

三支决策中不承诺决策的转化代价与风险控制

李丽红 李 言 刘保相

(华北理工大学理学院 唐山 063000)

摘 要 三支决策将决策域分为接受域、拒绝域和不承诺域 3 个部分,是二支决策理论的扩展,取得了广泛的应用。由于三支决策的不承诺型决策结果也要付出代价,因此首先对不承诺型决策进行风险分析,其次研究构建不承诺型决策向二支决策的转化流程,再次给出基于最小转化代价的不承诺型决策的风险控制模型,最后用实例分析证明了模型的有效性。

关键词 三支决策,不承诺型决策,转化代价,风险控制

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.1.018

Cost and Risk Control of Conversion of Three-way Decisions' Boundary Domain

LI Li-hong LI Yan LIU Bao-xiang

(College of Science, North China University of Science and Technology, Tangshan 063000, China)

Abstract The three-way decisions theory is formulated based on the notions of acceptance, rejection and non-commitment, which is an extension of the commonly used binary-decision model and has been widely used in many fields and disciplines. Considering that the costs of non-commitment are often the same with misjudgment in positive region or negative region, firstly, the risk of non-commitment decision was analyzed. Secondly, conversion process into two decision-making commitments was studied, and based on the minimum conversion price, non-commitment decision risk control model was given. Finally, case study shows the effectiveness of the model.

Keywords Three-way decisions, Non-commitment decision, Transformation cost, Risk control

1 引言

三支决策是一种在不确定或不完整信息条件下的决策方式,当可用的信息足够多时,可以直接做出接受或拒绝的决策;否则,会做出不承诺从而进一步观察的决策。相比于传统的二支决策,三支决策可以规避或减小不确定性带来的风险。

2001 年,张文修、吴伟志、梁吉业和李德玉等知名学者在《粗糙集理论与方法》^[1]中首先将决策粗糙集理论介绍给国内读者之后,研究者们结合自己的专业展开了三支决策的深入研究^[2-4]。姚静涛和 Herbert 结合决策粗糙集和博弈粗糙集研究了三支决策;周献中、李华雄等给出了决策粗糙集的一个多视角解释,讨论了决策粗糙集属性约简问题及应用;李天瑞、刘盾等讨论了多类决策粗糙集和应用,并将三支决策应用到投资决策中;商琳和贾修一等讨论了三支决策在垃圾邮件过滤中的应用,同时提出了决策粗糙集中阈值的自适应算法和模拟退火算法^[5-12]。

三支决策用接受、拒绝和不承诺决策表示决策的 3 种结果。在有些实际问题中,三支决策的不承诺决策的效果等同于拒绝决策。例如在投资问题中,采用三支决策,决策结果就会有“投资、不投资、不承诺投资”,而“不承诺投资”的效果就等同于“现在不投资”,也需要承担经济形势变化带来的各种

损失和风险。还有一些不得不马上做出决策的行为,如对一些危急病人,有“手术、不手术、不承诺手术”3 种结果,不承诺手术的风险等同于现在不手术的风险。因此,在三支决策的深入研究中,对不承诺型决策进行决策风险预测和风险控制十分必要。

不承诺型决策产生的主要原因是当前信息不足以立即做出承诺型决策,若将不承诺型决策转化为承诺型决策,则需要获取更多的决策信息。本文提出两者转化的代价函数,以误判代价最小为原则,将不承诺型决策转化为承诺型决策,进一步完善三支决策理论。

2 三支决策主要知识

设 U 是有限、非空实体集或决策方案集, C 是有限条件集,决策任务是基于给定条件对每一个实体 $x \in U$ 作出相应的决策。

传统的二值评价函数给出了二支决策,二支决策将集合 U 分为两个不相交的域,称为正域和负域,分别记为 POS 和 NEG。二支决策只考虑接受与拒绝两种选择。

当根据我们掌握的信息不足以做出完全接受或拒绝的决策时,就采用三支决策,即将实体集 U 分成 3 个两两不相交的域,记为 POS、NEG 和 BND,分别称为正域、负域和边界

到稿日期:2015-04-28 返修日期:2015-06-16 本文受国家自然科学基金项目(61370168)资助。

李丽红(1979—),女,副教授,主要研究方向为粗糙集、格序决策、数据挖掘等,E-mail:kysl@ncst.edu.cn;李言(1990—),女,助教,主要研究方向为粗糙集、三支决策、数据挖掘等,E-mail:danliyan@163.com(通信作者);刘保相(1957—),男,教授,主要研究方向为粗糙集、概念格、数据挖掘等,E-mail:liubx5888@126.com。

域。对应于3个域,可以构造三支决策规则。三支决策比传统二支决策多了一个不承诺决策选择,当信息不足以支持接受也不足以支持拒绝时,采用第三种选择,即不承诺。

二支决策能使决策者获得快速、简洁的结果,但是在处理不确定性信息时,往往容易带来较高的错误率或决策风险。三支决策是为实现最终的二支决策的中间步骤,可以规避或减小不确定性带来的风险。

三支决策在应用中需要构造实体评价函数和指定阈值。在评价函数的值域上可以建立某种序关系,通过决策状态值比较实体满足条件的程度,评价函数取决于条件集合,对于接受和拒绝,可能是相互独立的评价或相同的评价,根据具体应用,可解释为更直观的概念如代价、风险、利润、满意度等;给定的阈值可以将决策状态值分成3个区。假设给定阈值对 α 和 β :

- (1)当评价函数 f 值大于或等于 α 时,接受该实体;
- (2)当评价函数 f 值小于或等于 β 时,拒绝该实体;
- (3)当评价函数 f 值在 α 和 β 之间时,既不拒绝也不接受,选择不承诺决策。

以下给出一个基于全序评价函数的三支决策模型。

设 (L, \leq) 是一个全序集,其中 \leq 是一个全序关系, α, β 是满足条件 $\beta < \alpha$ 的两个参数,集合 $L^+ = \{t \in L | t \geq \alpha\}$ 表示指定接受值区,集合 $L^- = \{t \in L | t \leq \beta\}$ 表示指定拒绝值区,给定评价函数 $f: U \rightarrow L$,三支决策的3个域可定义为

$$\begin{aligned} POS_{(\alpha, \beta)}(f) &= \{x \in U | f(x) \geq \alpha\} \\ NEG_{(\alpha, \beta)}(f) &= \{x \in U | f(x) \leq \beta\} \\ BND_{(\alpha, \beta)}(f) &= \{x \in U | \beta < f(x) < \alpha\} \end{aligned}$$

3 不承诺型决策风险分析

实际应用中不承诺型决策一样存在风险,同样需要付出代价。如在急病医疗诊断中,病人的临床表现对是否患了某种疾病 ω 的证据不充分,这时医生不能肯定病人是否一定患有疾病 ω 。不承诺决策的实际结果就等同于现在不医治的后果,需要承担病人实际患有疾病 ω 而没有医治的风险。此时要明确不承诺决策转化为医治和不医治的代价,从而选取代价更小的决策方案。

在投资行为决策中,分析当前形势和自己资金状况来决定是否进行投资。不承诺决策的结果等同于现在不投资,若错过了最好的投资时机,同样需要付出相应的代价,承担不承诺决策带来的风险。

我们采用决策代价表法对不承诺决策进行风险分析。

设 $\Omega = \{C, C^c\}$ 表示两种状态的集合,其中状态 C 表示实体是集合 C 的成员,状态 C^c 表示实体不是集合的成员,为方便讨论,使用集合 C 表示集合本身及其对应的状态。每种状态对应3种决策动作,这3种动作的集合记为 $A = \{a_P, a_N, a_B\}$,其中 a_P, a_N 和 a_B 分别表示对实体所进行的分类动作,即决定 x 在正域 $x \in POS_{(\alpha, \beta)}(C)$ 、决定 x 在负域 $x \in NEG_{(\alpha, \beta)}(C)$ 和决定 x 在边界域 $x \in BND_{(\alpha, \beta)}(C)$ 。因此可得出表1中的矩阵表示。如果一个实体属于集合 C ,则 $\lambda_{PP}, \lambda_{NP}$ 和 λ_{BP} 分别表示采取3种决策 a_P, a_N 和 a_B 的代价;如果一个实体不属于集合 C ,则 $\lambda_{PN}, \lambda_{NN}$ 和 λ_{BN} 分别表示采取3种决策 a_P, a_N 和 a_B 的代价。

表1 三支决策的代价

	a_P	a_N	a_B
$C(P)$	λ_{PP}	λ_{NP}	λ_{BP}
$C^c(N)$	λ_{PN}	λ_{NN}	λ_{BN}

决策代价表中的参数值满足以下条件:

$$\lambda_{PP} \leq \lambda_{BP} \leq \lambda_{NP}$$

$$\lambda_{NN} \leq \lambda_{BN} \leq \lambda_{PN}$$

“ \leq ”的产生源于决策信息的不确定性。对于具有不确定性的决策活动来说,不确定的对象被划分到了边界域,而边界域内采用的不承诺决策存在一定的风险。

从而可以得到不承诺决策的风险估计的两个结论:

- (1)风险的存在性: $\lambda_{BP} \geq 0$ 和 $\lambda_{BN} \geq 0$ 。
- (2)风险的重要性:当条件中的“ $=$ ”成立,不承诺决策的效果甚至等同于接受或拒绝决策的效果,需要承担等同于 λ_{NP} 或 λ_{PN} 的风险。

基于以上结论,我们不仅可以将决策问题划分到三支决策的3个域中,而且可以据此给出三支决策向二支决策的转化代价和风险控制的依据。

4 三支决策不承诺决策向二支决策的转化

4.1 基于最小转化代价的不承诺决策风险控制方法

使用三支决策后,每种状态对应3种决策动作,这3种动作的集合记为 $A = \{a_P, a_N, a_B\}$,其中 a_P, a_N 和 a_B 分别表示对实体 x 所进行的分类动作,即决定 x 在正域 $x \in POS_{(\alpha, \beta)}(C)$ 、决定 x 在负域 $x \in NEG_{(\alpha, \beta)}(C)$ 和决定 x 在边界域 $x \in BND_{(\alpha, \beta)}(C)$ 。但必要的情况下,往往动作 a_B 又必须立即判断,采取动作 a_P 和 a_N 。为此我们引入新的代价函数,表示不承诺决策采用决策、不采用决策的代价。

定义1 μ_{PB} 为 $x \in BND_{(\alpha, \beta)}(C)$ 但选择动作 a_P 需要付出的代价。

即 μ_{PB} 表示实体 x 处于边界域范围内但给出正域的决策结果需要付出的代价, μ_{PB} 的确定可以分为近因和远因两方面,近因一般包括当即采用决策正域体现的风险,远因包括因时间变化引起的决策风险的变化。也就是:

$$\mu_{PB} = \mu(\text{近因}, \text{远因})$$

定义2 μ_{NB} 为 $x \in BND_{(\alpha, \beta)}(C)$ 但选择动作 a_N 需要付出的代价。

即 μ_{NB} 表示实体 x 处于边界域范围内但给出负域的决策结果需要付出的代价, μ_{NB} 的确定同样可以分为近因和远因两方面,近因一般包括当即采用决策负域体现的风险,远因包括因时间变化引起的决策风险的变化。也就是:

$$\mu_{NB} = \mu(\text{近因}, \text{远因})$$

三支决策边界域采用二支决策的代价情况如表2所列。

表2 三支决策边界域采用二支决策的代价

	a_P	a_N
a_B	μ_{PB}	μ_{NB}

在不承诺决策的风险控制时,要将不承诺决策转化为接受域或拒绝域的部分,则应选择误判代价最小的方案。不难得出以下结论:

当 $\mu_{PB} < \mu_{NB}$ 时,边界域做出接受决策的代价更小,二支决策结果更合理;

当 $\mu_{PB} > \mu_{NB}$ 时,边界域做出拒绝决策的代价更小,二支决策结果更合理。

4.2 不承诺决策向二支决策转化的步骤

不承诺决策向二支决策转化的实现需要 3 个重要步骤:

(1) 确定三支决策的分类阈值 α, β ;

(2) 分别找出 μ_{PB} 和 μ_{NB} 代价值; 给出不承诺决策转向二支决策的依据, 当 $\mu_{PB} < \mu_{NB}$ 时, 做出接受决策的代价更小, 决策结果更合理;

(3) 当 $\mu_{PB} > \mu_{NB}$ 时, 做出拒绝决策的代价更小, 决策结果更合理。

输入: 三支决策的分类阈值 α, β 。

输出: 决策表, 如表 3 所列。

表 3 输出三支决策表

决策函数 f	三支决策结果	转化为二支决策结果	代价值
$[0, \beta]$	拒绝	拒绝	在可接受范围内
$[\beta, \alpha]$	不承诺	拒绝 接受	$\mu_{PB} > \mu_{NB}$ $\mu_{PB} < \mu_{NB}$
$[\alpha, 1]$	接受	接受	在可接受范围内

5 应用实例

李姓夫妇决定购买一套房产安家, 预期购买房产单价为 7000 元/m², 面积为 90m²。他们的购房能力如下: 目前可用于购房的资金为 20 万元, 家庭月收入 8000 元。请根据目前房价形势和小李夫妇经济条件, 帮助李姓夫妇进行决策, 给出是否购买及理由。

(1) 不妨将每月可用于房产的支出占总收入的比例记为评价函数 f 。 f 越小, 对生活的影响越小, 结果越容易被接受; f 越大, 可能造成短期内生活窘迫, 结果越不容易被接受; 随着 f 由小向大的变化, 人的接受程度同样也是一个变化的过程。综合考虑后, 确定分类阈值 $\alpha=0.5, \beta=0.3$ 。当 $f < 0.3$ 时, 这是家庭完全接受的还贷范围, 此时可以做出“买房”决策; 若 $f > 0.5$, 则超出了家庭的心理预期, 此时可以做出“不买”决策; 若 $0.3 < f < 0.5$, 则购房者处于“买”和“不买”的犹豫状态, 若采用三支决策, 此区间内的决策为“暂不考虑买房”。

针对此案例, 使用公积金贷款方式, 使用“房贷计算器——等额本金还款方式”计算结果如表 4 所列。

表 4 等额本金还款方式结果

项目	价格
房屋总价	630000 元
贷款总额	441000 元
还款总额	669596.1 元
支付利息款	228596.1 元
首期付款	189000 元
贷款月数	240(月)
月均还款	2789.98 元

此时的 $f = 2789.98/8000 = 0.35$, 处于 $0.3 < f < 0.5$ 的决策域范围内, 此时的决策为“暂不考虑买房”。

案例输出的三支决策结果如表 5 所列。

表 5 案例输出的三支决策结果

决策函数 f	三支决策结果
$[0, 0.3]$	买房
$[0.3, 0.5]$	不承诺
$[0.5, 1]$	不买

(2) 对普通家庭来讲, 选择合适的时机买房是一个家庭的

重大决策, 一旦决策失误, 往往会失去最好的机会, 从而付出很多不必要的代价。比如在应该买的时候做出“不买”的决策, 可能失去最好的价格优势; 在不该买的时候做出“买”的决策, 也可能在承担很多利息的同时套牢了资金。对于三支决策的结果, “暂不考虑买房”的实际效果就等同于“现在不买”, 同样需要承担在应该买时没买而带来的损失。

我们分析 μ_{PB} (评价函数 f 处于边界域范围内, 但给出正域的决策结果需要付出的代价) 和 μ_{NB} (评价函数 f 处于边界域范围内, 但给出负域的决策结果需要付出的代价) 的值。此时 μ_{PB} 包括的因素有: 近因(前期的还贷压力大)、远因(房价可能下跌)。 μ_{NB} 包括的因素主要有: 近因(还贷压力虽大, 但也不是完全不可克服)、远因(房价可能上涨)。对近因和外因的综合风险采用 1-10 打分制, 分数越高表示风险越大, 选择加权法分别对以上 4 种因素进行风险评估:

$\mu_{PB} = \text{近因(前期的还贷压力大)} * 30\% + \text{远因(房价可能下跌)} * 70\% = 7 * 30\% + 1 * 70\% = 2.8$

$\mu_{NB} = \text{近因(还贷压力虽大, 但也不是完全不可克服)} * 30\% + \text{远因(房价可能上涨)} * 70\% = 3 * 30\% + 8 * 70\% = 6.5$

显然此时的 $\mu_{PB} < \mu_{NB}$, 即虽然评价函数 f 处于边界域范围内, 但给出正域的决策结果需要付出的代价比负域小。所以不得已的情况下, 边界域“暂不买”应转化为二支决策中的“买房”决策可能承担的风险更小。

(3) 输入: 三支决策的分类阈值 $\alpha=0.5, \beta=0.3$ 。

输出: 决策表, 如表 6 所列。

表 6 案例输出的三支决策辅助表

决策函数 f	三支决策结果	转化为二支决策结果	代价值
$[0, 0.3]$	买房	买房	在可接受范围内
$[0.3, 0.5]$	不承诺	买房	$\mu_{PB} < \mu_{NB}$
$[0.5, 1]$	不买	不买	在可接受范围内

结束语 三支决策拓展了决策方法, 完善了决策理论, 同时提出了新的决策风险预测问题, 即不承诺型决策的风险评价。如何前期预测三支决策不承诺这一待选择状态的后期风险是三支决策应用中不可逾越的根本问题。本文给出的转化代价与风险控制方法是对这一问题的初步探讨。

参考文献

- [1] Zhang Wen-xiu, Wu Wei-zhi, Liang Ji-ye, et al. Rough Set Theory and Methods[M]. Beijing: Science Press, 2001 (in Chinese) 张文修, 吴伟志, 梁吉业, 等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001
- [2] Yao Yi-yu. Granular computing and sequential three-way decisions[C]//The 8th International Conference on Rough Set and Knowledge Technology. 2013: 16-27
- [3] Li Hua-xiong, Zhou Xian-zhong, Huang Bing, et al. Cost-sensitive three-way decision: A sequential strategy[C]// The 8th International Conference on Rough Set and Knowledge Technology. 2013: 325-337
- [4] Liu Dun, Yao Yi-yu, Li Tian-ru. Three-way Decision-theoretic Rough Sets[J]. Computer Science, 2011, 38(1): 245-250 (in Chinese) 刘盾, 姚一豫, 李天瑞. 三枝决策粗糙集[J]. 计算机科学, 2011, 38(1): 245-250
- [5] Jia Xiu-yi, Shang Lin, Zhou Xian-zhong, et al. Three-way Deci-

sion Theory and Applications[M]. Nanjing: Nanjing University Press, 2012, 1-16(in Chinese)

贾修一, 商琳, 周献中, 等. 三支决策理论与应用[M]. 南京: 南京大学出版社, 2012, 1-16

[6] Zhong Jin-yi, Ye Dong-yi. Extended Decision-theoretic Rough Set Models Based on Fuzzy Minimum Cost[J]. Computer Science, 2014, 41(3): 50-54, 75(in Chinese)

衷锦仪, 叶东毅. 基于模糊数风险最小化的拓展决策粗糙集模型[J]. 计算机科学, 2014, 41(3): 50-54, 75

[7] Liu Dun, Li Tian-rui, Li Hua-xiong. Rough set theory: A three-way decisions perspective[J]. Journal of Nanjing University (Natural Sciences), 2013, 49(5): 574-581(in Chinese)

刘盾, 李天瑞, 李华雄. 粗糙集理论: 基于三支决策视角[J]. 南京大学学报(自然科学版), 2013, 49(5): 574-581

[8] Zhi Hui-lai. Knowledge Representation on Incomplete Formal Context[J]. Computer Science, 2015, 42(1): 276-278(in Chinese)

智慧来. 不完备形式背景上的知识表示[J]. 计算机科学, 2015, 42(1): 276-278

[9] Xie Cheng, Shang Lin. Detection of abnormal behavior in video using three-way decision rough sets[J]. Journal of Nanjing Uni-

versity(Natural Sciences), 2013, 49(4): 475-482(in Chinese)

谢骋, 商琳. 基于三支决策粗糙集的视频异常行为检测[J]. 南京大学学报(自然科学版), 2013, 49(4): 475-482

[10] Li Jian-lin, Huang Shun-liang. Multistage Three-Way Decisions of Span SMS Filtering Model[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2014(2): 226-233(in Chinese)

李建林, 黄顺亮. 多阶段三支决策垃圾短信过滤模型[J]. 计算机科学与探索, 2014(2): 226-233

[11] Zhang Li-bo, Li Hua-xiong, Zhou Xian-zhong, et al. Multi-granularity cost-sensitive three-way decision for face recognition[J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2014, 49(8): 48-57(in Chinese)

张里博, 李华雄, 周献中, 等. 人脸识别中的多粒度代价敏感三支决策[J]. 山东大学学报(理学版), 2014, 49(8): 48-57

[12] Du Li-na, Xu Jiu-cheng, Liu Yang-yang, et al. Research on the evaluation of venture investment based on the risk minimization of three-way decision[J]. Journal of Shangdong University(Natural Science), 2014(8): 66-72(in Chinese)

杜丽娜, 徐久成, 刘洋洋, 等. 基于三支决策风险最小化的风险投资评估应用研究[J]. 山东大学学报(理学版), 2014, 49(8): 66-72

(上接第 63 页)

$Cons^*(X_8, D) = 0.860$, $Cons^*(X_9, D) = 0.892$, $Cons^*(X_{10}, D) = 0.914$.

条件属性 C 对于决策属性 D 的分类一致性计算如下:

$Cons^*(C, D)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sum_{i=0}^{10} \sum_{k=1}^6 \mu_{X_i}(e_k)}{\sum_{i=0}^{10} \sum_{k=1}^6 \mu_{X_i}(e_k)} Cons^*(X_i, D) \\
 &= \frac{1.257}{27} \times 0.902 + \frac{1.857}{27} \times 0.878 + \frac{1.774}{27} \times 0.868 + \\
 &\quad \frac{2.657}{27} \times 0.837 + \frac{2.886}{27} \times 0.812 + \frac{2.914}{27} \times 0.815 + \\
 &\quad \frac{2.914}{27} \times 0.831 + \frac{2.934}{27} \times 0.860 + \frac{2.900}{27} \times 0.892 + \\
 &\quad \frac{2.443}{27} \times 0.902 + \frac{1.829}{27} \times 0.914 = 0.859
 \end{aligned}$$

从以上计算可以看出, 利用这两种方法计算得到的数据集的分类一致性结果相近。但 Shannon 熵更为常用, 物理意义更为明确。

结束语 文献[13]提出了一种计算一致度的方法, 用以测量两个数据集的一致性, 从而判断一个物理测量是否能被另一个特定数据集所替代。粗糙集中用包含度来测量两个数据集的分类一致性, 由于经典分类方法在考虑不同数据集的相邻关系时常常不够准确, 文献[13]利用包含度的思想, 通过引入模糊分类, 对数据集的一致性定义进行分类, 从而得到更为精准的分类结果。本文利用更为常用的 Shannon 熵, 得到了一种新的分类一致性的定义并利用例子计算得到了相关数据结果。

参考文献

[1] Agresti A, Finlay B. Statistical Methods for the Social Sciences (third edition)[M]. Prentice Hall, New Jersey, 1997

[2] Chen C B, Wang L Y. Rough set-based clusing with refinement using Shannon's entropy theory[J]. Computer, Mathematics

with Applications, 2006, 52(10/11): 1563-1576

[3] Dubois D, Prade H, Yager R R. Fuzzy Information Engineering: A Guide Tour of Application[M]. Wiley, New York, 1997

[4] Hollins M, Faldowski R, Rao S, et al. Perceptual dimensions of tactile surface texture: a multidimensional scaling analysis[J]. Perception and Psychophys, 1997, 54(6): 697-705

[5] Jolliffe I T. Principal Component Analysis(2rd edition)[M]. Information Publisher Science, New York, 2002

[6] Le Dien S. Hierarchical multiple factoranalysis: application to the comparison of sensory profiles[J]. Food Quality Preference, 2003, 14(5/6): 397-403

[7] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356

[8] Pawlak Z. Rough set theory and its applications in data analysis [J]. Cybernet System, 1998, 29(7): 661-688

[9] Polkowski L, Skowron A. Rough mereology and analytical morphology: new developments in rough set Theory[C]//De Glass M, Pawlak Z. eds. Proceedings of WOCFAI-95, Second World Conference on Fundamntals of Artificial Intelligence. Angkor, Paris, 1995: 343-354

[10] Qian Y H, Liang J Y, Dang C Y. Consistency measure, inclusion degree and fuzzy measure in decision tables[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2008, 159(18): 2353-2377

[11] Tripathy B C, Ray G C. On mixed fuzzy topological spaces and countability[J]. Soft Computing, 2012, 16(10): 1691-1695

[12] Weisberg S. Applied Linear Regression(third edition)[M]. John & Sons, New York, 2005

[13] Xue Z, Zeng X, Koehl L, et al. Measuring consistency of two datasets using fuzzy techniques and the concept of indiscernibility[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2014, 36: 54-63

[14] Yao Y Q, Mi J S. Hybrid Monotonic Measure on Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. Computer Science, 2010, 37(1): 255-257(in Chinese)

姚燕青, 米据生. 直觉模糊集上的混合单调包含度[J]. 计算机科学, 2010, 37(1): 255-257