新型软亚 BCI-代数

廖翠萃[1,2] 廖祖华[1,2] 张龙祥[1] 童 娟[1] 罗 晴[1] 刘维龙[1]
(江南大学理学院 无锡 214122)[1] (江南大学智能系统与网络计算研究所 无锡 214122)[2]

摘 要 首先将软集的参数集赋予亚 BCI-代数的代数结构,给出新型软亚 BCI-代数的概念;其次利用软集的交、且等运算,研究它的基本性质,并运用对偶软集的方法给出新型软亚 BCI-代数的等价刻画;最后讨论新型软亚 BCI-代数的同态像和原像的性质。

关键词 软集,软亚 BCI-代数,软集运算,对偶软集,同态映射

中图法分类号 O153 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.1.005

New Type of Soft Weak BCI-algebras

LIAO Cui-cui[1,2] LIAO Zu-hua[1,2] ZHANG Long-xiang[1] TONG Juan[1] LUO Qing[1] LIU Wei-long[1]
(School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)[1]
(Institute of Intelligence System & Network Computing, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)[2]

Abstract In this paper ,by endowing a parameter set with soft weak BCI-algebras' algebra structure, the concept of a new type of soft weak BCI-algebras was introduced firstly. Then its some basic properties were discussed by using the intersection and the AND operation of soft sets. Besides, by applying the dual soft sets, the equivalent characterizations of the new type soft weak BCI-algebras were given. At last, the properties of the homomorphism image and inverse image of the new type of soft weak BCI-algebras were investigated.

Keywords Soft set, Soft weak BCI-algebra, Soft set operation, Dual soft set, Homomorphic mapping

1 引言

BCK-代数的概念由 Imai 和 Iséki[1] 于 1966 提出,同年 Iséki 引入了 BCI-代数的概念,推广了 BCK-代数[2]。2005 年,陈露等[3]引入了亚 BCI-代数及其理想的概念,并研究了他们的性质。

Rosenfeld[4]在 1971 年引入了模糊子群的概念,标志着模糊代数研究的正式开始。Xi[5]把模糊集的概念应用到 BCK-代数中以来,有众多学者对模糊 BCI-代数、模糊 BCK-代数、模糊 BCH-代数等代数结构进行了研究[6]。

1999 年,Molodtsov[7]提出了软集的概念,即提供了一种处理不确定性问题的新方法,它与模糊集[8]、粗糙集[9]、直觉模糊集[10]等有很强的互补性。随后,Maji 等[11]引进了软集的一些代数运算,为后续的研究工作奠定了基础。2007 年,Aktaş等[12]给出了软群的定义并对它的一些代数性质进行了探讨,开创了软集代数研究的新领域。2008 年,Jun 等[13]将软集运用到 BCI/BCK-代数中,提出软 BCI/BCK-代数和软 BCI/BCK-子代数的概念。同年,Feng 等[14]将软集理论运用到半环上,给出了软半环、软半环的软理想等概念。2010 年,伏文清等[15]研究了软 BCK-代数,并给出软 BCK-代数的广义交和广义并运算。2012 年廖祖华等[16]给出了软坡的概念,并研究了它的一些相关性质。

2008 年,袁学海和温永川[17]将参数集赋予群的代数结构,给出了软子群新的定义,并讨论和研究了软子群的基本性质。这种将参数集赋予代数结构的方法引入的软代数可以得到较深刻的结论。廖祖华的团队在这方面已得出一系列研究成果[18-25]。本文利用这一思想方法,将参数集赋予亚 BCI-代数的代数结构,给出新型软亚 BCI-代数的概念,并研究它的相关性质。

本文第 2 节给出亚 BCI-代数和软集的定义及相关基础知识;第 3 节将参数集赋予亚 BCI-代数的代数结构,给出新型亚 BCI-代数的概念,并得到它的一系列基本性质;第 4 节讨论新型软亚 BCI-代数的同态像与原像之间的性质。

2 预备知识

本节给出一些本文需要的关于亚 BCI-代数及软集的相关知识。

定义 1[3](亚 BCI-代数) 一个(2,0)型代数(X, $*$, 0)称

到稿日期:2015-04-12 返修日期:2015-05-26 本文受国家自然科学基金项目(61170121,11401259),中央高校基本科研基金(JUSRR11407),国家大学生创新训练项目(201310295028),江南大学大学生创新训练项目(2014203)资助。

廖翠萃(1983-),女,博士,副教授,主要研究领域为粒计算、保结构算法,E-mail:cliao@jiangnan.edu.cn;**廖祖华**(1957-),男,教授,主要研究领域为模糊与粗糙代数、广义逆理论及应用、人工智能(通信作者);**张龙祥**(1993-),男,主要研究领域为计算机科学、模糊与粗糙代数、软集;**童 娟**(1992-),女,主要研究领域为计算机科学、模糊与粗糙代数、软集;**罗 晴**(1994-),女,硕士生,主要研究领域为计算机科学、模糊与粗糙代数、软集;**刘维龙**(1962-),男,副教授,主要研究领域为粒计算。

为亚 BCI-代数，如果 $\forall x,y,z\in X$，则有

$(\mathrm{I}_1)x*o=x$；

$(\mathrm{I}_2)x*x=x$；

$(\mathrm{I}_3)(x*y)*z=(x*z)*y$。

引理 1[3] 在亚 BCI-代数 X 中，下列结论成立：

(1)$(x*(x*y))*y=o$；

(2)$o*(x*y)=(o*x)*(o*y)$。

从现在开始，X 恒表示亚 *BCI*-代数。

定义 2[3] 亚 BCI-代数 X 的非空子集 S 称为 X 的子代数，如果对任意的 $\forall x,y\in S$，则有 $x*y\in S$。

注：任意子代数 $\forall x\in S$ 都包含 0 元素，因为 $\forall x\in S$，有 $0=x*x\in S$。

定义 3 设 X,Y 是两个亚 BCI-代数，映射 $f:X\to Y$ 称为从 X 到 Y 的同态，若 $\forall x,y\in S$，则有 $f(x*y)=f(x)*f(y)$。

f 分别为满射、单射、双射时，则称 f 分别为满同态、单同态、同构。

定义 4（笛卡尔积） A,B 是两个非空集合，$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A,y\in B\}$ 称为 A,B 的笛卡尔积。

定义 5[7] 令 U 是初始全集，E 为一个参数集，$P(U)$ 表示 U 的幂集，$A\subset E$，设 $F:A\to P(U)$ 是一个映射，则称 (F,A) 是 U 上的一个软集，也称 F 是 A 上的一个软集。

定义 6[11] 设 (F,A)，(G,B) 为 U 上的两个软集，若满足：

(1)$A\subset B$；

(2)$\forall e\in A,F(e)=G(e)$。

则称 (F,A) 为 (G,B) 的软子集，记为 $(F,A)\tilde{\subseteq}(G,B)$。

定义 7[26]（软集的限制交） (F,A)，(G,B) 为 U 上的软集，若软集 (H,C) 满足：

(1)$C=A\cap B$；

(2)$\forall x\in C$，有 $H(x)=F(x)\cap G(x)$。

则称 (H,C) 是软集 (F,A) 和 (G,B) 的限制交，记作 $(H,C)=(F,A)\cap_R(G,B)$。

定义 8[26]（软集的且运算） (F,A)，(G,B) 为 U 上的软集，令 $(F,A)\wedge(G,B)=(H,C)$，$C=A\times B$，其中 $\forall(x,y)\in C$，$H((x,y))=F(x)\cap G(y)$，则称 (H,C) 是 (F,A) 与 (G,B) 的且运算，记作 $(F,A)\wedge(G,B)$。

定义 9[17]（软集的对偶） 设 $H:E\to P(X)$，$g\mapsto H(g)$ 为一个软集，则称 $A_H:X\to P(E)$，$x\mapsto A_H=\{g\mid x\in H(g)\}$ 为 H 的对偶软集。

若 $A:X\to P(E)$ 为一个软集，则 $H_A:E\to P(X)$，$g\mapsto H(g)=\{x\mid g\in A(x)\}$ 称为 A 的对偶软集。

定义 10[20]（软集的像与原像） 设 X_1,X_2 是两个亚 BCI-代数，U 是初始全集，$P(U)$ 表示 U 的幂集，$f:X_1\to X_2$ 是一个映射，$H_1:X_1\to P(U)$，$H_2:X_2\to P(U)$ 是软集，$\forall x_1\in X_1$，$\forall x_2\in X_2$，定义：

$$f(H_1)(x_2)=\begin{cases}\bigcup\limits_{f(x_1)=x_2}H_1(x_1), & f^{-1}(x_2)\neq\emptyset\\ \emptyset, & f^{-1}(x_2)=\emptyset\end{cases}$$

且 $f^{-1}(H_2)(x_1)=H_2(f(x_1))$，则 $f(H_1)$、$f^{-1}(H_2)$ 分别是 X_2 和 X_1 上的软集，称 $f(H_1)$ 为 H_1 的像，$f^{-1}(H_2)$ 为 H_2 的原像。

3 新型软亚 BCI-代数

本节将参数集赋予亚 BCI-代数的代数结构，引进一个与通常的软亚 BCI-代数不同的新型软亚 BCI-代数，并讨论它的一系列性质。

定义 11 令 U 是初始全集，X 是亚 BCI-代数，$F:U\to P(X)$ 是一个软集，若 $\forall x\in X,F(x)\neq\emptyset$ 时是 X 的子代数，则称 F 是 X 上的软亚 BCI-代数。

注：这种通常的软亚 BCI-代数到目前为止还未见研究。

定义 12 设 X 为一个亚 BCI-代数，$H:X\to P(U)$ 为一个软集，若 $\forall x,y\in X$，满足 $H(x*y)\supseteq H(x)\cap H(y)$，则称 H 为 X 的一个新型软亚 BCI-代数，记为 (H,X)。在不引起混淆的情况下，简称为软亚 BCI-代数。

下面的例子说明新型软亚 BCI-代数的存在性。

例 1 设有初始集合 $U=X=\{0,1,2\}$，在 X 上"$*$"运算的定义如下：

*	0	1	2
0	0	1	1
1	1	0	0
2	2	0	0

由文献[3]知 $(X,*,0)$ 是一个亚 BCI-代数，又令 $H:X\to P(U)$，$H(0)=\{0,1,2\}$，$H(1)=\{1,2\}$，$H(2)=\{2\}$，则 H 是 X 的软亚 BCI-代数。又因 $H(1)=\{1,2\}$ 中 $1*2=0\notin H(1)$，故 $H(1)$ 不是 X 的子代数，从而 H 不是通常的软亚 BCI-代数。因此新型软亚 BCI-代数是一个新的代数结构。

定理 1 H 为 X 的一个软亚 BCI-代数，则 $\forall x\in X$，有 $H(0)\supseteq H(x)$。

证明：$\forall x\in X$，$H(0)=H(x*x)\supseteq H(x)\cap H(x)=H(x)$，故 $H(0)\supseteq H(x)$。

定理 2 设 $\{A_i\}_{i\in I}$ 是 X 的一族亚 BCI-子代数，I 为一非空集合，则 $\bigcap_{i\in I}A_i$ 也是 X 的亚 BCI-子代数。

证明：因为 A_i 是 X 的亚 BCI 子代数，所以 $0\in A_i$，则 $0\in\bigcap_{i\in I}A_i$，所以 $\bigcap_{i\in I}A_i\neq\emptyset$。又 $\forall x,y\in\bigcap_{i\in I}A_i$，则 $\forall i\in I$，有 $x,y\in A_i$。由 A_i 是 X 的亚 BCI 子代数知，$x*y\in A_i$，从而 $x*y\in\bigcap_{i\in I}A_i$。再由定义 2 可得 $\bigcap_{i\in I}A_i$ 是 X 的亚 BCI-子代数。

定理 3 设 X_1,X_2 是两个亚 BCI-代数，那么在 $X_1\times X_2$ 上规定运算"$*$"：$\forall(x_1,x_2),(y_1,y_2)\in X_1\times X_2$，$(x_1,x_2)*(y_1,y_2)=(x_1*y_1,x_2*y_2)$，则 $(X_1\times X_2,*,(0,0))$ 也是亚 BCI-代数。

证明：$\forall x=(x_1,x_2),y=(y_1,y_2),z=(z_1,z_2)\in L_1\times L_2$，令 $(0,0)=0$，有：

$(\mathrm{I}_1)(x_1,x_2)*(y_1,y_2)=(x_1*y_1,x_2*y_2)=(0,0)$；

$(\mathrm{I}_2)((x_1,x_2)*(y_1,y_2))*(z_1,z_2)=(x_1*y_1,x_2*y_2)*(z_1*z_2)=((x_1*y_1)*z_1,(x_2*y_2)*z_2)=((x_1*z_1)*y_1,(x_2*z_2)*y_2)=(x_1*z_1,x_2*z_2)*(y_1,y_2)=((x_1*x_2),(z_1*z_2))*(y_1,y_2)$；

$(\mathrm{I}_3)(x_1,x_2)*(0,0)=(x_1*0,x_2*0)=(x_1,x_2)$。

由定义 1 可得 $(X_1\times X_2,*,(0,0))$ 也是亚 BCI-代数。

定理 4 设 X_1,X_2 是亚 BCI-代数 X 的两个亚 BCI-子代数，(H_1,X_1)，(H_2,X_2) 为两个软集，且 H_2 是 X_2 的软亚 BCI-代数。若 $(H_1,X_1)\tilde{\subseteq}(H_2,X_2)$，则 H_1 是 X_1 的软亚 BCI-代数。

证明：$\forall x,y\in X_1$，因为 X_1 是 X 的一个亚 BCI-子代数，所以 $x*y\in X_1$，且 $H_1(x*y)=H_2(x*y)\supseteq H_2(x)\cap H_2(y)=H_1(x)\cap H_1(y)$。因此，$H_1$ 是 X_1 的软亚 BCI-代数。

定理 5 设 X_1,X_2 是两个亚 BCI-代数，H_1,H_2 分别是 X_1,X_2 的软亚 BCI-代数，若 $(H,X_1\times X_2)=(H_1,X_1)\wedge(H_2,X_2)$，则 H 是 $X_1\times X_2$ 的软亚 BCI-代数。

证明：设 X_1,X_2 是两个亚 BCI-代数。由定理 3 知，$X_1\times X_2$ 也是亚 BCI-代数。又 $\forall x,y\in X_1\times X_2$，$x=(x_1,x_2)$，$y=(y_1,y_2)$，其中，$x_i,y_i\in X_i(i=1,2)$，则 $H(x*y)=H((x_1,x_2),(y_1,y_2))=H(x_1*y_1,x_2*y_2)=H_1(x_1*y_1)\cap H_2(x_2*y_2)\supseteq[H_1(x_1)\cap H_1(y_1)]\cap[H_2(x_2)\cap H_2(y_2)]=[H_1(x_1)\cap H_2(x_2)]\cap[H_1(y_1)\cap H_2(y_2)]=H((x_1,x_2))\cap H((y_1,y_2))=H(x)\cap H(y)$。

从而，H 是 $X_1\times X_2$ 的软亚 BCI-代数。

定理 6 设 X_1,X_2 是亚 BCI-代数的两个亚 BCI-子代数，H_1,H_2 分别是 X_1,X_2 的软亚 BCI-代数，若 $(H,X_1\cap X_2)=(H_1,X_1)\cap_R(H_2,X_2)$，则 H 是 $X_1\cap X_2$ 的软亚 BCI-代数。

证明：X_1,X_2 是亚 *BCI*-代数 X 的两个亚 BCI-子代数，由定理 2 可知，$X_1\cap X_2$ 也是 X 的亚 BCI-子代数。又 $\forall x,y\in X_1\cap X_2$，有 $H(x*y)=H_1(x*y)\cap H_2(x*y)\supseteq[H_1(x)\cap H_1(y)]\cap[H_2(x)\cap H_2(y)]=[H_1(x)\cap H_2(x)]\cap[H_1(y)\cap H_2(y)]=H(x)\cap H(y)$，则 H 是 $X_1\cap X_2$ 的软亚 BCI-代数。

定理 7 设 X 为亚 BCI-代数，则下列结论成立：

(1) H 为 X 的一个软亚 BCI-代数的充要条件是 $\forall u\in U$，$A_H(u)\neq\emptyset$ 为 X 的一个亚 BCI-子代数。

(2) $\forall u\in U$，$A:U\to P(X)$，则 $A(u)\neq\emptyset$ 为 X 的一个亚 BCI-子代数的充要条件是 H_A 为 X 的一个软亚 BCI-代数。

证明：(1) 必要性：若 H 为 X 的一个软亚 BCI-代数，$\forall u\in U$，$A_H(u)=\{x\mid u\in H(x)\}$，$\forall x,y\in A_H(u)$，则 $u\in H(x)$ 且 $u\in H(y)$，所以 $u\in H(x)\cap H(y)$；又因为 H 为 X 的一个软亚 BCI-代数，所以 $H(x)\cap H(y)\subseteq H(x*y)$。因此 $u\subseteq H(x*y)$，即 $x*y\in A_H(u)$。因此 $A_H(u)$ 为 X 的一个亚 BCI-子代数。

充分性：$\forall x,y\in X$，若 $H(x)\cap H(y)=\emptyset$，则显然有 $H(x)\cap H(y)\subseteq H(x*y)$。若 $H(x)\cap H(y)\neq\emptyset$，$\forall u\in H(x)\cap H(y)$，则 $u\in H(x)$ 且 $u\in H(y)$，所以 $x\in A_H(u)$ 且 $y\in A_H(u)$。因 $A_H(u)$ 是 X 的亚 BCI-子代数，所以 $x*y\in A_H(u)$，即 $u\subseteq H(x*y)$，从而 $H(x)\cap H(y)\subseteq H(x*y)$。

(2) 必要性：$\forall x,y\in X$，若 $H_A(x)\cap H_A(y)=\emptyset$，则 $H_A(x)\cap H_A(y)\subseteq H_A(x*y)$；若 $H_A(x)\cap H_A(y)\neq\emptyset$，则 $\forall u\in H_A(x)\cap H_A(y)$。有 $u\in H_A(x)$ 且 $u\in H_A(y)$，所以 $x\in A(u)$ 且 $y\in A(u)$，因 $A(u)$ 为 X 的一个亚 BCI-子代数，所以 $x*y\in A(u)$。即 $u\in H_A(x*y)$，从而 $H_A(x)\cap H_A(y)\subseteq H_A(x*y)$。

充分性：$\forall x,y\in A(u)$，有 $u\in H_A(x)$ 且 $u\in H_A(y)$，所以 $u\in H_A(x)\cap H_A(y)$。因 H_A 为 X 的一个软亚 BCI-代数，所以 $H_A(x)\cap H_A(y)\subseteq H_A(x*y)$，即 $u\in H_A(x*y)$。从而 $x*y\in A(u)$，故 $A(u)$ 为 X 的一个亚 BCI-子代数。

4 新型软亚 BCI-代数的像与原像

本节给出了新型软亚 BCI-代数的同态像与原像之间的性质。

定理 8 设 X_1,X_2 为两个亚 BCI-代数，U 是初始集合。$f:X_1\to X_2$ 为一个同态映射，$H_1:X_1\to P(U)$，$H_2:X_2\to P(U)$ 为两个软集，那么下列结论成立：

若 H_1 为 X_1 的软亚 BCI-代数，则 $f(H_1)$ 为 X_2 的软亚 BCI-代数。

若 H_2 为 X_2 的软亚 BCI-代数，则 $f^{-1}(H_2)$ 为 X_1 的软亚 BCI-代数。

证明：(1) $\forall x_2,y_2\in X_2$，若 $f(H_1)(x_2)\cap f(H_1)(y_2)=\emptyset$，则 $f(H_1)(x_2)\cap f(H_1)(y_2)\subseteq f(H_1)(x_2*y_2)$；若 $f(H_1)(x_2)\cap f(H_1)(y_2)\neq\emptyset$，那么 $\forall u\in f(H_1)(x_2)\cap f(H_1)(y_2)$，所以 $u\in\bigcup_{f(x)=x_2}H_1(x)$ 且 $u\in\bigcup_{f(x)=y_2}H_1(x)$，因此存在 $x_1\in X_1$，使 $x_2=f(x_1)$ 且 $u\in H_1(x_1)$；以及存在 $y_1\in X_1$，使 $y_2=f(y_1)$ 且 $u\in H_1(y_1)$，从而 $u\in H_1(x_1)\cap H_1(y_1)$。由于 H_1 为 X_1 的软亚 BCI-代数，故 $H_1(x_1)\cap H_1(y_1)\subseteq H_1(x_1*y_1)$，故 $u\in H_1(x_1*y_1)$，因 f 为同态映射，所以 $f(x_1*y_1)=f(x_1)*f(y_1)=x_2*y_2$，其中 $x_1*y_1\in X_1$，所以 $u\in\bigcup_{f(x)=x_2*y_2}H_1(x)=f(H_1)(x_2*y_2)$，从而 $f(H_1)(x_2)\cap f(H_1)(y_2)\subseteq f(H_1)(x_2*y_2)$。故 $f(H_1)$ 为 X_2 的软亚 BCI-代数。

(2) 由于 H_2 是 X_2 的软亚 BCI-代数，因此 $\forall x_1,y_1\in X_1$，有 $f^{-1}(H_2)(x_1)\cap f^{-1}(H_2)(y_1)=H_2(f(x_1))\cap H_2(f(y_1))\subseteq H_2(f(x_1)*f(y_1))=H_2(f(x_1*y_1))=f^{-1}(H_2)(x_1*y_1)$。故 $f^{-1}(H_2)$ 为 X_1 的软亚 BCI-代数。

定义 13 设 X_1,X_2 为两个集合，$f:X_1\to X_2$ 是 X_1 到 X_2 的映射，H_1 是 X_1 上的软集，$\forall x,y\in X_1$，当 $f(x)=f(y)$ 时，有 $H_1(x)=H_1(y)$，则称 H_1 是关于 f-不变的。

定理 9 设 X_1,X_2 为两个亚 BCI-代数，U 是初始集合。$f:X_1\to X_2$ 为一个同态映射，$H_1:X_1\to P(U)$ 为软集且 H_1 是关于 f-不变的，则 H_1 为 X_1 的软亚 BCI-代数的充要条件是 $f(H_1)$ 为 X_2 的软亚 BCI-代数。

证明：必要性：由定理 8(1) 可知结论成立。

充分性：$\forall x_1,x_2\in X_1$，$\forall x\in H_1(x_1)\cap H_1(x_2)$，则 $x\in H_1(x_1)$ 且 $x\in H_1(x_2)$，令 $f(x_1)=y_1\in X_2$，$f(x_2)=y_2\in X_2$，所以 $x\in\bigcup_{f(x)=y_1}H_1(x)=f(H_1)(y_1)$ 且 $x\in\bigcup_{f(x)=y_2}H_1(x)=f(H_1)(y_2)$，即 $x\in f(H_1)(y_1)\cap f(H_1)(y_2)$。因为 $f(H_1)$ 是 X_2 的软亚 BCI-代数，所以 $f(H_1)(y_1)\cap f(H_1)(y_2)\subseteq f(H_1)(y_1*y_2)$，故 $x\in f(H_1)(y_1*y_2)=\bigcup_{f(x)=y_1*y_2}H_1(x)$，从而 $\exists x\in X_1$，使 $f(x)=y_1*y_2$ 且 $x\in H_1(x)$。因为 f 是同态映射，$f(x)=y_1*y_2=f(x_1)*f(x_2)=f(x_1*x_2)$；又因 H_1 是关于 f-不变的，则 $H_1(x)=H_1(x_1*x_2)$，从而 $x\in H_1(x_1*x_2)$，$H_1(x_1)\cap H_1(x_2)\subseteq H_1(x_1*x_2)$。因此，$H_1$ 为 X_1 的软亚 BCI-代数。

定理 10 设 X_1,X_2 为两个亚 BCI-代数，$f:X_1\to X_2$ 为一个满同态映射，$H_2:X_2\to P(U)$ 为软集，则 H_2 为 X_2 的软亚 BCI-代数的充要条件是 $f^{-1}(H_2)$ 为 X_1 的软亚 BCI-代数。

证明：必要性：由定理 8(2) 知结论成立。

充分性：$\forall y_1,y_2\in X_2$，因为 f 是满同态映射，所以 $\exists x_1,x_2\in X_1$，使得 $y_1=f(x_1)$，$y_2=f(x_2)$ 且 $y_1*y_2=f(x_1)*f(x_2)=f(x_1*x_2)$，又因为 $f^{-1}(H_2)$ 是 X_1 的软亚 BCI-代数，所以有 $H_2(y_1)\cap H_2(y_2)=H_2(f(x_1))\cap H_2(f(x_2))=f^{-1}(H_2)(x_1)\cap f^{-1}(H_2)(x_2)\subseteq f^{-1}(H_2)(x_1*x_2)=H_2(f(x_1*x_2))=H_2(y_1*y_2)$。

故 H_2 为 X_2 的软亚 BCI-代数。

（下转第 60 页）

ory[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(7):3187-3195

[12] Wang S, Zhu W. Matroidal structure of covering-based rough sets through the upper approximation number[J]. International Journal of Granular Computing, Rough Sets and Intelligent Systems, 2011, 2(2):141-148

[13] Li X, Liu S. Matroidal approaches to rough sets via closure operators[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2012, 53(4):513-527

[14] Zhu W, Wang F Y. Reduction and axiomization of covering generalized rough sets[J]. Information Sciences, 2003, 152:217-230

[15] Ma L. On some types of neighborhood-related covering rough sets[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2012, 53(6):901-911

[16] Lai H J. Matroid theory[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001(in Chinese)
赖虹建. 拟阵论[M]. 北京:高等教育出版社,2002

[17] Oxley J G. Matroid theory[M]. Oxford University Press, 2006

(上接第 24 页)

结束语 将参数集赋予亚 BCI-代数的代数结构,给出了新型软亚 BCI-代数的概念,探讨了它的一系列相关性质。进一步可引入亚 BCI-代数的软理想的结构,并研究它的相关性质。

参考文献

[1] Imai Y, Iséki K. On axiom systems of propositional calcumi XIV[J]. Proceedings of the Japan Academy, 1966, 42(1):19-22

[2] Iséki K. An algebra related with a propositional calculus XIV[J]. Proceedings of the Japan Academy, 1966, 42(1):26-29

[3] Chen Lu, Pu Yi-shu. Sub-BCI-algebra and its Ideal[J]. Pure and Applied Mathematics, 2005, 21(3):250-254(in Chinese)
陈露,蒲义书. 亚 BCI-代数及其理想[J]. 纯粹数学与应用数学,2005,21(3):250-254

[4] Rosenfeld A. Fuzzy groups[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1971, 35(3):512-517

[5] Xi O G. Fuzzy BCK-algebras[J]. Math Japon, 1991, 36:935-942

[6] Senapati T. A Study on Fuzzy BCK/BCI-algebras and Related Algebraic Systems[M]. Verlag: Scholar's Press, 2014

[7] Molodtsow D. Soft set theory-first results[J]. Computers and Mathematics with Applications, 1999, 37(4/5):19-31

[8] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(65):338-353

[9] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Information and Computer Sciences, 1982, 11:341-356

[10] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1):87-96

[11] Maji P K, Biswas R, Roy A R. Soft Set Theory[J]. Computers Mathematics with Applications, 2003, 45(4):555-562

[12] Aktaş H, Çağman N. Soft sets and soft groups[J]. Information Science, 2007, 177(13):2726-2735

[13] Jun Y B. Soft BCK/BCI algebras [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56(5):1408-1413

[14] Feng Feng, Jun Young-bae, Zhao Xian-zhong. Soft semirings[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56(10):2621-2628

[15] Fu Wen-qing, Li Sheng-gang. Soft BCK algebras[J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(10):5-6(in Chinese)
伏文清,李生刚. 软 BCK 代数[J]. 计算机工程与应用,2010,46(10):5-6

[16] Liao Zu-hua, Rui Ming-li. Soft incline [J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(2):30-32(in Chinese)
廖祖华,芮明力. 软坡[J]. 计算机工程与应用,2012,48(2):30-32

[17] Wen Yong-chuan. The study on soft set[D]. Dalian: Liaoning Normal University, 2008(in Chinese)
温永川. 关于软集的研究[D]. 大连:辽宁师范大学,2008

[18] Yin Xia, Liao Zu-hua, Zhu Xiao-ying, et al. Soft sets and new soft subgroups [J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(33):40-43(in Chinese)
殷霞,廖祖华,朱晓英,等. 软集与新型软子群[J]. 计算机工程与应用,2012,48(33):40-43

[19] Yin Xia, Liao Zu-hua. Study on soft groups[J]. Journal of Computers, 2013, 8(4):960-967

[20] Zheng Gao-ping, Liao Zu-hua, Wang Ni-ni, et al. Soft lattice implication subalgebras[J]. Applied Mathematics and Information Sciences, 2013, 7(3):1181-1186

[21] Guan Bei-bei, Liao Zu-hua, Zhu Xiao-ying, et al. Soft Subsemigroups[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2014, 28(4):39-44(in Chinese)
关贝贝,廖祖华,朱晓英,等. 软子半群[J]. 模糊系统与数学,2014,28(4):39-44

[22] Zhao Di, Liao Zu-hua, Zhu Xiao-ying, et al. Soft ideals of semigroups[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2014, 28(4):45-50(in Chinese)
赵迪,廖祖华,朱晓英,等. 半群的软理想[J]. 模糊系统与数学,2014,28(4):45-50

[23] Ye Ting, Liao Zu-hua, Zhu Xiao-ying, et al. Soft completely prime ideals of semigroups[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2014, 28(3):1-5(in Chinese)
叶婷,廖祖华,朱晓英,等. 半群的软完全素理想[J]. 模糊系统与数学,2014,28(3):1-5

[24] Ye Ling-jun, Liao Zu-hua, Zhu Xiao-ying, et al. Soft completely regular sub-semigroups [J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2014, 31(3):341-346(in Chinese)
叶灵军,廖祖华,朱晓英,等. 软完全正则子半群[J]. 工程数学学报,2014,31(3):341-346

[25] Zheng Gao-ping, Liao Zu-hua, Wang Ni-ni, et al. Soft LI-ideals of lattice implication algebra[J]. Computer Engineering and Applications, 2015, 51(8):42-46(in Chinese)
郑高平,廖祖华,王妮妮,等. 格蕴含代数的软 LI-理想[J]. 计算机工程与应用,2015,51(8):42-46

[26] Irfan A M, Feng Feng, Liu Xiao-yan, et al. On some new operations in soft set theory[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2009, 57(9):1547-1553