一种基于容错的感知数据回归模型研究

左向东 王 坤 邱 辉

(解放军信息工程大学密码工程学院 郑州 450001)

摘 要 传感器主要用于对外部环境进行监测,然而当传感器发生故障时监测结果会出现误差。为了提高传感器发生故障时系统的容错能力,提出了一种容错的感知数据回归模型。首先,对最小二乘和岭回归两种线性回归模型进行分析,并分析了线性回归模型的相关统计量;然后,分析了部分传感器发生故障时系统的相关统计量,并以此为基础分析了协变量矩阵的上下界;最后,依据协变量矩阵定义了故障指标,并将优化模型转化为同时最小化故障指标和均方误差的问题。实验表明,提出的容错回归模型与传统的最小二乘法和岭回归方法相比具有更小的预测误差,因而当传感器发生故障时所提模型具有更好的健壮性。

关键词 传感器,感知数据,回归模型,容错机制

中图分类号 TP393 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.2.031

Fault Tolerant Regression Model for Sensing Data

ZUO Xiang-dong WANG Kun QIU Hui

(College of Cryptogram Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract Sensors are always used to monitor external environment, whenever faults occur in sensors, there will be prediction errors. In order to improve the ability of fault tolerance when faults occur, this paper proposed a fault tolerant regression model for sensing data. Firstly, we analyzed linear models including least squares and ridge regression, and also analyzed statistics of regression model. Secondly, we analyzed the related statistics when sensors failed, and analyzed the lower and upper bounds of covariate matrix based on these statistics. Finally, we defined fault index based on covariate matrix, and transformed the optimum of model into minimize fault index and mean square error simultaneously. The experiments show that the proposed fault tolerant model has lower error than traditional least squares and ridge regression, and thus has better robustness when sensors fail.

Keywords Sensors, Sensing data, Regression model, Fault tolerant mechanism

人们生活以及工业应用中部署着大量的传感器。据估计,在今后几年中,来自于卫星、移动设备、户外以及室内摄像头的感知数据将成为世界上最大的数据来源^[1]。感知数据的预测模型被广泛应用在产品质量控制、环境污染检测、交通或路况预测、导航等诸多领域^[2]。由于环境的影响或者设备的损坏,传感器传来的数据具有一定的风险。传感器依赖电池工作,经常安装在远程或者不能人工访问的位置,有时还会因为季节的原因被冰雪覆盖,这些因素会导致传感器数据的丢失或者出现异常值^[3]。正常工作环境下,预测模型需要连续工作并且进行实时预测。

当传感器在工作期间出现临时性的失效或者故障时,预测模型的健壮性将影响着工作的质量或者性能^[4-6]。线性回归模型由于简单高效,被广泛用于感知数据的预测任务^[7,8]。若被观测的任务是稳态的,那么预测模型在实时操作中将保持不变。此时,若由于传感器故障而导致感知数据出现异常,那么预测模型必须能识别该数据的异常,并进行正确的预测

工作。由于感知数据具有时序性,并且流模式下的计算资源受限,因此实现上述目标面临着严峻的挑战。

对感知数据进行处理的最简单方法是丢弃该传感器的所有数据,这种方法带来的问题是预测模型的部分数据丢失,从而影响了预测结果的准确性,并且当较多的传感器发生故障时,预测模型可能停止工作^[9]。迭代式 MI(Multiple Imputation)算法^[10]虽然可以应对数据的丢失问题,但是由于计算量大而无法进行实时操作。应用额外的预测模型对丢失数据进行预测也可以解决上述问题,但是预测模型的数量将随着失效的传感器组合数呈指数规模增长^[11]。适应性回归模型^[12]在失效数据到来前对模型进行学习,并用学习的结果对故障数据进行预测。该模型可以应对传感器的一次性故障,但不能应对频繁的短时间失效。

本文研究了如何在传感器发生故障时仍然能够根据传感器数据进行模型的预测,分别分析了系统中出现 0 个或者多个传感器故障时系统的相关统计量,如均方差、方差、协方差

到稿日期:2015-03-04 返修日期:2015-07-01 本文受国家自然科学基金项目(61303074,61309013),国家重点基础研究发展计划(“973”计划)基金项目(2012CB315900)资助。

左向东(1985-),男,硕士生,主要研究方向为网络安全、数据挖掘;王 坤(1975-),男,博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向为入侵检测、数据挖掘、风险评估;邱 辉(1991-),男,硕士生,主要研究方向为网络安全态势感知。

等;依据这些统计量,分析并定义了系统的故障指标及其上下界,并以此进行容错模型的优化设计。

1 感知数据容错回归模型

假设传感器网络包含 r 个传感器,每个传感器产生一个时间序列,那么每个感知数据可以表示为 r 维向量 $\mathbf{x} \in R^r$,本文的目标是根据输入向量序列 $\mathbf{x}$ 预测目标变量 $y \in R$ 。由于输入数据实时产生并到达,对目标变量的预测也要实时进行。在预测过程中,由于传感器故障而产生的预测准确性损失要尽可能小。为了便于分析,假设输入和输出变量服从均值为 0、方差为 1 的分布,并且当传感器发生故障时可以立即被检测到。

1.1 线性回归模型及误差分析

假设系统包含 r 个传感器,其输入数据为 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_r)$,目标变量 y 是输入向量的线性组合,即

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_r x_r + \varepsilon = \mathbf{x}\beta + \varepsilon \quad (1)$$

其中, ε 为误差变量,向量 $\beta = (b_1, b_2, \dots, b_r)^T$ 为线性模型的回归系数,并且输入数据为标准化数据。

在对式(1)进行求解的过程中,可采用最小二乘法^[13]和岭回归方法^[14]对回归系数进行估计。最小二乘法是一种简单且常用的线性回归估计器,通过最小化目标的真实值和预测值之间差的平方和进行回归参数的求解,即

$$\hat{\beta}_{LS} = \arg \min_{\beta} ((\mathbf{X}\beta - \mathbf{y})^T (\mathbf{X}\beta - \mathbf{y})) = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{X}_{n \times r}$ 包含 n 个传感器输入向量, $\mathbf{y}_{n \times 1}$ 为 n 个输入向量对应的目标值向量。通过最小化式(2),可以得到 $\hat{\beta}$,当新的传感器向量 $\mathbf{x}_{new}$ 到达时,通过公式 $\hat{y} = \mathbf{x}_{new} \hat{\beta}$ 进行预测。当输入数据 $\mathbf{X}_{n \times r}$ 之间的列向量存在相关关系时,通常需要进行规范化处理,岭回归方法对回归系数进行规范的计算公式如下:

$$\hat{\beta}_{RK} = \arg \min_{\beta} ((\mathbf{X}\beta - \mathbf{y})^T (\mathbf{X}\beta - \mathbf{y}) + \lambda \beta^T \beta) \\ = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (3)$$

其中, $\lambda (\lambda > 0)$ 控制参数 β 的收缩量, λ 的取值越大,参数的收缩量就越大, $\mathbf{I}_{r \times r}$ 为单位矩阵。

对于包含 n 个输入向量的数据集,目标变量 y 和预测值 $\hat{y}$ 之间的均方误差为 $MSE = \sum_{i=1}^n (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2 / n$ 。均方误差对那些偏离真实值较远的数据给予更大的惩罚,那么它的期望为:

$$E[MSE] = E\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2\right] \\ = \text{Var}[\hat{y}] - 2\text{Cov}[\hat{y}, y] + \text{Var}[y] \quad (4)$$

当预测函数为 $\hat{y} = \mathbf{x}\beta$ 时,预测函数的方差为:

$$\text{Var}[\hat{y}] = \text{Var}\left[\sum_{i=1}^r b_i x_i\right] = \beta^T \Sigma \beta \quad (5)$$

其中, $\Sigma = \mathbf{X}^T \mathbf{X} / (n-1)$ 为输入数据的协方差矩阵。预测函数的协方差为:

$$\text{Cov}[\hat{y}, y] = E[\hat{y}y] = E\left[y \sum_{i=1}^r b_i x_i\right] = \frac{\mathbf{y}^T \mathbf{X}\beta}{n-1} \quad (6)$$

在实际应用中,如果某个传感器出现故障,那么该传感器将返回常数值。为了便于分析,用平均值 0 代替该常数值(规范化后的平均值为 0)。

1.2 传感器故障影响分析

当传感器发生故障时,对线性模型的预测误差进行理论

分析。当系统中有多个传感器发生故障或者输入数据之间存在相关性时,那么预测误差会出现非线性跃变。用 MSE_m 表示 m 个传感器发生故障时的均方误差, Var_m 和 Cov_m 分别为相应的方差和协方差, MSE_0 为所有传感器都正常工作时的系统误差。

定理 1 如果传感器之间发生故障的概率是相互独立的,并且服从均匀的先验概率分布,那么预测函数 $\hat{y} = \mathbf{x}\beta$ 在 m 个传感器发生故障时的方差的期望为

$$\text{Var}_m[\hat{y}] = \frac{(r-m)m}{r(r-1)} \beta^T (\Sigma - \mathbf{I}) \beta \quad (7)$$

证明:详见文献[15]。

定理 2 如果传感器之间发生故障的概率是相互独立的,并且服从均匀的先验概率分布,那么预测函数 $\hat{y} = \mathbf{x}\beta$ 在 m 个传感器发生故障时的协方差的期望为

$$\text{Cov}_m[\hat{y}, y] = \frac{r-m}{r} \text{Cov}_0[\hat{y}, y] \quad (8)$$

证明: 0 个传感器故障时协方差 $\text{Cov}_0[\hat{y}, y] = E\left[y \sum_{i=1}^r b_i x_i\right]$ 。如果某个传感器发生故障,那么该传感器的读数为 0,与 y 相互独立并可以消去。当一个传感器故障时,期望值为 $\frac{1}{r} y b_1 x_1 + \frac{1}{r} y b_2 x_2 + \dots + \frac{1}{r} y b_r x_r = \frac{1}{r} y \sum_{i=1}^r b_i x_i$,当 m 个传感器故障时,期望为 $\frac{m}{r} y \sum_{i=1}^r b_i x_i$ 。于是,协方差 $\text{Cov}_m[\hat{y}, y] = E\left[y \sum_{i=1}^r b_i x_i - \frac{m}{r} y \sum_{i=1}^r b_i x_i\right] = E\left[\frac{r-m}{r} y \sum_{i=1}^r b_i x_i\right] = \frac{r-m}{r} \text{Cov}_0[\hat{y}, y]$ 。

定理 3 如果传感器之间发生故障的概率是相互独立的,并且服从均匀的先验概率分布,那么预测函数 $\hat{y} = \mathbf{x}\beta$ 在 m 个传感器发生故障时的均方差的期望为

$$E[MSE_m] = \frac{r-m}{r} E[MSE_0] + \frac{m}{r} - \frac{(r-m)m}{r(r-1)} \beta^T (\Sigma - \mathbf{I}) \beta \quad (9)$$

证明:据式(4) $E[MSE_m] = \text{Var}_m[\hat{y}] - 2\text{Cov}_m[\hat{y}, y] + \text{Var}_m[y]$,由于故障传感器的输入数据不影响目标变量的方差,那么有 $\text{Var}_m[y] = \text{Var}_0[y] = 1$ 。根据定理 2、定理 3 以及式(4)的上述变形,得 $E[MSE_m] = \frac{r-m}{r} \text{Var}_0[\hat{y}] - 2 \frac{r-m}{r} \text{Cov}_0[\hat{y}, y] + \text{Var}_0[\hat{y}, y] + \text{Var}_0[y] - \frac{(r-m)m}{r(r-1)} \beta^T (\Sigma - \mathbf{I}) \beta$,化简后可得最终的公式 $E[MSE_m] = \frac{r-m}{r} E[MSE_0] + \frac{m}{r} - \frac{(r-m)m}{r(r-1)} \beta^T (\Sigma - \mathbf{I}) \beta$ 。

定理 4 给定 $r \times r$ 维协变量矩阵 Σ ,向量 $\beta \neq \vec{0}$,那么有如下不等值成立:

$$-\beta^T \beta \leq \beta^T (\Sigma - \mathbf{I}) \beta \leq (r-1) \beta^T \beta \quad (10)$$

证明:协变量矩阵 Σ 的瑞利商^[16]定义为 $\beta^T \Sigma \beta / \beta^T \beta$,取值处 Σ 的特征向量的最大值和最小值之间,即 $l_{\min} \leq \beta^T \Sigma \beta / \beta^T \beta \leq l_{\max}$ 。由于 Σ 为协方差矩阵,所有的特征向量都是非负的,并且特征向量的和等于矩阵的迹。由于输入数据是规范化的,最大的和最小的特征向量分别为 r 和 0,于是 $0 \leq \beta^T \Sigma \beta / \beta^T \beta \leq r$,进行数学变换后进一步可得 $-\beta^T \beta \leq \beta^T (\Sigma - \mathbf{I}) \beta \leq (r-1) \beta^T \beta$ 。

1.3 容错回归模型分析

在对传感器故障进行分析后,本文提出一种回归模型健壮性量化评估方法。在定理3中, $-\frac{(r-m)m}{r(r-1)}\beta^T(\Sigma-I)\beta$ 决定了传感器发生故障时均方误差呈线性增长、亚线性增长,还是二次函数增长。为了对传感器发生故障时进行健壮性诊断,令 $d=-\beta^T(\Sigma-I)\beta$ 为故障指标。当输入数据不相关时 $\Sigma=I$,那么 $d=0$ 。当输入数据相关时, d 既可能为正值也可能为负值。当 $d>0$ 时,均方误差 MSE_m 以二次函数迅速恶化;当 $d<0$ 时, MSE_m 以亚线性方式增长。因此,故障指标 d 越小,回归模型的健壮性越好。

最小二乘法通过最小化 MSE_0 来估计回归模型的参数 β 。根据定理4,当 β 取最大特征值时, d 取最小值。然而,由于特征向量没有考虑目标向量,因此 d 取最小值时并不能保证回归模型的预测正确性。所以,容错的回归模型要同时最小化 d 和 MSE_0 。

给定 $\hat{y}=x\beta$,那么 $d=-\beta^T(\Sigma-I)\beta=-Var[\hat{y}]+\beta^T\beta$,式(4)可重写为 $Var[\hat{y}]=MSE_0+2Cov[\hat{y},y]-Var[y]\rightarrow 1$ 。当 $Var[y]$ 固定时,准确地预测需要满足 $Cov[\hat{y},y]\rightarrow 1$,因此 $Var[\hat{y}]$ 的改变影响着误差。然而,可以通过调整 $\beta^T\beta$ 使得其对 MSE_0 的影响尽可能小,因此可以通过压缩 $\beta^T\beta$ 使得 d 达到最小值。

为了最小化 d ,需要在原始空间中对 $\beta^T\beta$ 最小化,并在转化后的空间中得到最优值 β^* ,于是可得如下的优化函数:

$$\hat{\beta}^* = \arg \min_{\beta^*} ((X^* \beta^* - y)^T (X^* \beta^* - y) + \lambda \beta^T \beta) \quad (11)$$

对于正交矩阵 R ,有 $\beta^T\beta = \beta^{*T} R^T R \beta^* = \beta^{*T} \beta^*$,因此式(11)的最优化过程等价于在空间 X^* 中进行岭回归运算。

2 实验结果与分析

2.1 数据集

Chemi数据集来源于INFER项目。该数据集是70个传感器在两年时间内每隔1个小时对化学产品的产生过程进行采样得到的,共包含了17562个数据实例。该数据集的目标是预测产品的浓度。

ChemiR数据集对Chemi数据集进行了扩展,加入了额外的传感器测量产品的实际浓度。该数据集包含71个传感器,17562个数据实例。

Gaussian数据集是一个包含30个维度的合成数据集。输入数据是对高斯分布 $N(0, \Sigma)$ 的采样,其中 $\Sigma = s^T s$,均匀分布 $s \sim U(0, 1)$ 。目标变量 $y = \sum_{i=1}^{30} x_i + u$,其中 u 服从均匀分布 $U(0, 6)$ 。

2.2 实验结果

实验中主要通过算法的均方误差 MSE 指标,将本文提出的容错回归模型与最小二乘法和岭回归两种方法进行了对比。

首先,通过包含4个传感器的仿真实验观察在理想情况下3种算法的 MSE_m 随着传感器故障数 m 的变化情况。从图1可以看出,随着传感器故障数的不断增大,3种算法的 MSE_m 都从0向1过渡。在3种算法的对比中,最小二乘法的变化近似呈二次函数,岭回归方法呈线性函数,而本文提出

的方法的 MSE_m 呈亚线性变化。因此,可以认为本文提出的容错回归模型的均方误差在该组实验中随着故障传感器个数的增加增长较缓慢,所以本方法具有更好的健壮性。

图1 均方误差随着传感器故障数的理想变化

其次,为了测试算法在真实数据集上的性能,分别在Chemi、ChemiR和Gaussian这3个数据集中测试了3种算法的均方误差随着故障传感器数变化的变化情况,实验结果如图2—图4所示。在3个数据集中,最小二乘法的均方误差都近似呈现二次函数,虽然岭回归方法和本文提出的容错方法没有严格遵循线性和亚线性关系,但是3种算法的顺序没有改变,而本文提出的容错方法在3个数据集中都具有最小的均方误差。

图2 均方误差随着传感器故障数变化的变化情况(Chemi)

图3 均方误差随着传感器故障数变化的变化情况(ChemiR)

图4 均方误差随着传感器故障数变化的变化情况(Gaussian)

接下来,通过实验对比了3种算法在Chemi数据集下故障指标 d 随着剩余传感器数(r -故障数)变化的变化情况。从图5中可以看出,当剩余传感器越来越多(故障数越来越少)时,3种方法的故障系数都越来越小;而对于相同的传感器故障数来说,岭回归方法的故障指标小于最小二乘法,本文的容错回归模型的故障指标是最小的,因而具有最好的健壮性。

最后,通过实验对比了3种算法在Chemi数据集下 MSE_0 随着剩余传感器数变化的变化情况,实验结果如图6所示。当系统中有传感器发生故障时,将故障传感器的数据移除,并利用余下的传感器数据进行预测。从图中可知,最小二乘法的 MSE_0 在少量传感器发生故障时是最小的,当传感器的故障数增多时,最小二乘法的误差较大。此外,岭回归方法的 MSE_0 和本文提出的容错回归模型的相接近,并交替变化。

图5 d 随着剩余传感器数变化 图6 均方误差随着剩余传感器数变化的变化情况 (Chemi)

结束语 人们生活以及工业应用中部署着大量的传感器,这些传感器产生的感知数据将成为世界上最大的数据来源。为了提高传感器发生故障时系统的容错能力,提出了一种容错的感知数据回归模型。对最小二乘和岭回归两种线性回归模型进行了分析,并分析了线性回归模型的相关统计量;分析了部分传感器发生故障时系统的相关统计量,并以此为基础分析了协变量矩阵的上下界;依据协变量矩阵定义了故障指标,并将优化模型转化为同时最小化故障指标和均方误差的问题。实验表明,本文提出的容错回归模型与传统的最小二乘法 and 岭回归方法相比具有更小的预测误差,因而当传感器发生故障时具有更好的健壮性。

参 考 文 献

[1] Ma Zu-chang, Sun Yi-ning, Mei Tao. Survey on wireless sensors network[J]. Journal of China Institute of Communications, 2004, 25(4): 114-124 (in Chinese)
马祖长, 孙怡宁, 梅涛. 无线传感器网络综述[J]. 通信学报, 2004, 25(4): 114-124

[2] Zhao Zhong-hua, Huangfu Wei, Sun Li-min, et al. Wireless Sensor Network Management Technology[J]. Computer Science, 2011, 38(1): 8-14 (in Chinese)
赵忠华, 皇甫伟, 孙利民, 等. 无线传感器网络管理技术[J]. 计算机科学, 2011, 38(1): 8-14

[3] Li Jian-zhong, Li Jin-bao, Shi Sheng-fei. Concepts, Issues and Advance of Sensor Networks and Data Management of Sensor Networks [J]. Journal of Software, 2003, 14(10): 1717-1727 (in Chinese)
李建中, 李金宝, 石胜飞. 传感器网络及其数据管理的概念, 问题与进展 [J]. 软件学报, 2003, 14(10): 1717-1727

[4] Amiri N, Madani S M, Lipo T A, et al. An improved direct decoupled power control of doubly fed induction machine without rotor position sensor and with robustness to parameter variation [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2012, 27(4): 873-884

[5] Wu Zheng, Zhao Jun-xi. A spectrum sensing data fusion algorithm based on trust degree [J]. Journal of Xi'an University of

Posts and Telecommunications, 2011, 16(5): 26-30 (in Chinese)
吴征, 赵君喜. 一种基于信任度的频谱感知数据融合算法[J]. 西安邮电学院学报, 2011, 16(5): 26-30

[6] Ren Z, Meng J, Yuan J, et al. Robust hand gesture recognition with kinect sensor[C]//Proceedings of the 19th ACM international conference on Multimedia. ACM, 2011: 759-760

[7] Li Jie, Liu Xian-xing, Han Zhi-jie. Research on the ARMA-Based Traffic Prediction Algorithm for Wireless Sensor Network [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(5): 1224-1227 (in Chinese)
李捷, 刘先省, 韩志杰. 基于 ARMA 的无线传感器网络流量预测模型的研究 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29(5): 1224-1227

[8] Zhou Z, Peng Z, Cui J H, et al. Scalable localization with mobility prediction for underwater sensor networks[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2011, 10(3): 335-348

[9] Yu J, Yang J, Wang H. Fault Detection for Large-Scale Railway Maintenance Equipment Base on Wireless Sensor Networks[J]. Sensors & Transducers Journal, 2014: 169(4): 165-169

[10] Little R. Regression with missing X's: A review[J]. Journal of the American Statistical Association, 1992, 87(420): 1227-1237

[11] Qin J. Recursive PLS algorithms for adaptive data modeling[J]. Computers & Chemical Engineering, 1998, 22(4/5): 503-514

[12] Behera A K, Verbert J, Lauwers B, et al. Tool path compensation strategies for single point incremental sheet forming using multivariate adaptive regression splines[J]. Computer-Aided Design, 2013, 45(3): 575-590

[13] Sun H, Wu Q. Least square regression with indefinite kernels and coefficient regularization [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(1): 96-109

[14] Endelman J B. Ridge regression and other kernels for genomic selection with R package rrBLUP[J]. The Plant Genome, 2011, 4(3): 250-255

[15] Hair J F, Tatham R L, Anderson R E, et al. Multivariate data analysis[M]. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall, 2006

[16] Guillemin V, Legendre E, Sena-Dias R. Simple Spectrum and Rayleigh Quotients[J]. Geometric and Spectral Analysis, 2014, 6: 30-33

[17] Zhang Xian-chao, Liu Xing-chang, Zhong Yi-yang, et al. Wireless Sensor Networks Locating Algorithm Based on RSSI and Hybrid Intelligent Optimization Algorithm[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2015, 29(9): 116-121 (in Chinese)
张先超, 刘兴长, 钟一洋, 等. 基于 RSSI 和融合智能优化算法的无线传感器网络定位算法[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2015, 29(9): 116-121

(上接第 139 页)

[13] Wang J, Zhao L, Huang R. SIRaRu rumor spreading model in complex networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2014, 398: 43-55

[14] Wang Y Q, Yang X Y, Han Y L, et al. Rumor Spreading Model with Trust Mechanism in Complex Social Networks[J]. Communications in Theoretical Physics, 2013, 59(4): 510-516

[15] Wang H, Deng L, Xie F, et al. A new rumor propagation model on SNS structure[C]//2012 IEEE International Conference on Granular Computing (GrC). IEEE, 2012: 499-503

[16] Wang Hui, Han Jiang-hong, Deng Lin et al. Dynamics of rumor spreading in mobile social networks[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(11): 110505

[17] Gu Yi-Ran, Xia Ling-Ling. The propagation and inhibition of rumors in online social network[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(23): 514-518

[18] Borge-Holthoef J, Moreno Y. Absence of influential spreaders in rumor dynamics[J]. Physical Review E, 2012, 85(2): 026116

[19] Trpevski D, Tang W K S, Kocarev L. Model for rumor spreading over networks[J]. Physical Review E, 2010, 81(5): 056102