

基于分数阶全变分正则化的超分辨率图像重建

刘亚男 杨晓梅 陈超楠

(四川大学电气信息学院 成都 610065)

摘要 从退化的低分辨率图像重建得到高分辨率图像的本质是一病态逆问题,针对该问题,通过添加正则项进行处理。在使用传统的全变分(TV)的基础上,添加了分数阶全变分(FOTV)作为另一正则项来约束解空间。分数阶全变分正则项的使用可以更好地重建图像的细节纹理信息,弥补了全变分算子在平滑区域易出现阶梯效应的缺陷。利用交替方向乘子(ADMM)算法将问题划分为子问题,将全变分和分数阶全变分算子作为循环矩阵,通过傅里叶变换将其对角化,降低了计算的复杂程度。实验结果表明,与已有的方法相比,所提方法有效地避免了阶梯效应的产生,较好地保持了细节信息,并且具有更好的峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM)。

关键词 超分辨率图像重建,全变分,分数阶全变分,交替方向乘子法,阶梯效应,纹理

中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.5.052

Super-resolution Image Reconstruction Based on Fractional Order Total Variation Regularization

LIU Ya-nan YANG Xiao-mei CHEN Chao-nan

(College of Electrical Engineering and Information Technology, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract It is an ill-posed that a high resolution image is reconstructed from a degenerate low resolution image, and regularization is added to deal with the problem usually. In this paper, we introduced fractional order total variation (FOTV) as another regularization to constrain the solution space on the basis of traditional total variation(TV) operator. Detailed texture information of the image was better reconstructed by using FOTV regularization, and staircase effect was eliminated. Moreover, we divid the problem into sub-problems by alternating direction multiplier method (ADMM), and total variation and fractional total variation operators were constructed as cyclic matrices. Then, these were diagonalized by Fourier transformation. Therefore, computational complexity is reduced. Experimental results show that compared to existing methods, the proposed model does not suffer from staircase. Furthermore, the proposed model can keep the details of the information and has better value of peak signal to noise ratio(PSNR) and similarity index measure(SSIM).

Keywords Super-resolution image reconstruction, Total variation, Fractional order total variation, Alternating direction multipliers method, Staircase effect, Texture

1 引言

超分辨率图像重建是在现有成像系统的基础上,利用数字信号处理技术,将低分辨率图像重建从而得到细节更丰富的高分辨率图像的技术。超分辨率图像重建技术广泛应用在医学、军事、安防等领域。它利用同一场景的一幅或多幅低分辨率(Low Resolution, LR)图像,重建出具有更多细节信息的高分辨率(High Resolution, HR)图像^[1,2]。在实际应用中,很多情况下只能得到一幅低分辨率图像。因此基于单幅的超分辨率图像进行重建具有较高的研究价值。本文利用单幅图像进行重建来得到高分辨率图像。

在图像获取的过程中,各种不确定因素的影响使得图像的质量降低,将图像的退化过程用数学表达式表述为 $Y = DHX + n$, 其中 D 是下采样(Down Sampling)因子, H 是模糊(Blur)因子, n 是噪声(Noise), X 是高分辨率图像, Y 是低分

辨率图像。高分辨率图像退化到低分辨率图像时,被滤掉了一些信息,再加上噪声等不确定因素的影响,使得根据低分辨率图像 Y 重建得到高分辨率图像 X 是一病态逆问题,对于该问题,可通过附加先验信息、添加正则项进行约束求解^[3]。

Tikhonov 正则化重建方法^[4]是超分辨率图像重建中的代表性正则化方法,它可以重建出质量较好的图像,但是在重建过程中丢失了一些低分辨率图像的细节信息。与 Tikhonov 正则化相比,全变分正则项的使用使得图像质量有了很大的改善,全变分的优势是在抑制重建图像噪声的同时,仍保留图像的边缘细节信息。由于全变分是基于图像局部信息处理的算子,因此应用其重建出的图像易出现阶梯效应^[5]。为了改善图像的重建质量,可将分数阶全变分作为正则项应用到图像重建中。不同于全变分算子,分数阶全变分的本质属性是非局部的。正是由于该特性,应用其重建的图像可以更好地保持图像的结构纹理信息^[6]。

到稿日期:2015-05-19 返修日期:2015-07-10

刘亚男(1992-),女,硕士生,主要研究方向为超分辨率图像重建, E-mail: liuyananscu@163.com; 杨晓梅(1973-),女,博士,副教授,主要研究方向为医学图像处理、模式识别; 陈超楠(1990-),女,硕士生,主要研究方向为医学图像重构。

基于正则化的图像重建有两个关键的问题,一是正则项的选择,二是最小化求解算法的设计。为了使得重建得到的图像边缘清晰,结构纹理细节丰富,结合 TV 和 FOTV 两种正则项的优点,本文选择 TV 和 FOTV 双正则项约束解空间,使用交替方向乘子算法将优化函数划分为子问题进行求解,利用全变分和分数阶全变分算子作为循环矩阵,通过傅里叶变换将其对角化,简化求解过程,重建得到高分辨率图像。

2 优化函数的构造

2.1 全变分正则项

全变分正则项是超分辨率图像重建常用的正则化算子,可表示为^[3]

$$\Upsilon_{TV}(X) = \|\nabla X\|_1 \quad (1)$$

∇X 为对 X 求梯度运算。

全变分还可以表示为

$$\|\nabla X\|_1 = \sqrt{(D_x X)^2 + (D_y X)^2} \quad (2)$$

其中, $D_x X$ 、 $D_y X$ 分别表示图像 X 在水平方向和垂直方向的梯度分量。对于二维图像中的像素点,常用矩阵差分的形式表示为^[5]

$$\Upsilon_{TV}(X) = \sum_{i,j} \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (x_{i,j+1} - x_{i,j})^2} \quad (3)$$

全变分算子使重建后的图像有较高的精度,具有各项异性的平滑作用,通过梯度的计算不但能够保护图像的边缘,而且可以较好地保持图像边界原有的对比度锐度;并且受噪声污染的图像的全变分要明显比没有经过噪声污染的图像的全变分大,通过限制全变分的大小就可以限制图像中的噪声。但是,其在平滑区域的处理效果相对较差,尤其是对灰度值比较相近的区域的处理效果比较差,容易出现阶梯效应,并且全变分在去除噪声的过程中一些细节如纹理信息容易被滤掉,影响重建效果。

2.2 分数阶全变分正则项

为了更好地重建图像的纹理细节信息,弥补全变分算子易产生阶梯效应的缺陷,本文添加了分数阶全变分正则项对解空间进行约束。通过分数阶梯度构造分数阶全变分算子,分数阶梯度可以看作是整数阶梯度的推广,但是目前并没有对分数阶梯度的统一定义,本文主要根据 Grmwald-Letnikov(G-L)分数阶微分的定义^[7]构造分数阶全变分算子。

一般实数意义下的二项式系数定义为

$$C_k^v = \binom{v}{k} = \frac{\Gamma(v+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(v-k+1)} \quad (4)$$

其中

$$\Gamma(v) = \begin{cases} \int_0^{+\infty} x^{v-1} e^{-x} dx, & v > 0 \\ v^{-1} \Gamma(v+1), & v < 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中, v, k 为实数。规定当 $k < 0$ 时, $C_k^v = 0$, 当 v 为整数, 且 $k \geq v+1$ 时, $C_k^v = 0$ 。

根据 Grmwald-Letnikov(G-L)的定义,分数阶梯度定义为^[8]

$$D^v f = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sum_{k \geq 0} (-1)^k C_k^v f(x - kh)}{h^v}, v > 0 \quad (6)$$

其中 v 为分数阶梯度的阶次。当 $v=1$ 时,实际上就是整数阶的一阶梯度算子。当 v 固定时,随着 k 的增加,二项式系数

C_k^v 会快速趋近于 0,所以,当 $h=1$ 时,分数阶梯度算子可以用前 K 项分数阶差分近似表示为

$$D^v f(x) = \sum_{k=0}^{K-1} (-1)^k C_k^v f(x-k) \quad (7)$$

二维数字图像的分数阶全变分要进行两个方向的分离,分为图像 X 在水平方向和垂直方向的分数阶梯度分量 $D_x^v X$ 和 $D_y^v X$,具体可以表示为^[9,10]

$$(D_x^v X)_{i,j} = \sum_{k=0}^{K-1} (-1)^k C_k^v X_{i-k,j} \quad (8)$$

$$(D_y^v X)_{i,j} = \sum_{k=0}^{K-1} (-1)^k C_k^v X_{i,j-k} \quad (9)$$

因此分数阶全变分可以简单表示为^[6]

$$\Upsilon_{FOTV}(X) = \|\nabla^v X\|_1 = \sqrt{(D_x^v X)^2 + (D_y^v X)^2} \quad (10)$$

v 的取值范围为 $1 < v < 2$ 。

分数阶梯度 D^v 不同阶次的幅频特性曲线如图 1 所示。

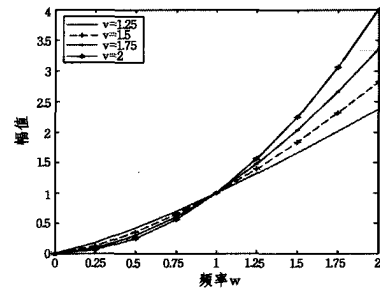


图 1 分数阶梯度算子的幅频特性曲线

与整数阶不同,分数阶在某个点附近的导数是不确定的,因此分数阶全变分的本质特性是非局部的。正是由于这个特点,分数阶全变分算子使得重建图像的细节纹理信息相对较好。从图 1 可以看出,不同阶次的分数阶梯度算子对信号都有加强的作用,并且随着频率的增大,呈非线性增长。在信号的高频部分,分数阶梯度和整数阶梯度对信号都有增强作用,整数阶的增强作用更大,但是在信号的低频区域,分数阶梯度可以更好地保护信号信息^[6]。以此构造的分数阶全变分,选择合适的分数阶阶次,可以在提高信号高频成分的同时,非线性地保留信号的低频部分,因此,分数阶全变分的应用使得图像的边缘更加突出,更好地保留图像的纹理细节信息,并且可以很好地处理平滑区域中灰度值相近的像素点,避免阶梯效应的产生。

2.3 优化函数

超分辨率图像的退化模型为

$$Y = DHX \quad (11)$$

基于该退化模型进行图像重建,当 $DHX - Y$ 最小时,重建得到的高分辨率图像最接近原图。由于重建过程是一病态逆问题,导致解空间不存在或者不唯一。针对该问题,本文使用正则化方法进行求解,添加上述 TV 和 FOTV 双正则项来约束解空间,保证重建图像的边缘清晰,纹理细节丰富。添加正则项之后,优化函数可以表示为

$$X = \arg \min_x \left\{ \frac{1}{2} \|DHX - Y\|_2^2 + \mu \|\nabla X\|_1 + \theta \|\nabla^v X\|_1 \right\} \quad (12)$$

其中, μ 是 θ 正则化系数,用来平衡各项所占的比重。式(12)中的第一项是保真项,用于衡量重建的误差,表示重建图像的拟合程度。通过求解式(12)的优化函数,可以得到相应的高分辨率图像。

3 优化算法

3.1 近端映射

对于式(12)的优化函数,首先利用近端映射的思想对其处理,将其转换为两步求解的方式,从而将超分辨率重建的问题转换为去噪的问题进行处理。用 T 代表保真项表示式(12),即变为对式(13)进行非约束最小化求解。

$$\arg \min \{ \mu T_{TV}(X) + \theta T_{ROT}(X) + T(X) \} \quad (13)$$

Combettes 等人在 Moreau 提出的近端算子的基础上,描述了利用前向后向的方法对式(13)所述问题进行处理。根据凸优化分析的经典论据,式(13)满足

$$\mu \partial T_{TV}(X) + \theta \partial T_{ROT}(X) + \partial T(X) = 0 \quad (14)$$

将式(14)添加正参数 γ , 并进行变形得到:

$$(X + \gamma(\mu \partial T_{TV}(X) + \theta \partial T_{ROT}(X))) - (X - \gamma \partial T(X)) = 0 \quad (15)$$

根据式(15),利用前向后向分裂算法可以得到^[11]:

$$X^{n+1} = \text{Prox}_T(X^n - \gamma \partial T(X^n)) \quad (16)$$

含有带上标 $n, n+1$ 的 X (如 X^n, X^{n+1}) 为某次迭代时的当前值和迭代后的值,下文中也是同样的用法。

由于在点 U 处的近端算子 $\text{Prox}_T(U)$ 为

$$\text{Prox}_T(U) = \arg \min \{ \mu \partial T_{TV}(X) + \theta \partial T_{ROT}(X) + \frac{1}{2\gamma} \| X - U \|^2 \} \quad (17)$$

因此,将式(17)代入式(16),并转换为如下的两步求解方式进行迭代,表示为式(18):

$$\begin{cases} U^{n+1} = X^n - \gamma H^T D^T (DHX^n - Y^n) \\ X^{n+1} = \arg \min \{ \mu \| \nabla X^n \|_1 + \theta \| \nabla^v X^n \|_1 + \frac{1}{2\gamma} \| X^n - U^{n+1} \|^2 \} \end{cases} \quad (18)$$

对式(18)迭代中的 Y 用式(19)进行更新:

$$Y^{n+1} = Y^n + (Y - DHX^{n+1}) \quad (19)$$

将问题转换为式(18)、式(19)表示的求解方式,即将其转换为去噪的问题进行处理。对于该问题,利用 TV 和 FOTV 作为循环矩阵,并通过傅里叶变换将其对角化,从而进行问题的求解。转换过后的问题简化了求解过程,降低了计算的复杂程度。

3.2 交替方向乘子算法

为了求解上述式(18),引入另外两个辅助变量 Z 和 Q , 将其分解成多个子问题进行优化求解。引入变量后,将式(18)的第二个公式用 ADMM 方法展开可得^[12]:

$$\begin{aligned} X^{n+1} = \arg \min_X \{ & \mu \| Z^n \|_1 + \lambda_1 (\nabla X^n - Z^n) + \frac{\beta}{2} \| \nabla X^n - \\ & Z^n \|^2 + \theta \| Q^n \|_1 + \lambda_2 (\nabla^v X^n - Q^n) + \frac{\beta}{2} \| \nabla^v X^n - \\ & Q^n \|^2 + \frac{1}{2\gamma} \| X^n - U^{n+1} \|^2 \} \end{aligned}$$

$$\text{s. t. } Z = \nabla X; Q = \nabla^v X \quad (20)$$

将式(20)转化为如下 3 个子问题进行求解^[13]:

$$Z^{n+1} = \arg \min_Z \{ \mu \| Z^n \|_1 + \lambda_1 (\nabla X^n - Z^n) + \frac{\beta}{2} \| \nabla X^n - Z^n \|^2 \} \quad (21)$$

$$Q^{n+1} = \arg \min_Q \{ \theta \| Q^n \|_1 + \lambda_2 (\nabla^v X^n - Q^n) + \frac{\beta}{2} \| \nabla^v X^n - Q^n \|^2 \} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} X^{n+1} = \arg \min_X \{ & \lambda_1 (\nabla X^n - Z^n) + \frac{\beta}{2} \| \nabla X^n - Z^n \|^2 + \lambda_2 \\ & (\nabla^v X^n - Q^n) + \frac{\beta}{2} \| \nabla^v X^n - Q^n \|^2 + \frac{1}{2\gamma} \| X^n - \\ & U^{n+1} \|^2 \} \end{aligned} \quad (23)$$

其中可以用迭代收缩阈值(IST)^[14]对式(21)和式(22)进行求解。即

$$Z^{n+1} = \text{shrink}(\nabla X^n + \frac{\lambda_1}{\beta}, \frac{\mu}{\beta}) \quad (24)$$

$$Q^{n+1} = \text{shrink}(\nabla^v X^n + \frac{\lambda_2}{\beta}, \frac{\theta}{\beta}) \quad (25)$$

式(23)可以转化为

$$\begin{aligned} X^{n+1} = \arg \min_X \{ & \frac{\beta}{2} \| \nabla X^n - Z^n + \frac{\lambda_1}{\beta} \|^2 + \frac{\beta}{2} \| \nabla^v X^n - \\ & Q^n + \frac{\lambda_2}{\beta} \|^2 + \frac{1}{2\gamma} \| X^n - U^{n+1} \|^2 \} \end{aligned} \quad (26)$$

在 X^n 处对式(26)等号右边进行求导,并令导数为 0, 可得线性方程:

$$\begin{aligned} \beta \nabla^T (\nabla X^n - Z^n + \frac{\lambda_1}{\beta}) + \beta (\nabla^v)^T (\nabla^v X^n - Q^n + \frac{\lambda_2}{\beta}) + \\ \frac{1}{\gamma} (X^n - U^{n+1}) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

根据式(27)可得:

$$\begin{aligned} X^{n+1} = \\ F^{-1} \frac{F(\frac{1}{\gamma} U^{n+1} + \beta \nabla^T Z^n - \nabla^T \lambda_1 + \beta (\nabla^v)^T Q^n - (\nabla^v)^T \lambda_2)}{F(-\frac{1}{\gamma} I + \beta \nabla^T \nabla + \beta (\nabla^v)^T \nabla^v)} \end{aligned} \quad (28)$$

式中, ∇, ∇^v 为一阶梯度和分数阶梯度算子, $\nabla^T, (\nabla^v)^T$ 为其做逆运算。对于式(28)的迭代求解,利用全变分和分数阶全变分算子作为循环矩阵,通过傅里叶变换将其转化为对角矩阵进行处理,降低了计算的复杂程度^[15]。根据式(28)即可得到重建的高分辨率图像。

3.3 算法流程

对退化后的低分辨率图像进行插值,得到的结果作为初始值 X_0 。退化的低分辨率图像 Y 作为初始值 Y_0 。

本文的超分辨率图像的重建算法如下。

初始化 $\mu, \theta, \gamma, X_0, Y_0$

While (~converged)

While (criterion is not satisfied)

$$U^{n+1} = X^n - \gamma H^T D^T (DHX^n - Y^n)$$

$$Z^{n+1} = \text{shrink}(\nabla X^n + \frac{\lambda_1}{\beta}, \frac{\mu}{\beta})$$

$$Q^{n+1} = \text{shrink}(\nabla^v X^n + \frac{\lambda_2}{\beta}, \frac{\theta}{\beta})$$

$$X^{n+1} = F^{-1} \frac{F(\frac{1}{\gamma} U^{n+1} + \beta \nabla^T Z^n - \nabla^T \lambda_1 + \beta (\nabla^v)^T Q^n - (\nabla^v)^T \lambda_2)}{F(-\frac{1}{\gamma} I + \beta \nabla^T \nabla + \beta (\nabla^v)^T \nabla^v)}$$

$$\lambda_1 = \lambda_1 + (\nabla X^{n+1} - Z^{n+1})$$

$$\lambda_2 = \lambda_2 + (\nabla^v X^{n+1} - Q^{n+1})$$

end

$$Y^{n+1} = Y^n + (Y - DHX^{n+1})$$

end

输出 X

4 实验结果和分析

实验环境: 处理器为 Intel(R) Pentium(R) P6200 @ 2.13

GHz,内存为 2GB。仿真平台:MATLAB R2009a。在该实验环境中,本文采用 TV 和 FOTV 双正则项,并利用 ADMM 算法优化求解。

4.1 不同图像的重建效果测试和比较

实验中选择 512 像素×512 像素的 lena、face、goldhill、bridge 4 幅图像作为原始图像,经过低通滤波器以及 2:1 等间距下采样以后得到退化的低分辨率图像作为输入。分别用双线性插值方法、Tikhonov 方法^[4]、基于 L1 范数的 BTV 正则化方法(LIBTV)^[1]、基于全变分两步迭代方法(TWIST+TV)^[16]以及本文方法进行图像重建。从峰值信噪比(PSNR)和结构相似性(SSIM)两个方面对比各种方法的重建效果。其中 PSNR 广泛用于评价图像质量,PSNR 越大,图像质量越好;SSIM 侧重于图像的结构信息和细节信息的度量,SSIM 越大,重建图像与原图的结构差异越小。本文方法中,正则化系数 μ, θ 取值分别为 0.0027、0.0004。表 1 和表 2 给出了 4 幅图像在不同重建方法下的 PSNR 值和 SSIM 值。

表 1 2 倍放大重建时 PSNR(dB)值对比

PSNR	双线性插值	Tikhonov	LIBTV	TWIST+TV	本文方法
lena	24.867	26.217	26.501	31.951	33.877
face	26.775	30.021	30.569	34.290	36.199
goldhill	24.376	25.961	26.172	29.342	30.634
bridge	21.772	23.428	23.771	26.011	27.123

表 2 2 倍放大重建时 SSIM 值对比

PSNR	双线性插值	Tikhonov	LIBTV	TWIST+TV	本文方法
lena	0.835	0.571	0.551	0.965	0.986
face	0.846	0.545	0.521	0.971	0.990
goldhill	0.757	0.462	0.440	0.940	0.975
Bridge	0.664	0.399	0.373	0.921	0.966

从表 1、表 2 的 PSNR 值和 SSIM 值可以看出,在进行 2 倍放大图像重建时,本文的方法要优于其他方法,两个评估参数值都有提高。本文方法在保护图像边缘轮廓的同时,增强了纹理细节的信息,并且可以很好地处理平滑区域灰度值相近的像素点的重建,避免阶梯效应的产生,因此重建的图像在 SSIM 值略有提高的同时,PSNR 值也有一定程度的增加。整体来看,本文方法对图像质量有一定的改善。

4.2 不同放大倍数的超分辨率图像重建

选择 512 像素×512 像素的 lena 图像作为原始图像,经过低通滤波器以及不同倍数下采样后得到的退化低分辨率图像作为输入。用不同的方法对该图像进行重建,并对结果进行比较。PSNR 值和 SSIM 值如表 3 和表 4 所列。

表 3 不同放大倍数重建的 PSNR(dB)值

PSNR	2 倍	3 倍	4 倍	5 倍	6 倍
双线性插值	24.867	23.911	22.893	21.985	21.235
Tikhonov	26.217	25.352	23.631	23.760	23.330
LIBTV	26.501	25.348	23.965	24.062	23.292
TWIST+TV	31.951	29.940	28.294	26.871	25.843
本文方法	33.877	30.699	28.530	27.100	26.067

表 4 不同放大倍数重建的 SSIM 值

SSIM	2 倍	3 倍	4 倍	5 倍	6 倍
双线性插值	0.835	0.799	0.754	0.714	0.675
Tikhonov	0.571	0.529	0.480	0.451	0.414
LIBTV	0.551	0.514	0.455	0.438	0.406
TWIST+TV	0.965	0.942	0.911	0.876	0.845
本文方法	0.986	0.963	0.930	0.900	0.861

从表 3 和表 4 的 PSNR 值和 SSIM 值可以看出,对 lena 图像进行不同放大倍数的图像重建时,本文方法仍然是有效

的。随着放大倍数的增加,退化的低分辨率图像作为输入的信息减少,重建得到的图像质量下降,但是在相同放大倍数的重建条件下,本文方法重建得到的图像的 PSNR 和 SSIM 值都高于其他 4 种方法,说明本文方法重建图像的整体性能优于其他方法。

4.3 细节对比

选择 512 像素×512 像素的 face、lena 图像为原始图像,经过低通滤波器以及 2:1 等间距下采样后得到的退化的低分辨率图像作为输入。用不同方法重建两幅图像。对于重建的结果,选择 face 图像的右眼部及 lena 图像帽穗部分进行放大对比,并给出放大部分的误差图,进行观察和分析。face 图像的重建对比结果如图 2—图 4 所示, lena 图像的重建对比结果如图 5—图 7 所示。

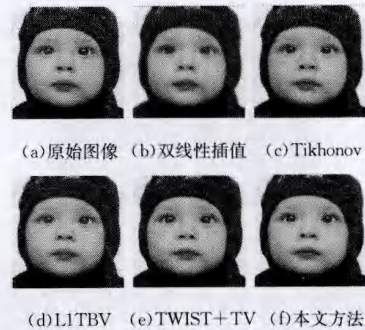


图 2 face 图像 2 倍放大时重建效果对比

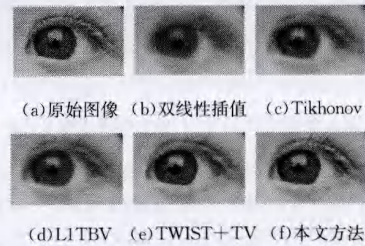


图 3 face 图像 2 倍放大时重建眼部细节对比

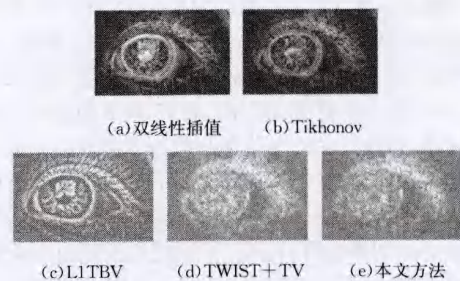


图 4 face 图像 2 倍放大时重建眼部细节误差对比



图 5 lena 图像 2 倍放大时重建效果对比

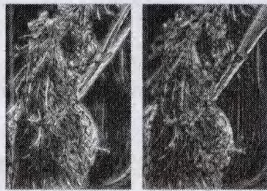


(a)原始图像 (b)双线性插值 (c)Tikhonov

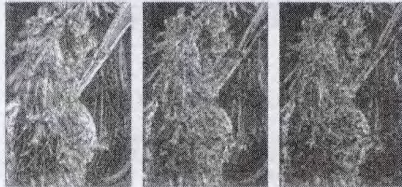


(d)LITBV (e)TWIST+TV (f)本文方法

图6 lena图像2倍放大时重建的帽穗细节对比



(a)双线性插值 (b)Tikhonov



(c)LITBV (d)TWIST+TV (e)本文方法

图7 lena图像2倍放大时重建的帽穗细节误差对比

从图2—图7的对比结果可以看出,双线性插值方法丢失过多图像信息,face图像眼部边缘已模糊,lena图像的帽穗轮廓也已不清晰,整个图像与原图相差较大。Tikhonov正则化方法相比双线性插值效果有所改善,但是重建的结果依旧边缘比较模糊。基于L1范数的BTV正则化方法重建的图像的边缘和轮廓基本重建出来,但图像整体过于平滑,细节信息丢失严重,眼部轮廓和帽穗轮廓没有完全重建出来。基于TV的TWIST方法重建效果相对较好,face的眼部轮廓已可以显示出来,但眼睫毛的细节部分重建效果较差。lena图像的帽沿边缘及帽穗的纹理已基本显示出来,但细节方面重建的效果依旧有待改善。从局部放大图和误差图可以看出,本文方法在face图像眼睛的轮廓、眼睫毛以及黑色眼珠边缘的部分重建误差小,更接近于原图;在lena图像的帽穗纹理细节部分重建得更加清晰,更真实。说明利用本文方法重建出的图像结构纹理信息保持较好,边缘较为清晰,重建结果的整体性能优于其他方法。

4.4 噪声环境下的图像重建

对输入的face图像进行6:1等间距下采样,并添加均值为0、方差从0.05~0.15变化的高斯白噪声。采用不同方法对其进行6倍超分辨率重建,对比所得图像的PSNR值和SSIM值,结果如图8和图9所示。可以看出,噪声的方差从0.05变化到0.15时,重建图像的PSNR值和SSIM值都在下降,但是本文方法重建的效果始终优于其他方法,说明本文方法在噪声环境中重建图像的有效性;尤其是分数阶全变分的使用,使得图像的纹理细节得以保持,在SSIM值和PSNR值

上优于其他方法。

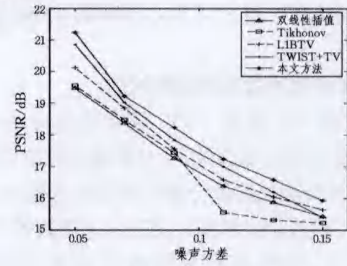


图8 噪声影响下的PSNR

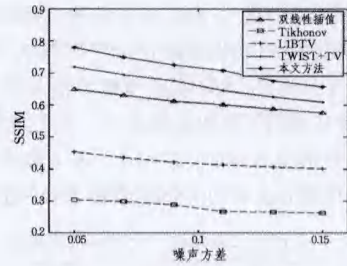


图9 噪声影响下的SSIM

结束语 本文针对单幅图像进行超分辨率重建,在使用全变分的基础上,添加分数阶全变分作为另一正则项应用到图像重建中。通过近端映射的思想将优化函数分解为两步求解,转化为去噪的问题,并用ADMM算法将第二步的优化问题转化为子问题进行求解,利用TV和FOTV作为循环矩阵,通过傅里叶变换将其对角化,从而降低了计算的复杂度。实验结果表明,相对其他重建方法而言,本文方法能够更好地重建出图像的边缘和细节信息,特别是对平滑区域中灰度值变化不大的像素点的处理效果较好,能消除阶梯效应,对图像重建质量有较大改善,具有一定的实用性。

参考文献

- [1] Lu Qing-chun, Hu Fang-yu. Improved super-resolution image reconstruction algorithm based on L1 norm [J]. Radio Engineering, 2009(9):13-15(in Chinese)
路庆春,胡访宇. L1范数的图像超分辨率重建改进算法[J]. 无线电工程, 2009(9):13-15
- [2] Luo Guo-zhong, Yin Jian-ping, Zhu En. Super-resolution image reconstruction based on nonlocal POCS[J]. Computer Science, 2014,41(8):47-49(in Chinese)
罗国中,殷建平,祝恩. 基于非局部 POCS 的超分辨率图像重建[J]. 计算机科学, 2014,41(8):47-49
- [3] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992,60(1-4):259-268
- [4] Tychonoff A N, Arsenin V Y. Solution of ill-posed problems [J]. Mathematics of Computation, 1978,32(144):491
- [5] Yuan Q Q, Zhang L P, Shen H F. Multiframe super-resolution employing a spatially weighted total variation model[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2012,22(3):379-392
- [6] Ren Z M, He C J, Zhang Q F. Fractional order total variation regularization for image super-resolution[J]. Signal Processing, 2013,93(9):2408-2421
- [7] Podlubny, Igor. Fractional differential equations[M]. Lightning Source Inc, 1998:340

(下转第307页)

- sis of high-speed train bogie based on empirical mode decomposition entropy[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2014, 14(1): 57-64 (in Chinese)
- 秦娜, 王开云, 金炜东, 等. 高速列车转向架故障的经验模态熵特征分析[J]. 交通运输工程学报, 2014, 14(1): 57-64
- [3] Wu Z H, Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition; a noise-assisted data analysis method[R]. Calverton; Center for Ocean-Land-Atmosphere Studies, 2009
- [4] Wu Z H, Huang N E. A study of characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method[C]// Proceedings of the Royal Society, Series A: Mathematical, Physical and Engineering Science. London: The Royal society, 2004; 1597-1611
- [5] Yeh J A, Shieh J S, Huang N E. Complementary ensemble empirical mode decomposition; a novel noise enhanced data analysis method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2010, 2(2): 135-156
- [6] Hong H, Zhu X H, Su W M. Detection of time varying pitch in tonal languages; an approach based on ensemble empirical mode decomposition[J]. Zhejiang Univ-Sic C, 2012, 13(2): 139-145
- [7] Qin Na, Jin Wei-dong, Huang Jin, et al. Feature extraction of high speed train bogie based on ensemble empirical mode decomposition and sample entropy[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2014, 49(1): 27-32 (in Chinese)
- 秦娜, 金炜东, 黄进, 等. 基于 EEMD 样本熵的高速列车转向架故障特征提取[J]. 西南交通大学学报, 2014, 49(1): 27-32
- [8] Bandt C, Pompe B. Permutation entropy; a natural complexity measure for time series[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(17): 174102
- [9] Zhao Xiao-lei, Ren Ming-rong, Zhang Ya-ting, et al. Nonlinear analysis of ECG signal based on permutation entropy[J]. Modern Electronic Technology, 2010, 33(19): 90-92 (in Chinese)
- 赵小磊, 任明荣, 张亚庭, 等. 基于排列熵的心电信号非线性分析[J]. 现代电子技术, 2010, 33(19): 90-92
- [10] Sun Ke-hui, Tan Guo-qiang, Sheng Li-yuan. Analysis of chaotic pseudo-random sequence complexity based on permutation entropy[J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(3): 47-49 (in Chinese)
- 孙克辉, 谈国强, 盛利元. 基于排列熵算法的混沌伪随机序列复杂性分析[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(3): 47-49
- [11] Feng Fu-zhou, Si Ai-wei, Jiang Peng-cheng. Application in fault prediction of related permutation entropy of wavelet and HMM[J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(2): 269-276 (in Chinese)
- 冯辅周, 司爱威, 江鹏程. 小波相关排列熵和 HMM 在故障预测中的应用[J]. 振动工程学报, 2013, 26(2): 269-276
- [12] Feng Fu-zhou, Rao Guo-qiang, Si Ai-wei, et al. Entropy permutation algorithm and its application in the vibration signal detection of mutations[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(2): 221-224 (in Chinese)
- 冯辅周, 饶国强, 司爱威, 等. 排列熵算法研究及其在振动信号突变检测中的应用[J]. 振动工程学报, 2012, 25(2): 221-224
- [13] He Hui-yan, Sun Yun-qiang, Li Xiao-feng, et al. Frequency analysis of the penetration acceleration signal based on EEMD and Choi-Willians distribution[J]. Journal of North University of China(Natural Science), 2012, 33(5): 547-567 (in Chinese)
- 郝慧艳, 孙运强, 李晓峰, 等. 基于 EEMD 和 Choi-Willians 分布的侵入加速度信号时频分析[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2012, 33(5): 547-567
- [14] Liu Yi-yan, He Shuan-hai, Ju Yong-feng, et al. Trend prediction for a single-degree of freedom structure's state based on EEMD and SVR[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(5): 60-64 (in Chinese)
- 刘义艳, 贺栓海, 巨永锋, 等. 基于 EEMD 和 SVR 的单自由度结构状态趋势预测[J]. 振动与冲击, 2012, 31(5): 60-64
- [15] Yang J, Zhang Y, Zhu Y. Intelligent fault diagnosis of rolling element bearing based on SVMs and fractal dimension[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(5): 2012-2024
- [16] Liu Yong-bin. Nonlinear signal analysis for rolling bearing condition monitoring and fault diagnosis[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2011 (in Chinese)
- 刘永斌. 基于非线性信号分析的滚动轴承状态监测诊断研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2011
- [17] Huang Yun-hua, Li Fu, Fu Mao-hai, et al. Influence of lateral damper place model over metro vehicle on dynamics performance[J]. Urban Mass Transit, 2010, 13(8): 39-42 (in Chinese)
- 黄运华, 李芾, 付茂海, 等. 横向减振器布置方式对地铁车辆动力学性能的影响[J]. 城市轨道交通研究, 2010, 13(8): 39-42

(上接第 278 页)

- [8] Zhang J, Wei Z H. A class of fractional-order multi-scale variational models and alternating projection algorithm for image denoising [J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(5): 2516-2528
- [9] Jiang Wei. Fractional denoising new model based on PDE[J]. Computer Applications, 2011, 31(3): 753-756 (in Chinese)
- 蒋伟. 基于分数阶偏微分方程的图像去噪新模型[J]. 计算机应用, 2011, 31(3): 753-756
- [10] Tian Dan, Xue Ding-yu, Yang ya-jie. Fractional original dual denoising model and the numerical algorithm noising[J]. China Image and Graphics, 2014, 19(6): 852-858 (in Chinese)
- 田丹, 薛定宇, 杨雅婕. 分数阶原始对偶去噪模型及其数值算法[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(6): 852-858
- [11] Combettes P L, Wajs V R. Signal recovery by proximal forward-backward splitting[J]. Multiscale Modelin & Simulation, 2005, 4(4): 1168-1200
- [12] Purkait P, Chanda B. Super resolution image reconstruction through bregman iteration using morphologic regularization[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(9): 4029-4039
- [13] Afonso M V, Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(9): 2345-2356
- [14] Mourad N, Reilly J P. Automatic threshold estimation for iterative shrinkage algorithms used with compressed sensing[C]// 2012 IEEE International Conference on Kyoto: Acoustics, Speech and Signal Processing(ICASSP). 2012; 2721-2794
- [15] Xu Y, Yin W, Osher S. Learning circulant sensing kernels[J]. Inverse Problems and Imaging, 2014, 8(3): 901-923
- [16] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. A New TwIST: Two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(12): 2992-3004