 并利用指纹矩阵的低秩性对其进行补全。但该定位方法仍需在所有参考点进行采样, 无法有效减少离线阶段工作量; 没有对噪声进行检测与处理, 在环境恶劣尤其是野值噪声严重的情况下定位精度大幅下降。针对上述问题, 本文在指纹矩阵补全的基础上引入 L1 范数正则化因子以处理野值噪声; 为提高算法稳定性, 将待恢复矩阵的核范数与 F 范数相结合, 在使相关性强的矩阵补全结果更加稳定的同时还能够有效平滑高斯噪声。

2.2 矩阵补全理论

近年来, Donoho 等提出的压缩感知理论^[14]成为信号处理、数据收集等相关领域的研究热点问题之一。通过挖掘信号的稀疏特性, 压缩感知能够在远小于 Nyquist 采样率的条件下较为精确地重构出原始信号。作为压缩感知理论在矩阵空间的扩展, 矩阵补全利用矩阵奇异值的稀疏性 (即矩阵的低秩性), 通过采样矩阵的部分元素来恢复原始矩阵。

标准的矩阵补全问题通常描述为:

$$\min_{X \in \mathbb{R}^{m \times n}} \text{rank}(X) \quad \text{s. t. } P_{\Omega}(M) = P_{\Omega}(X) \quad (1)$$

其中, $\Omega \subseteq [n_1] \times [n_2]$ ($[n_1] = \{1, 2, \dots, m\}$, $[n_2] = \{1, 2, \dots, n\}$) 为采样元素的下标集合, $P_{\Omega}(\cdot)$ 为正交投影算子, 表示当 $(i, j) \in \Omega$ 时, M_{ij} 为采样元素, 即:

$$[P_{\Omega}(M)]_{ij} = \begin{cases} M_{ij}, & \text{if } (i, j) \in \Omega \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

矩阵秩函数的非凸和非连续性, 导致该问题无法在线性时间内求解。受压缩感知理论启发, Candes 等引入矩阵核范数替代矩阵秩函数, Recht 等进一步证明了矩阵秩函数可被其凸包核范数取代, 因此问题 (1) 可松弛为:

$$\min_{X \in \mathbb{R}^{m \times n}} \|X\|_* \quad \text{s. t. } P_{\Omega}(M) = P_{\Omega}(X) \quad (3)$$

问题 (3) 能够产生低秩解, 但由于模型中只考虑待恢复矩阵的核范数, 可能导致相关性强的矩阵补全问题得到不稳定解。针对这一问题, Li 等^[15]在该基础上引入待补全矩阵的 F 范数, 提出了 elastic-net 正则化模型:

$$\min_{X \in \mathbb{R}^{m \times n}} \|X\|_* + \|X\|_F^2 \quad \text{s. t. } P_{\Omega}(M) = P_{\Omega}(X) \quad (4)$$

目前矩阵补全问题已有多种成熟的求解算法, 如 Cai 等人提出的奇异值阈值算法 (Singular Value Thresholding,

SVT)^[16]、Zhang 等人提出的截断核范数正则化算法 (Truncated Nuclear Norm Regularization, TNNR)^[17] 和 Wang 等人提出的 RIMP 算法^[18] 等。当矩阵采样元素无噪或仅包含高斯噪声时, 这些算法均能精确地恢复目标矩阵。但当采样矩阵包含稀疏野值 (Outlier) 噪声时, 这些算法的性能将急剧下降。

3 基于指纹矩阵补全的室内定位

3.1 指纹矩阵构建与分析

设定位区域为一个矩形区域, 将其均匀划分为 $n_1 \times n_2$ 个网格, 则每个网格代表一个参考点, 如图 1 所示。在每个参考点进行采样, 则对每个 AP 将会形成一个 $n_1 \times n_2$ 大小的矩阵, 矩阵中的元素即为该位置对应参考点采集到的来自该 AP 的无线信号强度, 整个矩阵可以看作 AP 在定位区域的信号指纹分布图, 将其称为指纹矩阵。如果采用逐点采样法, 则能够得到很高的定位精度, 但巨大的采样工作量往往令人无法承受; 同时, 由于环境的复杂性, 并非所有的网格区域都可以进行信号测量, 通常只有一个小规模的采样点子集可以被测量, 因此指纹矩阵是不完整的, 只有部分元素已知, 缺失元素需要通过矩阵补全算法进行补充。图 1 中灰色方块表示在该位置的参考点进行了实际测量, 而白色方块对应参考点的信号强度值则通过矩阵补全算法得到。

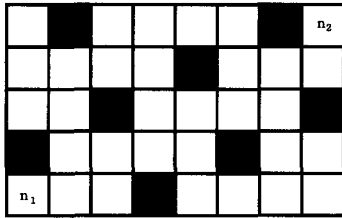


图 1 基于网格划分与部分采样的定位区域示意图

由 2.2 节可知, 矩阵补全理论适用的前提为目标矩阵低秩或者近似低秩。因此, 在利用矩阵补全算法对元素缺失的指纹矩阵进行恢复之前, 首先需要对其低秩性进行验证。对于无线信号而言, 其信号强度值一般随距离增大而衰减, 因此往往具有一定的空间相关性, 对于定位区域内的参考点来说, 空间相邻的参考点通常拥有相似的信号指纹。这一性质表明指纹矩阵的自由度远远小于其维度, 为指纹矩阵的低秩性提供了理论支撑。为了验证指纹矩阵的低秩性, 通过仿真实验构建了一个 25×50 的指纹矩阵。实验以 50×100 作为定位区域并随机部署了一个 AP, 信号传播模型与文献^[19]一致。图 2 为归一化后的指纹矩阵奇异值分布, 可以看到前几个奇异值占有了绝大部分“能量”, 其他奇异值则趋近于 0, 这表明指纹矩阵确实是低秩或近似低秩的。

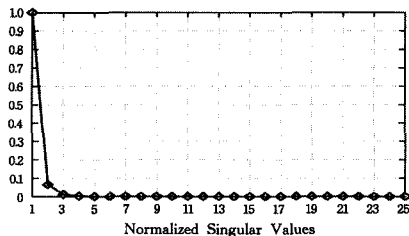


图 2 归一化后的指纹矩阵奇异值分布

3.2 范数正则化指纹矩阵补全算法

由上文可知, 指纹矩阵具有较好的低秩特性, 能够通过矩

阵补全理论进行恢复。当矩阵采样元素无噪或仅包含高斯噪声时, 现有的矩阵补全算法均能较精确地恢复目标矩阵。然而在室内定位场景下, 野值噪声也是不可忽视的噪声成分, 它的存在使得现有矩阵补全算法性能急剧下降。此处的野值即异常值, 通常指代那些远超正常范围的数据, 这些数据往往意味着较大的误差, 通常由设备故障、人员移动和环境变化等因素所导致。

为有效处理此类野值噪声, 本文将正则化技术引入到矩阵补全问题中, 由于野值噪声往往具有稀疏性, 可通过 L0 范数对其进行刻画。设 A 为指纹矩阵, Z 为稀疏野值矩阵, $P_\Omega(M)$ 为采样矩阵, 则野值噪声条件下的信号指纹矩阵补全可建模为如下问题:

$$\begin{aligned} \min_{A, Z \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \quad & \text{rank}(A) + \lambda \|Z\|_0 \\ \text{s. t.} \quad & P_\Omega(M) = P_\Omega(A + Z) \end{aligned} \quad (5)$$

由于矩阵的秩和 L0 范数均为非凸函数, 问题(5)是一个 NP-hard 问题。与文献^[20]类似, 将矩阵的秩函数松弛为矩阵核范数, 将矩阵的 L0 范数松弛为 L1 范数, 因此上述问题可松弛为如下凸优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{A, Z \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \quad & \|A\|_* + \lambda \|Z\|_1 \\ \text{s. t.} \quad & P_\Omega(M) = P_\Omega(A + Z) \end{aligned} \quad (6)$$

由前文可知, 模型中只考虑待恢复矩阵的核范数, 可能导致相关性强的矩阵补全问题得到不稳定解。因此, 根据 elastic-net 的基本思想^[15], 引入待恢复矩阵的 F 范数作为新正则项, 与原有的核范数组成联合正则化项, 利用核范数控制解的唯一性和低秩性, F 范数控制解的稳定性, 从而使得矩阵补全结果更加稳定且对高斯噪声更加鲁棒。改进后的模型为:

$$\begin{aligned} \min_{A, Z \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \quad & \|A\|_* + \lambda \|Z\|_1 + \mu \|A\|_F \\ \text{s. t.} \quad & P_\Omega(M) = P_\Omega(A + Z) \end{aligned} \quad (7)$$

引入优化领域流行的交替方向乘子法 (ADMM)^[5] 来求解该问题。交替方向乘子法利用了目标函数及约束的可分离特性, 并通过引入增广拉格朗日函数将约束优化问题转换为无约束优化问题, 能够获得极快的收敛速度。

为应用交替方向乘子法求解问题(7), 首先将该问题的约束改写为线性形式:

$$\begin{aligned} \min_{A, Z \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \quad & \|A\|_* + \lambda \|Z\|_1 + \mu \|A\|_F^2 \\ \text{s. t.} \quad & M - A - Z - E = 0, P_\Omega(E) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

问题(8)对应的增广拉格朗日函数为:

$$L_\rho(A, Z, E, Y) = \|A\|_* + \lambda \|Z\|_1 + \mu \|A\|_F^2 + \langle Y, M - A - Z - E \rangle + \frac{\rho}{2} \|M - A - Z - E\|_F^2 \quad (9)$$

则可以通过求解如下无约束优化问题来求得问题(8)的最优解 (A^*, Z^*) , 即:

$$(A^*, Z^*) = \arg \min_{A, Z, E, Y \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} L_\rho(A, Z, E, Y) \quad (10)$$

但待补全矩阵的核范数与 F 范数联合正则化项的存在, 给问题(10)的求解带来了困难。为此, 引入变量分裂技术^[6], 通过添加新的约束将联合正则化项分解为各自独立的成分:

$$\begin{aligned} \min_{A, B, Z, E, Y \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \quad & \|A\|_* + \lambda \|Z\|_1 + \mu \|B\|_F^2 + \langle Y, M - A - Z - E \rangle + \frac{\rho}{2} \|M - A - Z - E\|_F^2 \\ \text{s. t.} \quad & B = A \end{aligned} \quad (11)$$

令 $Y=(Y_1, Y_2)$, $\mu=(\mu_1, \mu_2)$, 则问题(11)的增广拉格朗日函数为:

$$L_\rho(A, B, Z, E, Y) = \|A\|_* + \lambda \|Z\|_1 + \mu \|B\|_F^2 + [Y_1, M-A-Z-E] + \frac{\rho_1}{2} \|M-A-Z-E\|_F^2 + [Y_2, B-A] + \frac{\rho_2}{2} \|B-A\|_F^2 \quad (12)$$

式(12)可进一步变形为:

$$L_\rho(A, B, Z, E, Y) = \|A\|_* + \lambda \|Z\|_1 + \mu \|B\|_F^2 + \frac{\rho_1}{2} \|M-A-Z-E + \frac{1}{\rho_1} Y_1\|_F^2 + \frac{\rho_2}{2} \|B-A + \frac{1}{\rho_2} Y_2\|_F^2 \quad (13)$$

由交替方向乘子法可知, 问题(11)应通过变量交替更新方式进行迭代求解, 其具体过程为:

更新 A 时,

$$A = \arg \min_{A \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \|A\|_* + \frac{\rho_1}{2} \|M-A-Z-E + \frac{1}{\rho_1} Y_1\|_F^2 + \frac{\rho_2}{2} \|B-A + \frac{1}{\rho_2} Y_2\|_F^2 \\ = \arg \min_{A \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \|A\|_* + \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \|A - \frac{1}{\rho_1 + \rho_2} [\rho_1(M-Z-E + \frac{1}{\rho_1} Y_1) + \rho_2(B + \frac{1}{\rho_2} Y_2)]\|_F^2 \quad (14)$$

由文献[16]可知, 问题(14)可通过如下定理进行求解。

定理 1 对任意的 $\tau > 0$, $Z \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$, 问题

$$D_\tau(Z) = \arg \min_{X \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \left\{ \frac{1}{2} \|X-Z\|_F^2 + \tau \|X\|_* \right\} \quad (15)$$

的解可通过矩阵奇异值阈值算子 $D_\tau(Z)$ 表示, 其定义为:

$$D_\tau(Z) = US_\tau(\Sigma)V^T \quad (16)$$

其中, $S_\tau(\Sigma)$ 表示矩阵收缩算子(见定理 2), $U \in \mathbb{R}^{m \times r}$, $V \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 和 $\Sigma \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 由矩阵 Z 的奇异值分解 $Z = U\Sigma V^T$ 求得。

因此, 问题(14)的解为:

$$A = D_{(\rho_1 + \rho_2)/2}^{-1} \left(\frac{\rho_1(M-Z-E + \frac{1}{\rho_1} Y_1) + \rho_2(B + \frac{1}{\rho_2} Y_2)}{\rho_1 + \rho_2} \right) \quad (17)$$

更新 B 时,

$$\arg \min_{B \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \mu \|B\|_F + \frac{\rho_2}{2} \|B-A + \frac{1}{\rho_2} Y_2\|_F^2 \quad (18)$$

式(18)为强凸函数, 通过偏微分函数即可求其最小值, 则

$$B = \frac{\rho_2 A - Y_2}{2\mu + \rho_2} \quad (19)$$

更新 Z 时,

$$Z = \arg \min_{Z \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \lambda \|Z\|_1 + \frac{\rho_1}{2} \|M-A-Z-E + \frac{1}{\rho_1} Y_1\|_F^2 \quad (20)$$

由文献[21]可知, 问题(22)可通过如下定理进行求解。

定理 2 对任意的 $\tau > 0$, $Z \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$, 问题

$$\arg \min_{X \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \left\{ \frac{1}{2} \|X-Z\|_F^2 + \tau \|X\|_1 \right\} \quad (21)$$

的解可通过矩阵收缩算子 $S_\tau(Z)$ 表示, 其定义为:

$$[S_\tau(Z)]_{ij} = \text{sign}(Z_{ij}) \max(0, |Z_{ij}| - \tau) \quad (22)$$

其中, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数。

由定理 2 可得:

$$Z = S_{\lambda/\rho_1}(M-A-E + \frac{1}{\rho_1} Y_1) \quad (23)$$

更新 E 时,

$$E = \arg \min_{P_{\Omega}(E)=0} \lambda \|Z\|_1 + \frac{\rho_1}{2} \|M-A-Z-E + \frac{1}{\rho_1} Y_1\|_F^2 \\ = P_{\bar{\Omega}}(M-A-Z + \frac{1}{\rho_1} Y_1) \quad (24)$$

最后更新 Y ,

$$Y_1 = Y_1 + \rho_1(M-A-Z-E) \\ Y_2 = Y_2 + \rho_2(B-A) \quad (25)$$

根据上述推导过程, 问题(7)的求解过程如算法 1 所示。

算法 1 范数正则化指纹矩阵补全算法

输入: 采样矩阵 $P_\Omega(M)$ 和参数 $\lambda, \mu_1, \mu_2, \rho_1, \rho_2$

输出: 目标矩阵 A^{opt} , 稀疏噪声矩阵 Z^{opt}

1. 初始化 $A^0 = 0, B^0 = 0, Z^0 = 0, Y_1^0 = 0, Y_2^0 = 0, k = 0$

2. while not converged do

3. $A^{k+1} = D_{(\rho_1 + \rho_2)}^{-1} \left(\frac{\rho_1(M-Z^k - E^k + \frac{1}{\rho_1} Y_1^k) + \rho_2(B^k + \frac{1}{\rho_2} Y_2^k)}{\rho_1 + \rho_2} \right);$

4. $B^{k+1} = (\rho_2 A^{k+1} - Y_2^k) / (2\mu + \rho_2);$

5. $Z^{k+1} = S_{\lambda/\rho_1}(M - A^{k+1} - E^k + \frac{1}{\rho_1} Y_1^k);$

6. $E^{k+1} = P_{\bar{\Omega}}(M - A^{k+1} - Z^{k+1} + \frac{1}{\rho_1} Y_1^k);$

7. $Y_1^{k+1} = Y_1^k + \rho_1(M - A^{k+1} - Z^{k+1} - E^{k+1});$

8. $Y_2^{k+1} = Y_2^k + \rho_2(B^{k+1} - A^{k+1});$

9. $k = k + 1;$

10. end while

11. 输出 $X^{\text{opt}}, Z^{\text{opt}}$

3.3 基于指纹矩阵补全的室内定位算法

以指纹矩阵补全为基础, 本节提出一种新型的噪声鲁棒室内定位算法。通过利用无线信号的空间相关性, 该定位算法只需选取少量参考点进行采样即可获得较高的定位精度, 能够有效减少离线阶段构造指纹数据库的工作开销。

仍以图 1 为例, 设定位区域为一个矩形区域, 将其均匀划分为 $n_1 \times n_2$ 个网格, 则每个网格代表一个参考点, 共 $n_1 \times n_2 = n$ 个参考点; 同时, 在整个区域内随机部署 m 个无线接入点。在定位过程中, 选取部分参考点进行无线信号强度采集, 则对于每个 $AP_i (i=1, 2, \dots, m)$, 将生成一个元素缺失且含噪的指纹矩阵 $P_\Omega(M_i) \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$ 。利用 3.2 节提出的范数正则化指纹矩阵补全算法, 能够较精确地恢复出原始指纹矩阵 A_i , 从而获取 AP_i 在未采样位置的信号强度。将 A_i 展开为行向量 $a_i \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, 则该向量表示 AP_i 在所有参考点位置的无线信号强度值。据此可以构建出整个区域的指纹库:

$$F = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & \cdots & P_{1,n} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & \cdots & P_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m,1} & P_{m,2} & \cdots & P_{m,n} \end{bmatrix} \quad (26)$$

其中, $P_{i,j}$ 代表第 j 个参考点位置接收到的来自第 i 个 AP 的无线信号强度。假设选取了 $k (k < n)$ 个参考点进行采样, 则信号采集工作量削减为原来的 k/n , 无疑大大减少了离线阶

段的工作开销。指纹数据库构建完毕后,即可采用经典的 KNN 算法^[4]进行在线阶段的目标定位。将上述定位过程归纳为基于指纹矩阵补全的室内定位算法,如算法 2 所示。

算法 2 基于指纹矩阵补全的室内定位算法

场景设置: $n_1 \times n_2$ 矩形定位区域, n 个参考点, m 个接入点
 设 TP 为待定位点, b 为该点测得的信号指纹向量

//离线指纹库构建

1. 随机选取部分参考点进行采样,参考点下标集合为 Ω ;

2. for $i=1:1:m$

3. 根据采样数据 $P_{\Omega}(M_i)$ 恢复原始指纹矩阵 A_i :

$$\min_{A_i \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}} \|A\|_* + \lambda \|Z\|_1 + \mu \|A\|_F$$

$$\text{s. t. } P_{\Omega}(M) = P_{\Omega}(A+Z);$$

4. 将指纹矩阵 A_i 展开为行向量: $a_i = \text{reshape}(A_i, 1, n)$;

5. 构建指纹库 $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$; $F(i, :) = a_i$;

6. end

//在线定位

7. 获取与 TP 最为匹配的 k 个参考点: $\{RP_1, RP_2, \dots, RP_k\} = \text{KNN}(F, b)$;

8. 计算 TP 物理位置: $x(\text{TP}) = \text{avg}(x(RP_1), x(RP_2), \dots, x(RP_k))$, 其中 $x(\cdot)$ 表示 \cdot 对应的物理坐标。

4 仿真实验

为验证所提算法的有效性,基于 Matlab 进行了仿真实验,将本文基于范数正则化指纹矩阵补全的定位算法与传统的基于插值法的定位算法 2 及文献[12]提出的基于 MC 的定位算法(本节将其简称为 MC-based 定位算法)进行对比。

假定以一块 $50\text{m} \times 100\text{m}$ 的矩形区域为定位目标区域,在其中随机部署 30 个 AP;以 2m 为间隔将定位区域均匀划分为 25×50 个网格,每个网格代表一个参考点;随机选取 30 个测试点对定位精度进行计算。为了模拟各个参考点处无线信号强度的取值,本实验采用了与文献[12]类似的信号传播损耗模型:

$$P_r(d) = P_t - \bar{P}(d_0) - 10n \log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad (27)$$

其中, $P_r(d)$ 表示在距离 d 的位置接收到 AP 的信号强度, P_t 为 AP 发出的信号强度, $\bar{P}(d_0)$ 表示在距离为 d_0 的位置平均信号强度损耗值,通常为 1m 处。 n 是已知值,为路径损耗指数。对于 IEEE 802.11b 协议而言, P_t 通常固定为 15dB;设 $\bar{P}(d_0) = 35\text{dB}$, $n = 4.4$,则所有参考点处的信号强度均可通过式(27)模拟得到。

如算法 2 所示,在构建指纹库过程中,随机选取部分参考点进行信号测量,对每个 AP 形成一个不完整的指纹矩阵,并根据场景设置向指纹矩阵添加噪声;通过范数正则化指纹矩阵补全算法对指纹矩阵进行恢复后,最终构造出一个完整的指纹库;在线定位阶段,利用 KNN 算法计算测试点位置坐标 ($K=20$),并将它们与真实位置的欧氏距离偏差平均值作为最终的定位误差。为考察算法在不同噪声场景下的表现,共设计了 4 组不同的实验,分别考察在无噪声条件下、野值噪声条件下、高斯噪声条件下及高斯野值混合噪声条件下的定位效果。

实验 1 无噪声实验

本实验假设所有采集的信号强度数据均为准确值,不包

含任何噪声。图 3 显示了不同采样率下 3 种算法定位误差的变化情况。

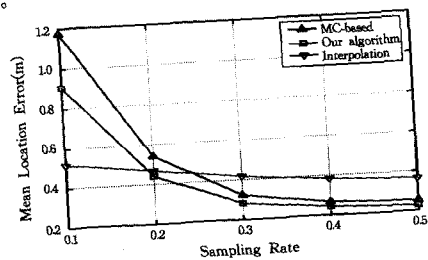


图 3 无噪声条件下定位误差与采样率的关系

由图 3 可以看出,当采样率为 0.1 时,由于选取的参考点数目过少,3 种算法的定位误差均比较大;随着采样率的增大,MC-based 定位算法及本文算法的定位误差迅速降低,而插值法的定位误差降低幅度十分有限。当采样率大于 0.3 时,本文算法的定位精度远远高于插值法且略优于 MC-based 定位算法。这说明本文算法能够更有效地对指纹库进行补全,从而获得更高的定位精度。

实验 2 野值噪声实验

本实验假设采样数据仅受到野值噪声影响,实验中野值噪声比例设定为 1%,大小在 $-30\text{dB} \sim -50\text{dB}$ 之间随机产生。图 4 显示了不同比例采样情况下定位误差的变化情况。

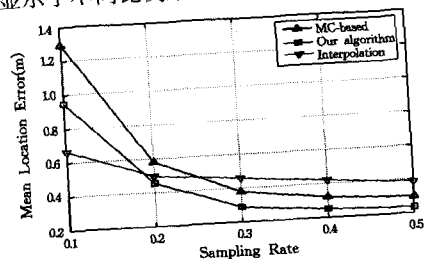


图 4 野值噪声条件下定位误差与采样率的关系

对比图 4 与图 3 可以发现,在野值噪声条件下,基于插值法的定位算法和 MC-based 定位算法的定位误差相对于无噪声条件下出现了较大幅度的增加,这表明两种算法对野值噪声较敏感,无法对其进行有效处理。与此相反,本文算法在野值噪声干扰下仍保持了较高的定位精度,其定位误差远小于基于插值法的定位算法和 MC-based 定位算法。当采样率为 0.5 时,本文算法的定位误差约为 0.23m。此实验结果表明,本文提出的基于范数正则化指纹矩阵补全的定位算法能够更好地平滑野值噪声,在野值噪声环境中具有更好的鲁棒性。

实验 3 高斯噪声实验

本实验假设距离数据仅包含高斯噪声,并设置其均值为 0,标准差为 1。图 5 显示了不同采样率下定位误差的变化情况。

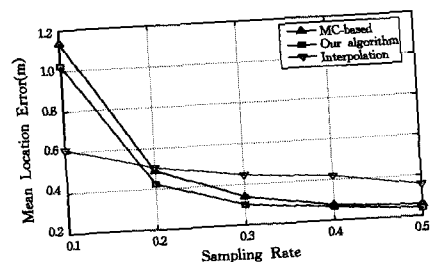


图 5 高斯噪声条件下定位误差与采样率的关系

由图5可以看出,在高斯噪声干扰下,基于插值法的定位算法性能出现了一定程度的下降,而MC-based定位算法及本文算法均能够有效处理高斯噪声,且本文算法的定位误差略低于MC-based定位算法。

实验4 混合噪声实验

本实验假设采样数据同时受到野值噪声及高斯噪声的影响。实验中野值噪声比例设定为1%,大小在-30dB~-50dB之间随机产生。图6显示了不同比例采样情况下定位误差的变化情况。

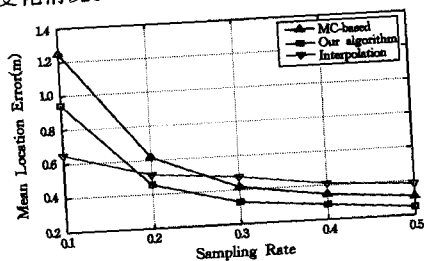


图6 混合噪声条件下定位误差与采样率的关系

如图6所示,基于插值法的定位算法和MC-based定位算法的整体定位误差较大,无法在混合噪声场景下实现精确的定位。对比图6与图3可以看出,本文算法在混合噪声干扰下仍可达到接近于无噪声条件下的定位精度。具体到0.3的采样率下,本文算法对应获得的定位误差约为0.32m,而基于插值法的定位算法和MC-based定位算法对应的定位误差分别为0.41m和0.47m。

结束语 本文提出了一种基于矩阵补全的室内指纹定位算法。为减少离线阶段构建指纹库的工作量,基于指纹矩阵的低秩特性,引入矩阵补全理论重构信号指纹库;针对室内环境下设备故障、人员移动和环境变化等导致的野值噪声干扰问题,引入L1范数正则化项对野值噪声进行有效平滑;同时借鉴elastic-net思想,利用待补全矩阵的F范数提高了补全算法的稳定性与鲁棒性。实验结果表明,所提出的定位算法只需进行少量信号指纹采集即可恢复出完整的指纹库,在无噪声条件下、高斯噪声条件下、野值噪声条件下和高斯野值混合噪声条件下均能获得高于同类算法的定位精度。

参考文献

- [1] Gu Y Y, Lo A, Niemegeers I. A survey of indoor positioning systems for wireless personal networks [J]. *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, 2009, 11(1): 13-32
- [2] Li B, Salter J, Dempster A G, et al. Indoor positioning techniques based on wireless lan [C] // Proc. of Aus Wireless. 2006
- [3] Papadakis S, Tragantitis A. Wireless positioning using the signal strength difference on arrival [C] // Proc. of 7th International Conference on Mobile Adhoc and Sensor Systems (MASS). 2010: 674-681
- [4] Bahl P, Padmanabhan V N. RADAR: An in-building RF-based user location and tracking system [C] // Proc. of INFOCOM 2000. Nineteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. IEEE, 2000: 775-784
- [5] Boyd S, Parikh N, Chu E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multip-

- (1): 1-122
- [6] Afonso M V, Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(9): 2345-2356
- [7] Seshadri V, Zaruba G V, Huber M. A bayesian sampling approach to in-door localization of wireless devices using received signal strength indication [C] // Proc. of third IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications. 2005: 75-84
- [8] Kushki A, Plataniotis K N, Venetsanopoulos A N. Kernel-based positioning in wireless local area networks [J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2007, 6(6): 689-705
- [9] Deasy T P, Scanlon W G. Simulation or measurement: the effect of radio map creation on indoor WLAN-based localization accuracy [J]. *Wireless Personal Communications*, 2007, 42(4): 563-573
- [10] Wu C, Yang Z, Liu Y, et al. WILL: Wireless indoor localization without site survey [J]. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2013, 24(4): 839-848
- [11] Feng C, Au W S A, Valaee S, et al. Received-signal-strength based indoor positioning using compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2012, 11(12): 1983-1993
- [12] Nikitaki S, Tsagakatakis G, Tsakalides P. Efficient training for fingerprint based positioning using matrix completion [C] // Proc. of 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). 2012: 195-199
- [13] Candès E J, Recht B. Exact matrix completion via convex optimization [J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2009, 9(6): 717-772
- [14] Donoho D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306
- [15] Li H, Chen N, Li L. Error analysis for matrix elastic-net regularization algorithms [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2012, 23(5): 737-748
- [16] Cai J F, Candès E J, Shen Z. A singular value thresholding algorithm for matrix completion [J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2010, 20(4): 1956-1982
- [17] Hu Y, Zhang D, Ye J, et al. Fast and accurate matrix completion via truncated nuclear norm regularization [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(9): 2117-2130
- [18] Wang Z, Lai M J, Lu Z, et al. Rank-One Matrix Pursuit for Matrix Completion [C] // Proc. of the 31st International Conference on Machine Learning (ICML-14). 2014: 91-99
- [19] Rappaport T S. *Wireless communications: principles and practice* [M]. New Jersey: Prentice hall PTR, 1996
- [20] Lin Zhou-chen, Chen Min-ming, Ma Yi, et al. The augmented Lagrange multiplier method for exact recovery of corrupted low-rank matrices [EB/OL]. (2010-09-26). <http://arxiv.org/abs/1009.5055>
- [21] Bruckstein A M, Donoho D L, Elad M. From sparse modeling to systems of equations to sparse modeling of signals and images [J]. *SIAM Review*, 2009, 51(1): 34-81