

# 补丁校准框架下的最大模糊边界投影

徐 洁

(广东工业大学自动化学院 广州 510006)

**摘 要** 补丁校准是一类有效的维数简约框架。基于补丁校准框架,提出一种最大模糊边界投影算法。该算法引入模糊集理论,从样本的相似度出发,利用非负最小二乘法获取相似近邻,进而构造相似隶属度矩阵,依据相似隶属度矩阵重新定义了模糊边界补丁中心和模糊相似权重。模糊边界补丁中心能很好地降低(或消除)重叠(离群)样本对于特征提取的影响;而模糊相似权重明确了该样本对特征提取所做的贡献。在补丁校准框架下,同类样本间由光照、表情等变化所引起的差异能得到有效的压制,同时不同类样本间距离得以增大,有助于分类性能的提高。在 UCI Wine、Yale 和 Yale-B 数据库上的实验验证了所提方法的有效性。

**关键词** 补丁校准框架,模糊,边界,非负最小二乘法

**中图法分类号** TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.1.060

## Maximum Fuzzy Marginal Projection via Patch Alignment Framework

XU Jie

(Faculty of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract** Patch alignment (PA) framework provides us a useful way to obtain the explicit mapping for dimensionality reduction. Under the PA framework, we proposed a fuzzy maximum marginal projection for dimensionality reduction. In our paper, the fuzzy set theory was introduced in the design of new method. The similar neighbors obtained by the non-negative least squares method were used to construct the similar membership degree matrix. Based on the similar membership degree matrix, we redefined the fuzzy weight and the fuzzy marginal patch means. The fuzzy weight can reduce the influence caused by the overlap and outliers to some extent. The fuzzy marginal patch means specify the contributions of each sample to the classification. Under the PA framework, the difference among intra-class samples caused by the variety of the illumination can be degraded. And the distances between different categories are enlarged in the transformed space. The experimental results on the UCI Wine, Yale and Yale-B databases demonstrate the effectiveness of the new methods, especially in dealing the changing illumination on images.

**Keywords** Patch alignment framework, Fuzzy, Margin, Nonnegative least squares

## 1 引言

线性鉴别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)<sup>[1]</sup>是传统的线性降维方法,其基本的原理是寻找最具判别性的投影方向,使得数据经投影处理后,不仅维数得到降低,而且获得最大类内紧致性和类间可分性。基于 LDA 所抽取的特征有良好的可分性, LDA 已公认为是模式识别领域一个重要的研究方向,并成功应用于模式识别的很多领域。然而该方法仍存在以下两方面的不足:(1) LDA 的最优性建立在数据是高斯分布这一假设基础之上。在现实应用中,这一假设往往很难得到满足。而此时的类间散度矩阵不能很好地对不同类样本之间的可分性作刻画。(2)高维的数据和有限的实验样本所造成的小样本问题,使得类内的散布矩阵奇异,从而无法直接求解得到最佳投影矩阵,此时的 Fisher 鉴别准则被视为“病态”。

针对 LDA 存在的问题,鉴别局部校准(Discriminative Locality Alignment, DLA)<sup>[2]</sup>给出了很好的解决办法。DLA

的成功应用得益于补丁校准(Patch Alignment, PA)<sup>[2]</sup>框架。除了 DLA 之外,许多基于谱的方法也被纳入到 PA 学习框架之中, PA 也因此受到越来越多的关注<sup>[3-7]</sup>。PA 的实现首先通过“局部优化”,建立目标优化子函数,再通过“整体校准”,在同一个全局的坐标体系里整合所有的“局部优化”,以达到全局最优。

为了克服 LDA 应用中的小样本问题,同样涌现了各式各样的算法。文献[8]提出了最大边界准则(Maximum Margin Criterion, MMC);而后,文献[9-11]陆续对 MMC 作了改进。其中,文献[12]提出了一种非参数边界最大化准则,通过最大化每个样本点与其不同类的最近样本点距离和最小化每个样本点与其同类的最远样本点距离,来获得最佳投影。

受 PA 和 MMC 启发,本文重新定义了样本边界,在 PA 框架下,提出了一种新的最大模糊边界投影算法(Maximum Fuzzy Margin Projection, MFMP)。新算法借助模糊 K 最近邻(Fuzzy K Nearest Neighbor, FKNN)<sup>[13]</sup>算法的思想,引入“模糊集理论”<sup>[14]</sup>,采用非负最小二乘法(Nonnegative Least

Squares, NLS)选择相似近邻,构造相似隶属度矩阵。对每个具体的样本,相似隶属度矩阵可依据其相似近邻在原始数据样本的分布,赋予其相应的模糊权重,以衡量该样本对特征提取所做的贡献。基于相似隶属度,算法重新定义了边界补丁中心,距离边界补丁中心越近的样本对于最后的有效特征提取所做贡献越多,而距离边界补丁中心点远的样本也被赋予相应的权值。通过最大化不同类边界补丁中心距离,同时收拢每类的边界点,使得分类效果更明显。实验验证了该算法的有效性。

## 2 补丁校准 (PA) 框架

### 2.1 局部优化

假设训练样本  $\vec{x}_i \in \bar{X}$  的  $K$  个最近邻点为:  $\vec{x}_{i_1}, \dots, \vec{x}_{i_K}$ , 其中  $\bar{X} = [\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_N] \in R^{D \times N}$ ,  $D$  为输入空间样本的维数,  $N$  为总的训练样本数。定义  $\vec{x}_i$  的补丁为:  $\bar{X}_i = [\vec{x}_i, \vec{x}_{i_1}, \dots, \vec{x}_{i_K}] \in R^{D \times (K+1)}$ 。  $\bar{X}_i$  局部低维嵌入  $\bar{Y}_i = [\bar{y}_i, \bar{y}_{i_1}, \dots, \bar{y}_{i_K}] \in R^{d \times (K+1)}$  可通过局部投影  $f_i: \bar{X}_i \mapsto \bar{Y}_i$  得到, 其中  $d$  为特征空间的维数, 且  $d \leq D$ 。对每个补丁作如下的目标优化:

$$\arg \min_{\bar{Y}_i} \text{tr}(\bar{Y}_i L_i \bar{Y}_i^T) \quad (1)$$

其中,  $\text{tr}(\cdot)$  为矩阵的迹,  $L_i \in R^{(K+1) \times (K+1)}$  为第  $i$  个补丁的局部优化矩阵, 算法不同则产生的  $L_i$  也不一样。

### 2.2 整体校准

集合所有的低维表示  $\bar{Y}_i (i=1, \dots, N)$ , 通过选择矩阵  $\bar{S}_i \in R^{N \times (K+1)}$ , 将其整合到同一个全局坐标系  $\bar{Y} = [\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_N] \in R^{d \times N}$  中, 即:

$$\bar{Y}_i = \bar{Y} \bar{S}_i \quad (2)$$

其中, 选择矩阵定义为:

$$(\bar{S}_i)_{pq} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } p = F_i(q) \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (3)$$

而  $F_i = \{i, i_1, \dots, i_K\}$  为第  $i$  个补丁的类标集合。

第  $i$  个补丁目标优化函数继而调整为:

$$\arg \min_{\bar{Y}_i} \text{tr}(\bar{Y}_i \bar{S}_i L_i \bar{S}_i^T \bar{Y}_i^T) \quad (4)$$

最佳的投影矩阵  $\Phi$  可通过求解下列目标优化函数得到。

$$\begin{aligned} \arg \min_{\Phi} \sum_{i=1}^N \text{tr}(\Phi^T \bar{X}_i \bar{S}_i L_i \bar{S}_i^T \bar{X}_i \Phi) \\ \text{s. t. } \Phi \Phi^T = I_d \end{aligned} \quad (5)$$

## 3 最大模糊边界鉴别分析

对一般的分类问题, 假设  $X = [x_1, \dots, x_N] \in R^{D \times N}$  为训练样本集, 其中  $D$  为样本的维数,  $N$  为总的样本数。训练样本  $x_i$  的低维表示为  $y_i = x_i^T \Phi$ , 而  $\Phi \in R^{D \times d}$  为投影矩阵。

### 3.1 样本模糊隶属度矩阵

借助 KNN 算法思想, FKNN 引入模糊集理论, 按类别给未知样本分配隶属度, 一改直截了当地把未知样本划分到某一特定类的传统做法。受 FKNN 启发, 我们拟从样本间的相似程度出发, 采用 NLS 法寻找相似近邻, 再计算样本的相似隶属度, 并记录在矩阵  $U$  中。具体方法如下:

步骤 1: 对训练样本  $x_i$ , 利用 NLS 寻找其相似近邻。记近邻的数量为  $K_i$ 。

$$\begin{aligned} \hat{w} = \arg \min_w \|x_i - \bar{X} w\|_2 \\ \text{s. t. } w_i \geq 0, i=1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\bar{X} = [x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_N] \in R^{D \times (N-1)}$ ,  $w$  是非负的最小二乘系数。NLS 的求解可采用 MATLAB 自带的“lsqnonneg”函数。为方便统计, 设定大于  $10^{-5}$  的系数为非零系数。我们把非零系数所关联的样本认定为  $x_i$  的相似样本。注意, 不同的训练样本  $x_i$  对应的近邻数量也不一样。

步骤 2: 从样本的相似程度出发, 构造相似隶属度矩阵  $U$ , 并用  $u_{ji}$  表示第  $i$  个样本在第  $j$  类的隶属度, 即

$$u_{ji} = \begin{cases} 0.51 + 0.49(n_{ji}/K_i), & \text{如果第 } i \text{ 个样本属于第 } j \text{ 类} \\ 0.49(n_{ji}/K_i), & \text{否则} \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $n_{ji}$  表示第  $i$  个样本的相似近邻中属于第  $j$  类的样本数量。

易见, 相似隶属度矩阵  $U$  有以下特点:

$$\sum_{j=1}^c u_{ji} = 1, 0 < \sum_{i=1}^N u_{ji} < N \quad (8)$$

其中,  $c$  是样本的类别数。

由此可见, 相似隶属度矩阵记录的类型隶属度明确了每个训练样本与各个类的相似程度。这无疑有助于我们从相似近邻的隶属度来推断未知样本的类别隶属可能性。

## 3.2 补丁优化

### 3.2.1 构造边界补丁

假设训练样本  $x_i$  的类标是  $z$ , 利用 KNN 算法, 在第  $s (s \neq z)$  类中寻找距离  $x_i$  最近的  $K/2$  个的样本, 记为  $X_{i(z)}^s = [x_{i_1}^s, \dots, x_{i_{K/2}}^s]$ 。计算  $K/2$  个近邻样本的中心  $m_i^s$ , 并以此  $m_i^s$  为基准, 回到第  $z$  类中寻找距离  $m_i^s$  最近的  $K/2$  个最近邻样本, 记为  $X_{i(z)}^z = [x_{i_1}^z, \dots, x_{i_{K/2}}^z]$ 。集合两部分的近邻样本, 定义样本  $x_i$  的边界补丁  $X_i^z = [x_i, x_{i_1}^z, \dots, x_{i_{K/2}}^z, x_{i_1}^s, \dots, x_{i_{K/2}}^s]$ , 而相应的指标记为  $\Gamma_i^z = \{i, i^1, \dots, i^{K/2}, i_1, \dots, i_{K/2}\}$ 。  $X_i^z$  的低维表示为  $Y_i^z = [y_i, y_{i_1}^z, \dots, y_{i_{K/2}}^z, y_{i_1}^s, \dots, y_{i_{K/2}}^s]$ , 可通过  $Y_i^z = \Phi^T X_i^z$  得到。

### 3.2.2 类内模糊边界补丁优化

依据 3.2.1 节介绍, 定义样本  $y_i$  类内模糊边界距离:

$$d_w^z(y_i) = \sum_{j=1}^{K/2} \|y_i - y_{i_j}^z\|^2 (w_i^z) \quad (9)$$

其中,  $(w_i^z)_j = u_{z,i} / \sum_{r=1}^{K/2} u_{z,i,r}$  是模糊加权,  $z$  是样本  $y_i$  类标。

易见,  $d_w^z(y_i)$  越小, 同类样本的聚类效果越好。故有:

$$\begin{aligned} \arg \min_{Y_i^z} d_w^z(y_i) &= \sum_{j=1}^{K/2} \|y_i - y_{i_j}^z\|^2 (w_i^z) \\ &= \arg \min_{Y_i^z} \text{tr} \left\{ \begin{pmatrix} y_i - y_{i_1}^z \\ \vdots \\ y_i - y_{i_{K/2}}^z \end{pmatrix} \text{diag}(w_i^z) [y_i - y_{i_1}^z, \dots, y_i - y_{i_{K/2}}^z] \right\} \\ &= \arg \min_{Y_i^z} \text{tr}(Y_i^z L_{w(i)}^z (Y_i^z)^T) \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $L_{w(i)}^z = \begin{pmatrix} I_{K/2+1} & \\ & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -e_{K/2}^T \\ I_{K/2} \end{pmatrix} \text{diag}(w_i^z) [-e_{K/2}, I_{K/2}]$

$\begin{pmatrix} I_{K/2+1} \\ 0 \end{pmatrix}^T, e_{K/2} = \underbrace{[1, \dots, 1]}_{K/2}^T, I_{K/2} = \text{diag}(\underbrace{1, \dots, 1}_{K/2})$ 。

### 3.2.3 类间模糊边界补丁优化

利用 FKNN 的结果计算边界补丁的中心和散度矩阵。对样本  $y_i$ , 考虑用其近邻样本的相似隶属度定义其关联的类内和类间边界补丁的中心向量, 具体如下:

$$\hat{m}_{w(i)}^z = \sum_{j=1}^{K/2} u_{z,i} y_{i_j}^z / \sum_{j=1}^{K/2} u_{z,i} \quad (11)$$

$$\hat{m}_{b(i)}^s = \sum_{g=1}^{K_2} u_{s,i_g} y_{i_g}^s / \sum_{g=1}^{K_2} u_{s,i_g} \quad (12)$$

其中,  $s \in \{1, 2, \dots, z-1, z+1, \dots, c\}$ ,  $z$  是样本  $y_i$  类标, 可见  $z \neq s$ 。

相应的类间模糊边界距离定义为:

$$d_b^s(y_i) = \|\hat{m}_{w(i)}^s - \hat{m}_{b(i)}^s\|^2 \quad (13)$$

作类间模糊边界补丁优化如下:

$$\begin{aligned} \arg \max_{y_i} d_b^s(y_i) \\ &= \arg \max_{y_i} \|\hat{m}_{w(i)}^s - \hat{m}_{b(i)}^s\|^2 \\ &= \arg \max_{Y_i^s} \left\| \sum_{j=1}^{K_1} u_{z,j} y_j^s / \sum_{j=1}^{K_1} u_{z,j} - \sum_{g=1}^{K_2} u_{s,i_g} y_{i_g}^s / \sum_{g=1}^{K_2} u_{s,i_g} \right\|^2 \\ &= \arg \max_{Y_i^s} \text{tr}(Y_i^s M_i^s (M_i^s)^T (Y_i^s)^T) \\ &= \arg \max_{Y_i^s} \text{tr}(Y_i^s L_{b(i)}^s (Y_i^s)^T) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{其中, } L_{b(i)}^s = M_i^s (M_i^s)^T, M_i^s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{K_1+K_2} \end{bmatrix}.$$

$$\left[ 0, \underbrace{\frac{1}{\sum_{j=1}^{K_1} u_{z,j}}, \dots, \frac{1}{\sum_{j=1}^{K_1} u_{z,j}}}_{K_1}, \underbrace{\frac{1}{\sum_{g=1}^{K_2} u_{s,i_g}}, \dots, \frac{1}{\sum_{g=1}^{K_2} u_{s,i_g}}}_{K_2} \right]^T.$$

### 3.3 全局校准

为能更好地分类, 我们总是希望在投影后的低维空间里, 类间距离最大化, 同时类内距离最小化。为此, 需要在每个样本的补丁优化阶段缩小类内模糊边界距离  $d_w^s(y_i)$ , 同时, 加大相应的类间模糊边界距离  $d_b^s(y_i)$ 。整合两方面的需求, 有:

$$\begin{aligned} \arg \max_{y_i} (d_b^s(y_i) - \beta d_w^s(y_i)) \\ &= \arg \max_{Y_i^s} (\| \hat{m}_{w(i)}^s - \hat{m}_{b(i)}^s \|^2 - \beta \sum_{j=1}^{K_1} \| y_i - y_j^s \|^2 \\ & \quad (w_j^s)) \\ &= \arg \max_{Y_i^s} \text{tr}(Y_i^s L_{b(i)}^s (Y_i^s)^T) - \beta \text{tr}(Y_i^s L_{w(i)}^s (Y_i^s)^T) \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\beta \in [0, 1]$  是尺标参数。

定义选择矩阵  $S_i$  如下:

$$(S_i)_{pq} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } p \in \Gamma_i^s(q) \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (16)$$

可见:

$$Y_i^s = Y S_i \quad (17)$$

显然,  $X_i^s$  的低维表示  $Y_i^s$  可用全局的坐标系  $Y$  表示。

对于有  $N$  个训练样本的分类问题, 可找到类似式(15)的  $N(c-1)$  个子优化函数。整合  $N(c-1)$  个子优化函数如下:

$$\begin{aligned} \arg \max_Y \sum_{i=1}^N \sum_{s=1, s \neq z}^c (\text{tr}(Y S_i^s L_{b(i)}^s (S_i^s)^T Y^T) - \beta \text{tr}(Y S_i^s L_{w(i)}^s (S_i^s)^T Y^T)) \\ &= \arg \max_Y \text{tr}(Y (\sum_{i=1}^N \sum_{s=1, s \neq z}^c (S_i^s L_{b(i)}^s (S_i^s)^T - \beta S_i^s L_{w(i)}^s (S_i^s)^T) Y^T) \\ &= \arg \max_Y \text{tr}(Y L Y^T) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, 校准矩阵  $L$  为:

$$L = \sum_{i=1}^N \sum_{s=1, s \neq z}^c (S_i^s L_{b(i)}^s (S_i^s)^T - \beta S_i^s L_{w(i)}^s (S_i^s)^T) \quad (19)$$

最优的投影矩阵  $\Phi_{MFMP}$  由标准特征方程

$$X L X^T \phi = \lambda \phi \quad (20)$$

的  $d$  个最大特征值所对应的  $d$  个特征向量组成, 即:  $\Phi_{MFMP} = [\phi_1, \dots, \phi_d]$ 。

### 3.4 MFMP 算法

综上所述, MFMP 算法流程如下:

• 284 •

输入: 训练样本集  $X = [x_1, \dots, x_N] \in R^{D \times N}$  和相应的类标

输出: 最优的投影矩阵

过程:

第 1 步: 把所有的样本投影到 PCA 子空间  $\Phi_{PCA}$ 。

第 2 步: 利用 NLS(式(6))寻找每个训练样本的相似近邻样本, 并参照式(7)计算相似隶属度矩阵  $U$ 。

第 3 步: 利用 KNN 算法, 在第  $s$  类中寻找距离第  $z$  类的训练样本  $x_i$  最近的  $K_2$  个近邻样本, 即:  $X_{i(b)}^s = [x_{i_1}^s, \dots, x_{i_{K_2}}^s]$ , 并计算  $K_2$  个样本的中心向量  $m_i^s$ 。以该中心为基准, 回到第  $z$  类中寻找  $K_1$  个距离  $m_i^s$  最近的样本, 即:  $X_{i(w)}^s = [x_{i_1}^s, \dots, x_{i_{K_1}}^s]$ 。整合  $K_1+K_2$  个近邻, 构造样本  $x_i$  的局部边界补丁  $X_i^s = [x_1, x_1^s, \dots, x_{K_1}^s, x_1^s, \dots, x_{K_2}^s]$ , 并收集  $X_i^s$  的样本指标  $\Gamma_i^s = \{i, i^1, \dots, i^{K_1}, i_1, \dots, i_{K_2}\}$ 。

第 4 步: 利用式(19)计算校准矩阵  $L$ 。

第 5 步: 求解标准的特征方程  $X L X^T = \lambda \phi$ ,  $d$  个最大的特征值对应的特征向量构成投影矩阵  $\Phi_{MFMP} = [\phi_1, \dots, \phi_d]$ 。

第 6 步: 最优的投影矩阵为  $\Phi_{PCA} \Phi_{MFMP}$ 。

一旦获得最优的投影矩阵, 所有样本投影到  $\Phi_{PCA} \Phi_{MFMP}$ , 再选择适当的分类方法进行分类。

## 4 仿真实验及分析

在本文实验中, 用 MATLAB R2010a 来实现各种算法, 所用计算机的内存为 8GB, CPU 为 Intel(R) Core(TM) i5-4440 CPU @ 3.10GHz, 主频为 3.10GHz, LPP 采用高斯核  $t = \infty$ 。

### 4.1 实验数据库

来自于 UCI 的 Wine 数据集共有 13 个特征, 3 个类别, 共 178 个样本。每类选取 48 个样本用于实验。

Yale 人脸库包括有 15 个人的 165 幅灰度人脸图像。每个人有 11 幅照片图像。这些照片在不同的表情和光照等条件下拍摄。实验中, 图像被处理成  $32 \times 32$  大小。图 1 为 Yale 数据库中某人的 11 幅人脸图像。



图 1 Yale 人脸库某人的 11 张幅图像

Yale-B 数据库包括 38 个人, 每人有 9 种姿态, 每种姿态有 64 种光照条件, 共有图像 16128 幅。实验选取其中 38 个人的 2432 幅正面姿态图像, 每幅图像剪裁为  $42 \times 48$ 。图 2 为 Yale-B 人脸库中某人的 5 幅人脸图像。



图 2 在 Yale-B 数据库某人的 5 张不同光照下的图像

### 4.2 实验设置及结果分析

在 UCI Wine, Yale 和 Yale-B 数据库上分别测试了 PCA、FLDA、LPP<sup>[15,16]</sup>、MMC 和所提出的 MFMP 算法性能。实验中, 设置 MFMP 的尺标参数  $\beta = 1$ 。算法最后采用最小距离分类器<sup>[17]</sup>进行分类。

在 UCI Wine 数据集中随机选取  $T(T=10, 15, 20, 25, 30)$  幅图像用于训练, 剩余图像用于测试。每组实验运行 20 次。

在 Yale 人脸库中随机选择  $T(T=4, 5, 6)$  幅图像作为训练样本, 剩余的图像作为测试样本。每组实验均重复 20 次。在本实验中, 为公平起见, 除 PCA 外, 所有特征抽取方法均在 44 维的 PCA 子空间进行。

在 Yale-B 人脸库中随机选择  $T(T=10, 15, 20, 25)$  幅图像作为训练样本, 剩余的图像作为测试样本。每组实验均重复 10 次。同样, 除 PCA 外, 所有的特征抽取在 150 维的 PCA 子空间进行。

实验结果如表 1 所列。表中给出了实验的最大平均识别率和标准差。观察表 1, 可以看出:

1) 本文方法在 UCI Wine、Yale 和 Yale-B 数据库上都取得了非常好的识别效果。

2) Yale 和 Yale-B 人脸数据库的图像存在较大的光照变化, 算法利用样本的模糊隶属度重新计算的边界中心能集中反映样本的原始数据分布, 并有效地压制由光照、表情变化等引起的差异, 最终得到的有效特征有助于样本分类。实验很好地验证了所提算法的合理性。

表 1 在 UCI Wine、Yale、Yale-B 数据库中不同方法的最大平均识别率及相应的标准差

数据库	样本数	PCA	FLDA	LPP	MMC	MFMP
UCI Wine	10	60.61	92.63	83.20	60.79	95.00
		$\pm 2.86$	$\pm 3.84$	$\pm 5.12$	$\pm 1.99$	$\pm 2.49$
		61.77	94.70	85.91	61.72	96.87
	15	$\pm 4.64$	$\pm 2.70$	$\pm 5.02$	$\pm 4.44$	$\pm 1.57$
		61.49	95.18	86.49	61.49	97.86
		$\pm 4.66$	$\pm 1.95$	$\pm 4.77$	$\pm 4.66$	$\pm 1.54$
	20	62.75	95.51	85.14	63.33	97.97
		$\pm 3.46$	$\pm 2.66$	$\pm 4.82$	$\pm 5.26$	$\pm 1.66$
		62.69	95.93	86.39	63.61	98.43
	25	$\pm 6.51$	$\pm 3.10$	$\pm 5.14$	$\pm 8.37$	$\pm 1.93$
		90.57	71.24	88.24	88.81	93.19
		$\pm 2.80$	$\pm 8.96$	$\pm 2.32$	$\pm 3.88$	$\pm 4.55$
	Yale	91.67	87.67	90.11	89.94	93.94
		$\pm 5.41$	$\pm 9.70$	$\pm 4.64$	$\pm 7.29$	$\pm 6.19$
		92.60	92.00	91.93	91.87	96.40
6	$\pm 5.55$	$\pm 6.55$	$\pm 4.98$	$\pm 6.74$	$\pm 5.19$	
	49.78	57.43	78.35	82.16	95.05	
	$\pm 7.25$	$\pm 5.79$	$\pm 18.27$	$\pm 10.13$	$\pm 6.82$	
Yale-B	50.36	92.81	92.10	90.23	96.74	
	$\pm 4.61$	$\pm 7.82$	$\pm 11.55$	$\pm 10.38$	$\pm 4.16$	
	53.53	95.33	94.74	92.45	98.04	
20	$\pm 5.46$	$\pm 6.44$	$\pm 8.35$	$\pm 9.96$	$\pm 1.87$	
	57.19	97.21	97.16	95.92	98.54	
	$\pm 3.97$	$\pm 3.05$	$\pm 3.05$	$\pm 5.54$	$\pm 1.17$	

**结束语** 本文引入“模糊集理论”, 在 PA 框架下提出了最大模糊边界投影方法。通过 NLS 获得相似样本, 并构造相似隶属度矩阵。由于相似隶属度矩阵细化了每一个样本对分类的贡献, 使得边界样本的分布信息能够通过相似隶属度矩阵融入到特征抽取过程中, 并有效地压制由于光照、表情变化等引起的差异, 有助于提取有利于分类的边界特征。算法采

取的从局部优化到全局校准的策略, 使得投影后不同类样本的间距更大, 更有利于分类。仿真实验验证了该算法的合理性。

## 参考文献

- [1] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. fisherfaces: recognition using class specific linear projection[J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 1979, 19(7): 711-720
- [2] Zhang T, Tao D, Li X, et al. Patch Alignment for Dimensionality Reduction[J]. IEEE Trans. Knowledge and Data Engineering, 2009, 21(9): 1299-1313
- [3] Yi Chen, Jun Yin, Jie Zhu, et al. Dimensionality Reduction via Locally Reconstructive Patch Alignment[J]. Optical Engineering, 2012, 51(8): 077208
- [4] Lan L, Huang X, Guan N, et al. Semi-supervised Non-negative Patch Alignment Framework[C]//2012 11th International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA). IEEE, 2012: 174-178
- [5] Tao D, Jin L, Zhang S, et al. Sparse Discriminative Information Preservation for Chinese character font categorization[J]. Neurocomputing, 2014, 129(4): 159-167
- [6] Yu J, Hong R, Wang M, et al. Image clustering based on sparse patch alignment framework[J]. Pattern Recognition, 2014, 47(11): 3512-3519
- [7] Guan N, Tao D, Luo Z, et al. Non-negative patch alignment framework[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(8): 1218-1230
- [8] Li H F, Jiang T, Zhang K S. Efficient and robust feature extraction by maximum margin criterion[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 2006, 17(1): 157-165
- [9] Zheng W, Zou C, Zhao L. Weighted maximum margin discriminant analysis with kernels[J]. Journal of Neurocomputing, 2005, 67: 357-362
- [10] Liu Q S, Tang X O, Lu H Q, et al. Face recognition using kernel scatter-difference-based discriminant analysis[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 2006, 17(4): 1081-1085
- [11] Liu J, Chen S C, Tan X Y, et al. Comments on efficient and robust feature extraction by maximum margin criterion[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 2007, 18(6): 1862-1864
- [12] Qiu X P, Wu L D. Face recognition by stepwise nonparametric margin maximum criterion[C]//Proc. of the 10th IEEE Int'l Conf. on Computer Vision (ICCV 2005). IEEE, 2005: 1567-1572
- [13] Keller J. A fuzzy k-nearest neighbor algorithm[J]. IEEE Trans. Syst. Man Cybern., 1985, 15(4): 580-585
- [14] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Info. Control, 1965, 8(3): 338-353
- [15] He X F, Yan S, Hu Y, et al. Face Recognition Using Laplacian-faces[J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(3): 328-340
- [16] He X F, Niyogi P. Locality Preserving Projections [C]//Proc. 16th Conf. Neural Information Processing Systems, 2003
- [17] Gonzalez R C, Woods R E. Digital Image Processing[M]. Addison Wesley, 1997