

一类覆盖近似算子的动态更新方法

李长清¹ 张燕兰²

(闽南师范大学数学与统计学院 漳州 363000)¹ (闽南师范大学计算机学院 漳州 363000)²

摘要 粗糙集理论是一种有效的数据挖掘工具,覆盖粗糙集理论是粗糙集理论中的重要部分。给出了一对覆盖近似算子随数据对象增加的更新方法,并以实例说明了所提出的更新方法的有效性。

关键词 覆盖粗糙集,覆盖上、下近似算子,时间动态

中图法分类号 TP181 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.1.017

Updating Approximations for a Type of Covering-based Rough Sets

LI Chang-qing¹ ZHANG Yan-lan²

(School of Mathematics and Statistics, Minnan Normal University, Zhangzhou 363000, China)¹

(School of Computer Science and Engineering, Minnan Normal University, Zhangzhou 363000, China)²

Abstract Rough set theory is a useful tool for data mining. The covering-based rough set theory is one of the most important parts of the rough set theory. An updating algorithm was presented for a pair of covering approximation operators with the increase of objects. Two living examples were employed to evaluate the effectiveness of the proposed method.

Keywords Covering-based rough set, Covering upper (lower) approximation operator, Temporal dynamics

1 引言

粗糙集理论是波兰数学家 Pawlak 于 1982 年提出的一种处理知识的不确定、模糊和不完备的有效数学工具^[1]。在粗糙集理论中,上、下近似算子是两个重要的基本概念。经典的 Pawlak 粗糙集模型以等价关系或划分来定义近似算子。等价关系或划分的严格要求限制了 Pawlak 粗糙集模型在很多实际问题中的应用。因此很多研究者对 Pawlak 粗糙集模型进行了有意义的推广。覆盖粗糙集模型是 Pawlak 粗糙集模型一种重要的推广形式,是粗糙集理论的研究热点之一^[2-12]。

现有的粗糙集理论所处理的数据集大都是静态数据集,而数据库的数据对象通常会发生动态变化:数据对象的动态增减、数据集维数的动态增简、数据取值的动态更新。那么讨论近似算子在动态数据下的更新算法很有必要。Chan 给出了增删一个属性后,信息系统中刻画目标概念的上下近似算子的更新公式^[13]。Li 等讨论了增加一个属性集后,不完备信息系统中刻画目标概念的上下近似算子的更新方法^[14]。Cheng 讨论了模糊近似算子随属性集变化的动态更新,提出了两个近似算子更新算法^[15]。Li 等则通过分析优势类的变化,分别给出了在优势关系粗糙集中添加一组属性和删除一组属性的近似算子更新算法^[16]。Luo 等给出了集值信息系统中属性值集更新的情况下近似算子的快速更新算法^[17]。Li 等给出了属性值变化的情况下基于优势关系的近似算子

的更新算法^[18]。Liu 给出了属性值变化的情况下概率近似算子的更新算法^[19]。而在覆盖粗糙集理论中,覆盖近似算子的动态更新算法还很少见。文献^[20]给出了一对覆盖近似算子随属性集变化的动态增量更新方法。而该对覆盖近似算子随对象变化的更新方法还没有给出。

本文讨论一对覆盖近似算子随对象增加的更新方法,分别考虑对象增加后覆盖的两种变化情况,给出覆盖近似算子的更新公式。

2 基本定义和性质

我们先给出覆盖近似算子的定义。

定义 1^[7,21,22] 设 U 是一个论域, C 是 U 上的一个覆盖,即 $U \subseteq \bigcup C$ 且 C 中不含空集,称 (U, C) 为覆盖近似空间。对任意 $x \in U$, 称 $(x)_C = \bigcap \{K \in C \mid x \in K\}$ 为 x 的邻域。定义如下一对对偶的近似算子:

$$\begin{aligned} apr_C(X) &= \{x \in X \mid (x)_C \subseteq X\}, \\ \overline{apr}_C(X) &= \{x \in X \mid (x)_C \cap X \neq \emptyset\} \end{aligned}$$

该对覆盖近似算子在文献^[21]中被提出。文献^[22]中,徐忠印和王勤介绍了这一对覆盖近似算子,并讨论了该对近似算子和一类关系近似算子之间的关系,从而给出了这对近似算子的公理刻画。Xu 和 Zhang 用另外一种方式定义了这对覆盖近似算子,并根据近似算子定义了一种粗糙度的度量^[7]。Chen 等利用下近似算子给出覆盖信息系统属性约简的一种方法^[10]。容易得到该对覆盖近似算子具有下列性质。

到稿日期:2015-04-30 返修日期:2015-06-14 本文受国家自然科学基金(61379021, 11471153),福建省自然科学基金(2015J05011, 2013J01029),福建省中青年教育科研基金(JA13198, JA14200),福建省省属高校资助基金(JK2014028)资助。

李长清(1979-),男,博士,讲师,主要研究方向为粗糙集与拓扑学理论及其应用, E-mail: helen_smile0320@163.com(通信作者);张燕兰(1983-),女,博士,副教授,主要研究方向为粗糙集理论及其应用。

命题 1 设 (U, C) 为覆盖近似空间。则 $\forall X, Y \subseteq U$,

- (1) $\underline{apr}_C(U) = U, \overline{apr}_C(\emptyset) = \emptyset$;
- (2) $\underline{apr}_C(X) \subseteq X \subseteq \overline{apr}_C(X)$;
- (3) $\underline{apr}_C(X \cap Y) = \underline{apr}_C(X) \cap \underline{apr}_C(Y)$,
 $\overline{apr}_C(X \cup Y) = \overline{apr}_C(X) \cup \overline{apr}_C(Y)$;
- (4) $\underline{apr}_C(\underline{apr}_C(X)) = \underline{apr}_C(X)$,
 $\overline{apr}_C(\overline{apr}_C(X)) = \overline{apr}_C(X)$ 。

在实际应用中,数据库的数据对象通常会发动态变化,比如数据对象的动态增减。设 U_1 是一个论域,增加对象 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 后得到的新论域记为 U_2 , 即 $U_2 = U_1 \cup \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 。文献[23]中, Ciucci 给出了增加对象前后论域的覆盖关系的两种假设。

定义 2^[23] 设 U_1, U_2 是两个论域, $U_1 \subseteq U_2$ 。 C_1, C_2 分别是 U_1, U_2 上的一个覆盖。设 C_1 与 C_2 间有下面两种关系:

- (Type 1) $C_1 \subseteq C_2$, 且 $\forall K \in C_2 \setminus C_1$, 有 $K \cap (U_2 \setminus U_1) \neq \emptyset$;
- (Type 2) $\forall K \in C_2, K \in C_1$ 或 $K \subseteq U_2 \setminus U_1$, 或 $\exists H \in C_1 \setminus C_2$ 和 $L \subseteq U_2 \setminus U_1$ 使得 $K = H \cup L$ 。

3 覆盖近似算子随对象增加的更新算法

当论域上的对象增加之后,论域上的覆盖发生了变化,那么我们关心变化前后覆盖近似算子之间的关系。

命题 2 设 U_1, U_2 是两个论域, $U_1 \subseteq U_2$ 。 C_1, C_2 分别是 U_1, U_2 上的一个覆盖, C_1 与 C_2 满足 Type 1, 则

- (1) $\forall u \in U_1, (u)_{C_2} \subseteq (u)_{C_1}$;
- (2) $\forall X \subseteq U_1, \underline{apr}_{C_1}(X) \subseteq \underline{apr}_{C_2}(X), \overline{apr}_{C_2}(X) \subseteq \overline{apr}_{C_1}(X)$;
- (3) $\forall X \subseteq U_2, \underline{apr}_{C_2}(X) = \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1) \cup \{u \mid u \in X \setminus \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1)\}, (u)_{C_2} \subseteq X$ 。

证明: (1) 由 $C_1 \subseteq C_2$ 可知, $\{K \in C_1 \mid u \in K\} \subseteq \{H \in C_2 \mid u \in H\}$, 所以 $(u)_{C_2} \subseteq (u)_{C_1}$ 。

(2) $\forall u \in \underline{apr}_{C_1}(X)$, 有 $(u)_{C_1} \subseteq X$ 。根据(1)可知 $(u)_{C_2} \subseteq (u)_{C_1}$, 所以 $(u)_{C_2} \subseteq X$, 可见 $u \in \underline{apr}_{C_2}(X)$ 。故 $\underline{apr}_{C_1}(X) \subseteq \underline{apr}_{C_2}(X)$ 。

(3) 任意 $u_0 \in \underline{apr}_{C_2}(X)$, 有 $(u_0)_{C_2} \subseteq X$ 。若 $u_0 \notin \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1)$, 则显然有 $u_0 \in \{u \mid u \in X \setminus \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1)\}, (u)_{C_2} \subseteq X$, 所以 $\underline{apr}_{C_2}(X) \subseteq \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1) \cup \{u \mid u \in X \setminus \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1)\}, (u)_{C_2} \subseteq X$ 。

反之, 由(2)可知,

$\underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1) \subseteq \underline{apr}_{C_2}(X \cap U_1) \subseteq \underline{apr}_{C_2}(X)$ 。而显然有 $\{u \mid u \in X \setminus \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1)\}, (u)_{C_2} \subseteq X \subseteq \underline{apr}_{C_2}(X)$ 。

所以(3)成立。

我们以下例进行说明。

例 1 设 $S = \langle U, AU\{d\} \rangle$ 为一个信息系统, 其中 U 是论域, $AU\{d\}$ 是非空有限属性集, A 为条件属性集合, $\{d\}$ 为决策属性集合, 且 $A \cap \{d\} \neq \emptyset$ 。 $\forall a \in AU\{d\}$, 有 $a: U \rightarrow V_a$, 其中 V_a 为 a 的值域。若存在 $x \in U, a \in A$, 使 $a(x) = *$, 则称 S 是不完备信息系统^[24]。

设 S 为不完备信息系统, $\emptyset \neq B \subseteq A$, B 上的相容关系定义为 $T_B = \{(x, y) \in U \times U \mid \forall b \in B, b(x) = * \vee b(y) = * \vee$

$b(x) = b(y)\}$ 。

T_B 满足自反性和对称性, 但不满足传递性。 x 在 B 上的相容类为: $S_B(x) = \{y \in U \mid (x, y) \in T_B\}$ 。 于是 $C_B = \{S_B(x) \mid x \in U\}$ 是 U 上的一个覆盖。

有如表 1 的一个不完备信息系统 $S_1 = \langle U_1, AU\{d\} \rangle$, 其中论域为 $U_1 = \{u_1, u_2, \dots, u_6\}$, 条件属性集为 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 决策属性为 d 。

表 1 不完备信息系统 $S_1 = \langle U_1, AU\{d\} \rangle$

U	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	d
u ₁	1	1	0	0	∅
u ₂	1	2	0	1	∅
u ₃	*	*	*	0	∅
u ₄	0	0	*	*	∅
u ₅	0	0	1	*	∅
u ₆	*	*	1	1	∅

我们容易得到相容类为 $S_A^1(u_1) = \{u_1, u_3\}, S_A^1(u_2) = \{u_2\}, S_A^1(u_3) = \{u_1, u_3, u_4, u_5\}, S_A^1(u_4) = \{u_3, u_4, u_5, u_6\}, S_A^1(u_5) = \{u_3, u_4, u_5, u_6\}, S_A^1(u_6) = \{u_4, u_5, u_6\}$ 。 所以我们得到覆盖 $C_A^1 = \{\{u_1, u_3\}, \{u_2\}, \{u_1, u_3, u_4, u_5\}, \{u_3, u_4, u_5, u_6\}, \{u_4, u_5, u_6\}\}$ 。 于是可得 $(u_1)_{C_A^1} = \{u_1, u_3\}, (u_2)_{C_A^1} = \{u_2\}, (u_3)_{C_A^1} = \{u_3\}, (u_4)_{C_A^1} = \{u_4, u_5\}, (u_5)_{C_A^1} = \{u_4, u_5, u_6\}$ 。

在信息系统 $S_2 = \langle U_2, AU\{d\} \rangle$ 中, 我们可得相容类 $S_A^2(u_1) = \{u_1, u_3\}, S_A^2(u_2) = \{u_2\}, S_A^2(u_3) = \{u_1, u_3, u_4, u_5\}, S_A^2(u_4) = \{u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}, S_A^2(u_5) = \{u_3, u_4, u_5, u_6\}, S_A^2(u_6) = \{u_4, u_5, u_6\}, S_A^2(u_7) = \{u_4, u_7\}$ 。 于是我们得到覆盖 $C_A^2 = \{\{u_1, u_3\}, \{u_2\}, \{u_1, u_3, u_4, u_5\}, \{u_3, u_4, u_5, u_6\}, \{u_4, u_5, u_6\}, \{u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}, \{u_4, u_7\}\}$ 。 那么, 可得 $(u_1)_{C_A^2} = \{u_1, u_3\}, (u_2)_{C_A^2} = \{u_2\}, (u_3)_{C_A^2} = \{u_3\}, (u_4)_{C_A^2} = \{u_4\}, (u_5)_{C_A^2} = \{u_4, u_5\}, (u_6)_{C_A^2} = \{u_4, u_5, u_6\}, (u_7)_{C_A^2} = \{u_4, u_7\}$ 。

表 2 不完备信息系统 $S_2 = \langle U_2, AU\{d\} \rangle$

U	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	d
u ₁	1	1	0	0	∅
u ₂	1	2	0	1	∅
u ₃	*	*	*	0	∅
u ₄	0	0	*	*	∅
u ₅	0	0	1	*	∅
u ₆	*	*	1	1	∅
u ₇	0	0	0	1	∅

可见, C_A^1 与 C_A^2 之间的关系满足 Type 1。 取 $X = \{u_3, u_5, u_6, u_7\}$, 可得

$$\underline{apr}_{C_A^1}(X \cap U_1) = \underline{apr}_{C_A^1}(\{u_3, u_5, u_6\}) = \{u_3\}$$

$$\{u \mid u \in X \setminus \underline{apr}_{C_A^1}(X \cap U_1), (u)_{C_2} \subseteq X\} = \emptyset$$

而 $\underline{apr}_{C_A^2}(X) = \{u_3\}$, 则 $\underline{apr}_{C_2}(X) = \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1) \cup \{u \mid u \in X \setminus \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1), (u)_{C_2} \subseteq X\}$ 成立。

命题 3 设 U_1, U_2 是两个论域, $U_1 \subseteq U_2$ 。 C_1, C_2 分别是 U_1, U_2 上的一个覆盖, C_1 与 C_2 之间的关系满足 Type 2, 则

- (1) $\forall u \in U_1, (u)_{C_1} \subseteq (u)_{C_2}$;
- (2) $\forall X \subseteq U_1, \underline{apr}_{C_2}(X) \subseteq \underline{apr}_{C_1}(X), \overline{apr}_{C_1}(X) \subseteq \overline{apr}_{C_2}(X)$;
- (3) $\forall X \subseteq U_2, \underline{apr}_{C_2}(X) = \underline{apr}_{C_1}(X \cap U_1) \setminus \{u \mid u \in X \cap U_1, (u)_{C_2} \not\subseteq X \cap U_1\} \cup \{x \in X \setminus U_1 \mid (x)_{C_2} \subseteq X\}$ 。

证明: (1) 设 $\mathcal{K}_1 = \{K \in C_1 \mid u \in K\}, \mathcal{K}_2 = \{K \in C_2 \mid u \in K\}$ 。 对任意 $K \in \mathcal{K}_2, K \in C_1$ 或 $\exists H \in C_1 \setminus C_2$ 和 $L \subseteq (U_2 \setminus U_1)$

使得 $K=HUL$ 。如果 $K \in C_1$, 则显然有 $K \in \mathcal{H}_u^1$ 。如果存在 $H \in C_1 \setminus C_2$ 和 $L \subseteq (U_2 \setminus U_1)$ 使得 $K=HUL$, 则 $u \in H$ 。所以 $H \in \mathcal{H}_u^1$, 且 $H \subseteq K$ 。可见 $(u)_{C_1} = \bigcap \mathcal{H}_u^1 \subseteq \bigcap \mathcal{H}_u^2 = (u)_{C_2}$ 。

(2) $\forall u \in \underline{aprc}_2(X)$, 可得 $(u)_{C_2} \subseteq X$ 。根据(1)可知 $(u)_{C_1} \subseteq (u)_{C_2}$, 所以 $(u)_{C_1} \subseteq X$ 。可见, $u \in \underline{aprc}_1(X)$ 。故 $\underline{aprc}_2(X) \subseteq \underline{aprc}_1(X)$ 。

(3) 类似于命题 2(3)可证。

我们以例 2 来进行说明。

例 2 考虑房子评估问题。设 $U_1 = \{x_1, x_2, \dots, x_7\}$ 是 7 套房子, $E = \{\text{price, color, structure}\}$ 是属性集, “price”的属性值为 $\{\text{high; middle; low}\}$, “structure”的属性值为 $\{\text{reasonable; ordinary; unreasonable}\}$, “surrounding”的属性值为 $\{\text{quiet; a little noisy; noisy; quite noisy}\}$ 。有 3 个专家 $\{A, B, C\}$ 来评估这些房子的属性值。

对于属性“price”有下列评估结果:

A: high = $\{x_1, x_2, x_4\}$, middle = $\{x_6\}$, low = $\{x_3, x_5, x_7\}$;

B: high = $\{x_1, x_2, x_4\}$, middle = $\{x_6, x_7\}$, low = $\{x_3, x_5\}$;

C: high = $\{x_1, x_2\}$, middle = $\{x_4, x_6\}$, low = $\{x_3, x_5, x_7\}$ 。

假设每个专家的评估值同等重要。在信息不丢失的情况下, 想要把这些属性值联合起来, 应该把每个专家给出的评估统一起来。那么对于每个属性, 我们得到的是一个覆盖而不是一个划分。

Price: $C_1 = \{\{x_1, x_2, x_4\}, \{x_4, x_6, x_7\}, \{x_3, x_5, x_7\}\}$ 。

如果需要评估的房子增加了两套 x_8, x_9 , 那么对象集为 $U_2 = \{x_1, x_2, \dots, x_7, x_8, x_9\}$ 。对于属性“price”, 专家有下列评估结果:

A: high = $\{x_1, x_2, x_4\}$, middle = $\{x_6, x_8, x_9\}$, low = $\{x_3, x_5, x_7\}$;

B: high = $\{x_1, x_2, x_4\}$, middle = $\{x_6, x_7, x_8, x_9\}$, low = $\{x_3, x_5\}$;

C: high = $\{x_1, x_2, x_8\}$, middle = $\{x_4, x_6, x_9\}$, low = $\{x_3, x_5, x_7\}$ 。

那么得到覆盖 Price:

$C_2 = \{\{x_1, x_2, x_4, x_8\}, \{x_4, x_6, x_7, x_8, x_9\}, \{x_3, x_5, x_7\}\}$ 。

可见, C_1 与 C_2 之间的关系满足 Type 2。我们还可得:

(1) $(x_1)_{C_1} = (x_2)_{C_1} = \{x_1, x_2, x_4\}$, $(x_3)_{C_1} = (x_5)_{C_1} = \{x_3, x_5, x_7\}$, $(x_4)_{C_1} = \{x_4\}$, $(x_6)_{C_1} = \{x_4, x_6, x_7\}$, $(x_7)_{C_1} = \{x_7\}$ 。

(2) $(x_1)_{C_2} = (x_2)_{C_2} = \{x_1, x_2, x_4, x_8\}$, $(x_3)_{C_2} = (x_5)_{C_2} = \{x_3, x_5, x_7\}$, $(x_7)_{C_1} = \{x_7\}$, $(x_4)_{C_2} = (x_8)_{C_2} = \{x_4, x_8\}$, $(x_6)_{C_1} = (x_9)_{C_2} = \{x_4, x_6, x_7, x_8, x_9\}$ 。

(3) 取 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_7, x_9\}$, 则 $\underline{aprc}_1(X \cap U_1) = \{x_1, x_2, x_4, x_6, x_7\}$, $\underline{aprc}_2(X) = \{x_7\}$, $\{u | u \in X \cap U_1, (u)_{C_2} \not\subseteq X \cap U_1\} = \{x_1, x_2, x_4, x_6\}$, $\{x \in X \setminus U_1 | (x)_{C_2} \subseteq X\} = \emptyset$ 。

可见 $\underline{aprc}_2(X) = \underline{aprc}_1(X \cap U_1) \setminus \{u | u \in X \cap U_1, (u)_{C_2} \not\subseteq X \cap U_1\} \cup \{x \in X \setminus U_1 | (x)_{C_2} \subseteq X\}$ 成立。

注: 我们在命题 2 和命题 3 中只给出了下近似算子的更新算法, 上近似的计算可以根据对偶性由下近似得到。

结束语 本文给出了一对覆盖近似算子随数据对象增加的更新方法, 并以不完备信息系统和房子评估问题为实例说明了所提出的更新方法的有效性。接下来, 我们将在本文的理论基础上, 给出动态覆盖信息系统的特征选择算法。

[1] Pawlak Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11: 341-356

[2] Zakowski W. Approximation in the space (U, Π) [J]. Demonstratio Mathematica, 1983, 16: 761-769

[3] Bonikowski Z, Bryniarski E, Wybraniec U. Extensions and in- tentions in the rough set theory [J]. Information Sciences, 1998, 107(1/4): 149-167

[4] Bryniarski E. A calculus of rough sets of the first order [J]. Bulletin of the Polish Academy of Sciences, 1987, 37(16): 71-77

[5] Pomykala J A. Approximation operations in approximation space [J]. Bulletin of the Polish Academy of Sciences, 1987, 35(9/10): 653-662

[6] LI Jin-jin. Topological methods on the theory of covering general- ized rough sets [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelli- gence, 2004, 17(1): 7-10(in Chinese)

李进金. 覆盖广义粗集理论中的拓扑学方法 [J]. 模式识别与人工 智能, 2004, 17(1): 7-10

[7] Xu Wei-hua, Zhang Wen-xiu. Measuring roughness of general- ized rough sets induced by a covering [J]. Fuzzy Sets and Sys- tems, 2007, 158(22): 2443-2455

[8] Zhu W, Wang Fei-yue. On three types of covering-based rough sets [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Enginee- ring, 2007, 19(8): 1131-1144

[9] Huang Bing, He Xin, Zhou Xian-zhong. Rough entropy based on generalized rough sets covering reduction [J]. Journal of Soft- ware, 2004, 15(2): 215-220(in Chinese)

黄兵, 何新, 周献中. 基于广义粗集覆盖约简的粗糙熵 [J]. 软件 学报, 2004, 15(2): 215-220

[10] Chen De-gang, Wang Chang-zhong, Hu Qing-hua. A new ap- proach to attribute reduction of consistent and inconsistent cov- ering decision systems with covering rough sets [J]. Information Sciences, 2007, 177(17): 3500-3518

[11] Zhang Yan-lan, Luo Mao-kang. Relationships between covering- based rough sets and relation-based rough sets [J]. Information Sciences, 2013, 225(4): 55-71

[12] Yao Yi-yu, Yao Bing-xue. Covering based rough set approxima- tions [J]. Information Sciences, 2012, 200(1): 91-107

[13] Chan C C. A rough set approach to attribute generalization in data mining [J]. Information Sciences, 1998, 107(97): 169-176

[14] Li Tian-rui, Ruan Da, Geert W, et al. A rough sets based charac- teristic relation approach for dynamic attribute generalization in data mining [J]. Knowledge-Based Systems, 2007, 20(5): 485- 494

[15] Cheng Y. The incremental method for fast computing the rough fuzzy approximations [J]. Data & Knowledge Engineering, 2011, 70(1): 84-100

[16] Li Shao-yong, Li Tian-rui, Liu Dun. Incremental updating ap- proximations in dominance-based rough sets approach under the variation of the attribute set [J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 40(1): 17-26

[17] Luo Chuan, Li Tian-rui, Chen Hong-mei, et al. Fast algorithms for computing rough approximations in set-valued decision sys- tems while updating criteria values [J]. Information Sciences, 2015, 299: 221-242

- [18] Li Shao-yong, Li Tian-rui. Incremental update of approximations in dominance-based rough sets approach under the variation of attribute values [J]. *Information Sciences*, 2015, 294: 348-361
- [19] Liu Dun, Li Tian-rui, Zhang Jun-bo. Incremental updating approximations in probabilistic rough sets under the variation of attributes [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2015, 73: 81-96
- [20] Liu Yong-wen, Li Tian-rui, Chen Hong-mei, et al. Research on approximate set incremental updating method in covering generalized rough set [J]. *Computer Engineering*, 2012, 38(2): 156-158 (in Chinese)
刘永文, 李天瑞, 陈红梅, 等. 覆盖广义粗糙集中近似集增量更新方法研究[J]. *计算机工程*, 2012, 38(2): 156-158
- [21] Wang Jian-peng, Dai Dai, Zhou Zheng-chun. Fuzzy covering generalized rough sets [J]. *Journal of Zhoukou Teachers College*, 2004, 21(2): 20-22 (in Chinese)
- 王健鹏, 戴岱, 周正春. 基于覆盖的模糊粗糙集模型[J]. *周口师范学院学报*, 2004, 21(2): 20-22
- [22] Xu Zhong-yin, Wang Qin. On the properties of covering rough sets model [J]. *Journal of Henan Normal University (Natural Sciences)*, 2005, 33(1): 130-132 (in Chinese)
徐忠印, 王勤. 覆盖粗糙集模型的性质 [J]. *河南师范大学学报 (自然科学版)*, 2005, 33(1): 130-132
- [23] Ciucci D. Temporal dynamics in rough sets based on coverings [C]//RSKD 2010. LNAI 6401, 2010: 126-133
- [24] Zhang Wen-xiu, Qiu Guo-fang. Uncertain decision making based on rough sets [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005 (in Chinese)
张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005

(上接第 72 页)

集的集对属性软计算方法; 探讨集对属性关联函数基于不同属性集的动态特征, 通过原近似集之间的交、并和差运算确定粗集 X 基于新属性集划分下的集对关联函数, 并给出集对关联函数的合成运算及运算律。这些研究为集对关联函数的计算提供了一种新方法, 把集对关联函数推广并应用到决策、预测及综合评价等领域还需进一步研究。

参 考 文 献

- [1] Tang J G, Zhu F, She K, et al. Survey on combination of rough sets and other soft computing theories[J]. *Application Research of Computers*, 2010, 27(7): 2404-2410 (in Chinese)
汤建国, 祝峰, 余莹, 等. 粗糙集与其他软计算理论结合情况研究综述 [J]. *计算机应用研究*, 2010, 27(7): 2404-2410
- [2] Wang D J, Wang M. Research on Fusion Technology of Soft Computing[J]. *Computer Technology and Development*, 2012, 22(4): 97-100 (in Chinese)
王大将, 王敏. 软计算融合技术研究[J]. *计算机技术与发展*, 2012, 22(4): 97-100
- [3] Huang Q H. Research on Processing Complicated data Based on Fusion Technology of Soft Computing[J]. *Information & Communications*, 2014(3): 164 (in Chinese)
黄启辉. 软计算融合技术复杂数据处理研究[J]. *信息通信*, 2014(3): 164
- [4] Wang G Y, Zhang Q H. Uncertainty of Rough Sets in Different Knowledge Granularities [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2008, 31(9): 1588-1598 (in Chinese)
王国胤, 张清华. 不同知识粒度下粗糙集的不确定性研究[J]. *计算机学报*, 2008, 31(9): 1588-1598
- [5] Wang G Y, Miao D Q, Wu W Z. Uncertain Knowledge Representation and Processig Based on Rough Set [J]. *Journal of Chong Qing University of Posts and Telecommunications*, 2010, 22(5): 541-544 (in Chinese)
王国胤, 苗夺谦, 吴伟志, 等. 不确定信息的粗糙集表示和处理 [J]. *重庆邮电大学学报*, 2010, 22(5): 541-544
- [6] Ding A Z, Chen D S, Pan C Z, et al. Study on Water Resources Carrying Capacity Based on RS-SPA in china [J]. *South-to-North Water Transfers and Water Science&Technology*, 2010, 8(3): 71-75 (in Chinese)
丁爱中, 陈德胜, 潘成忠, 等. 基于粗糙集和集对分析的中国水资源承载力现状评价[J]. *南水北调与水利科技*, 2010, 8(3): 71-75
- [7] Wang M W, Li J, Xu P. The Edge fracture evaluation model Based on rough set pair potential[J]. *Geological Review*, 2013, 59(4): 796-800 (in Chinese)
汪明武, 李健, 徐鹏. 基于粗糙集对势的优势断裂评价模型[J]. *地质论评*, 2013, 59(4): 796-800
- [8] Liu F C. Variabe Precision Rough Set Model Based on Set Pair Analysis[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2005, 41(10): 74-76 (in Chinese)
刘富春. 基于集对分析的变精度粗糙集模型[J]. *计算机工程与应用*, 2005, 41(10): 74-76
- [9] Liu F C. Extension of Rough Set under Incomplete Information System Based on Set-Pair Analysis[J]. *Computer Science*, 2006, 33(2): 169-172 (in Chinese)
刘富春. 基于集对分析方法的不完备信息系统的扩充粗糙集模型[J]. *计算机科学*, 2006, 33(2): 169-172
- [10] 王慧萍. 基于集对联系度的粗糙集模型研究[D]. 合肥: 安徽大学, 2010
Wang H P. The Research on Rough Set Model Based on Set-Pair Connectivity[D]. Hefei: Anhui University, 2010
- [11] Liu B X. The Theory of Rough Sets Pair Analysis and Decision Model[M]. Beijing: Science Press, 2010 (in Chinese)
刘保相. 粗糙集对分析理论与决策模型[M]. 北京: 科学出版社, 2010
- [12] Yang Y F, Li L H, Zhang C Y. The Method of Rough Sets Pair Analysis and Application in Attribution Reduction [J]. *Fuzzy System and Mathematics*, 2013, 27(6): 176-181 (in Chinese)
杨亚锋, 李丽红, 张春英. 粗糙集对分析方法及其在属性约简中的应用[J]. *模糊系统与数学*, 2013, 27(6): 176-181
- [13] Zhang W X, Qiu G F. Uncertain Decision Making Based on Rough Sets [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005 (in Chinese)
张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005
- [14] Wang G Y, Yao Y Y, Yu H. A Survey on Rough Set Theory and Tts Application [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2009, 32(7): 1229-1246 (in Chinese)
王国胤, 姚一豫, 于洪. 粗糙集理论与应用研究综述[J]. *计算机学报*, 2009, 32(7): 1229-1246
- [15] Liang J Y, Qian Y H. Information granule and Entropy theory in Information System [J]. *Sciencein in China*, 2008(12): 2048-2065 (in Chinese)
梁吉业, 钱宇华. 信息系统中的信息粒与熵理论[J]. *中国科学*, 2008(12): 2048-2065