

改进的粒子群优化算法设计 FIR 低通数字滤波器

邵 鹏^{1,2} 吴志健² 彭 虎^{2,3} 王映龙¹ 周炫余²

(江西农业大学计算机与信息工程学院 南昌 330045)¹ (武汉大学计算机学院 武汉 430072)²

(九江学院信息科学与技术学院 九江 332005)³

摘 要 粒子群优化算法(PSO)因具有参数少、易于实现等优点,在解决优化问题时表现出很好的性能。有限长单位脉冲响应(FIR)数字滤波器因具有稳定的结构、易于实现等优点,在实际中有着很广泛的应用。因此,将基于三角函数因子的改进 PSO 算法(TFPSO)用于对 FIR 低通数字滤波器性能的优化,并将其与基于折射原理反向学习(refrPSO)、基于反向学习(OPSO)的 PSO 算法所设计的 FIR 低通数字滤波器的性能进行比较。在实验中构造出一种性能较好的适应值函数,以验证这几种改进的 PSO 算法所设计的 FIR 低通数字滤波器的性能。实验结果表明,基于三角函数因子的 PSO 算法滤波性能较差,而基于折射原理反向学习的 PSO 算法性能最佳。

关键词 智能算法,粒子群优化算法,FIR 数字滤波器

中图分类号 TP301 文献标识码 A

FIR Low-pass Digital Filter Design Using Improved PSO Algorithms

SHAO Peng^{1,2} WU Zhi-jian² PENG Hu^{2,3} WANG Ying-long¹ ZHOU Xuan-yu²

(School of Computer and Information Engineering, Jiangxi Agricultural University, Nanchang 330045, China)¹

(Computer School, Wuhan University, Wuhan 430072, China)²

(School of Information Science and Technology, Jiujiang University, Jiujiang 332005, China)³

Abstract Particle swarm optimization presents an excellent optimization performance when it solves some complex problems because of its advantages such as few parameters and easy implementation. Finite impulse response digital filters have some advantages such as stable structure and easy implementation, which make FIR low pass digital filters have a widely practical application. Therefore, in this paper, TFP SO was introduced to design FIR low pass digital filter and make a comparison with FIR low pass digital filters designed by refrPSO and OPSO. In the experiment, the excellent fitness function was proposed to test the performance of FIR low pass digital filters designed by several improved PSO algorithms. The experiment results show that refrPSO has an excellent filter performance and TFP SO has a weak filter performance.

Keywords Intelligent algorithms, Particle swarm optimization, FIR digital filter

1 引言

数字滤波器在数字信号处理系统中起着极其重要的作用,其滤波性能的好坏对数字信号处理的成败会产生重要的影响。数字滤波器可以分为很多种类,根据脉冲响应长度可将其分为无限长脉冲响应(Infinite Impulse Response, IIR)数字滤波器和有限长脉冲响应(Finite Impulse Response, FIR)数字滤波器^[1]。相比 IIR 数字滤波器, FIR 数字滤波器有着稳定的系统、严格的线性相位以及任意的幅度等优点,因此在许多工程领域甚至其他领域都有着广泛的实际应用价值。正是由于设计上的优点以及非常重要的实际应用价值, FIR 数字滤波器引起了学者们的极大关注,对其滤波性能的提高与优化已经成为热点研究问题之一。传统的设计方法,如窗函数法^[2]、频率抽样法^[3]等,在设计 FIR 数字滤波器时虽然能取得较好的效果,但有自身的不足,如容易陷入局部极值、收

敛精度较低等。因此,学者们已经尝试用智能算法来解决 FIR 数字滤波器的设计问题,特别是利用群智能算法来设计和优化 FIR 数字滤波器。粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[4]是一种非常优秀的群智能算法,且在各个领域都有着广泛的应用。因此,用 PSO 算法或改进 PSO 算法来设计与优化 FIR 数字滤波器,是一项重要的具有实际应用价值和意义的研究工作。

PSO 算法由于实现简单、参数较少等优点而被广泛应用于实际。李辉等^[5]于 2005 年将 FIR 数字滤波器的设计问题转化为滤波器参数的优化问题,然后利用 PSO 算法高效的求解能力实现了对滤波器参数的优化,从而得到一组最优的滤波器系数,提高了 FIR 数字滤波器的性能。林川等^[6]于 2009 年根据 PSO 算法的思想以及自适应 FIR 数字滤波器的特点,提出了基于 PSO 算法思想的自适应滤波算法。这些都是将 PSO 算法用于 FIR 数字滤波器的设计。由于 PSO 算法本身

存在一些不足,如后期收敛速度慢、收敛精度低,从而导致所设计的数字滤波器不是最优的。为了进一步提高 FIR 数字滤波器的性能,一些改进的 PSO 算法被引入。邵鹏等^[7]将基于反向学习的 PSO 算法用于 FIR 低通数字滤波器的优化。本文将基于正弦三角函数因子的 PSO 所设计的 FIR 低通数字滤波器与基于反向学习的、基于折射原理反向学习的 PSO 算法所设计的 FIR 低通数字滤波器的性能进行比较。

2 几种改进的 PSO 算法

2.1 PSO 算法

在 PSO 算法中,每个粒子代表搜索空间中的一个可能解,粒子通过自身的经验值(个体极值 $pbest$)和其他粒子的经验值(全局最优值 $gbest$)来调整自身的搜索策略。在一个 D 维搜索空间中,由 n 个粒子构成一个搜索群体,第 i 个粒子的位置可以表示为 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$, $i = 1, 2, \dots, n$;每次迭代中粒子 i 的飞行方向可以表示为 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$, $i = 1, 2, \dots, n$ 。每个粒子通过跟踪上述 $pbest$ 和 $gbest$ 来更新速度和位置。PSO 算法的速度和位置更新方程如下:

$$v_{id}(t+1) = \omega v_{id}(t) + c_1 r_1 (pbest_{id} - x_{id}(t)) + c_2 r_2 (gbest_d - x_{id}(t)) \quad (1)$$

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1) \quad (2)$$

其中, $v_{id}(t+1)$ 为粒子 i 在第 $t+1$ 代的速度; $x_{id}(t+1)$ 为粒子 i 在第 $t+1$ 代的位置; c_1 和 c_2 为加速因子; ω 为惯性权重; r_1 和 r_2 为 $[0, 1]$ 区间内服从均匀分布的随机数。

2.2 基于反向学习的 PSO 算法(OPSO)

在基于反向学习的 OPSO 算法中,引入了反向学习^[8](Opposition-Based Learning, OBL)策略,其定义如下。

定义 1 若 x 是一个定义在实数集 R 上的区间 $[a, b]$ 的一个实数,即 $x \in [a, b]$,则 x 的反向解 x_1 定义如下:

$$x_1 = a + b - x \quad (3)$$

定义 2 若 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是 n 维空间上的一个点, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为实数,且 $x_i \in [a_i, b_i]$,则其反向解 x_i^* 定义为:

$$x_i^* = a_i + b_i - x_i, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

定义 2 为定义 1 在 n 维空间上的扩展。结合上述两个定义可知,反向学习策略的主要思想是求解当前解的反向解,并对这两者进行比较,从中选取较优解替代当前解并且参与下一代优化。

Wang 等^[9]将反向学习策略用于 PSO 算法的改进,提出了基于反向学习的 PSO 算法(OPSO)。

2.3 基于正弦三角函数因子的 PSO 算法(TFPSO)

TFPSO 算法^[10]是受简谐振动的物理现象的启发而提出的改进 PSO 算法。在 PSO 算法的位置更新方程中引入正弦函数因子作为参数,利用正弦三角函数所具有的振动特性使每个粒子位置获得振动,扩大粒子的搜索空间。当 PSO 算法陷入局部最优时,该参数的引入可以引导粒子跳出局部最优,增大找到最优值的概率,进而提高算法的性能。TFPSO 算法的位置更新模型如下:

$$x_{id}(t+1) = x_{id}(t)(1 - \sin(h)) + v_{id}(t+1)\sin(h) \quad (5)$$

其中, $\sin(h)$ 或 $1 - \sin(h)$ 称为正弦函数因子; h 为待定参数,其取值为 1-随机值。式中第一项 $x_{id}(t)(1 - \sin(h))$ 是对粒子位置的振动;第二项 $v_{id}(t+1)\sin(h)$ 是对粒子速度的振动。

TFPSO 算法的实现流程简述如下:

- Step1 随机初始化种群及相关参数;
- Step2 根据式(1)计算粒子下一代的速度;
- Step3 根据式(5)计算下一代的位置;
- Step4 计算每个粒子的适应值;
- Step5 更新各粒子的 $pbest$ 和 $gbest$;
- Step6 达到结束条件时停止计算;否则,转 Step2。

2.4 基于折射原理反向学习的 PSO 算法(refrPSO)

refrPSO 算法^[11]是受自然界中光的折射这一物理现象的启发而将其应用于反向学习的反向过程的改进,提出基于折射原理反向学习的统一模型,并将该模型应用于 PSO 算法的改进中。基于折射原理反向学习模型的折射解 x^* 的计算公式如下:

$$x^* = (a+b)/2 + (a+b)/2kn - x/kn \quad (6)$$

其中, a, b 分别为搜索区域的上、下边界; k 为入射光与折射光长度之比; n 为折射率。

refrPSO 算法的基本思想简述如下:

- Step1 随机初始化种群及相关参数;
- Step2 根据式(6)计算当前解 x_i 的折射解 x_i^* ,并分别计算 x_i 和 x_i^* 的适应值 $f(x_i)$ 和 $f(x_i^*)$;
- Step3 如果 $f(x_i)$ 大于 $f(x_i^*)$,则用折射解 x_i^* 代替 x_i 来加入种群参与迭代;
- Step4 更新各粒子的 $pbest$ 和 $gbest$;
- Step5 达到结束条件时停止计算;否则,转 Step2。

3 FIR 数字滤波器

3.1 FIR 低通数字滤波器

低通滤波器^[1,7](Low-pass Filter)让低于所设频率的信号分量通过,对高于该频率的信号分量进行抑制而不让其通过。FIR 低通滤波器的性能要求通常以频率响应的幅度特性的允许误差来表征。频率响应有通带、阻带以及过渡带 3 个范围。通带内频率响应逼近于 1,阻带内逼近于 0。为了逼近于理想的滤波器,在过渡带内的频率响应应该平滑地从通带下降到阻带,具体技术指标往往使用通带波纹(Pass band ripple)及阻带衰减(Stop band ripple)。

FIR 数字滤波器的单位冲激响应 $h(n)$ 是限长的($0 \leq n \leq N-1$),其 z 变换(系统函数)为:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} \quad (7)$$

其中, N 是滤波器的阶数; $h(n)$ 是滤波器的脉冲响应,即为滤波器的系数。

令 $z = e^{j\omega}$,则式(7)的频率响应幅度函数(Magnitude response)可以转换为:

$$H(e^{j\omega}) = \pm |H(e^{j\omega})| e^{j\theta(\omega)} = H(\omega) e^{j\theta(\omega)} \quad (8)$$

3.2 适应值函数

对于任何智能算法来说,需要设计或选择合适的适应值函数来评价智能算法的性能。为了更好地测试和比较 TFP-PSO 算法^[10]、OPSO 算法^[9]以及 refrPSO 算法^[11]设计 FIR 低通数字滤波器的性能,在文献^[12]的基础上设计出一种加权适应值函数模型,如式(9)所示:

$$J = \sum \text{abs}[\text{abs}(|H(\omega)| - 1) - \delta p] + G(\omega) \sum [\text{abs}(|H(\omega)|) - \delta s] \quad (9)$$

其中, δp 和 δs 分别为通带和阻带波纹; $G(\omega)$ 为加权系数,其取值为通带波纹和阻带波纹的比值; $H(\omega)$ 为滤波器的频率响应的幅度函数。

在式(9)中,通过计算通带波纹和阻带波纹之间的加权逼近误差,获得一组使得 J 值最小的最佳 FIR 数字滤波器的系数组合,这里将其作为 FIR 低通数字滤波器的适应值函数。

4 实验结果与分析

4.1 参数设置

FIR 数字滤波器的阶数为 20,即系数为 21,抽样频率 f_s 为 1Hz,频率抽样样本数为 128,通带波纹 δ_p 为 0.1,阻带波纹 δ_s 为 0.01。对于 FIR 低通数字滤波器,归一化通带边界频率 ω_p 为 0.45,归一化的阻带边界频率 ω_s 为 0.55,转换带宽 $(\omega_p - \omega_s)$ 为 0.1。TFPSO,OPSO 以及 refrPSO 算法的参数设置如表 1 所列。

表 1 3 种改进 PSO 算法的参数设置

不同的参数	TFPSO	OPSO	refrPSO
种群大小	50	50	50
最大迭代	500	500	500
c_1, c_2	1.5, 1.5	1.5, 1.5	1.5, 1.5
ω	0.5	0.5	0.5
$V_i^{\max}, v_i^{\min}$	0.01, 1	0.01, 1	0.01, 1
$h(n)$	-2, 2	-2, 2	-2, 2
k	—	—	0.75
F_t	—	—	0.001
入射角 α	—	—	$\pi/8$
h	$[2, \pi)$	—	—

4.2 3 种设计 FIR 数字滤波器的 PSO 算法的性能比较

零相位数字滤波器^[13-14] H0、TFPSO 算法、OPSO 算法以及 refrPSO 算法设计 FIR 低通数字滤波器的实验结果如下所示。

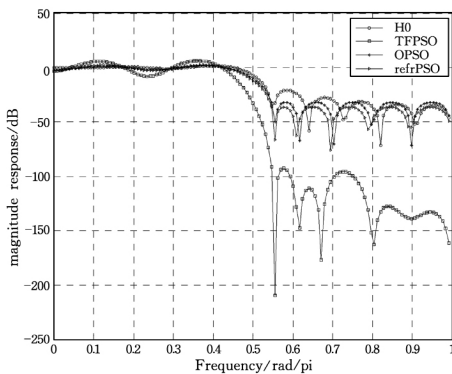


图 1 3 种算法设计 FIR 低通数字滤波器的幅度响应衰减

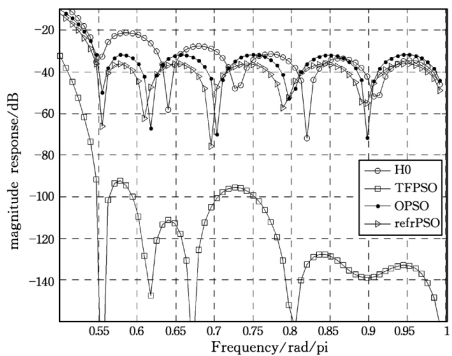


图 2 3 种算法设计 FIR 低通数字滤波器的幅度响应衰减放大

图 1 和图 2 分别表示的是 OPSO 算法、TFPSO 算法以及 refrPSO 算法 3 种算法设计的 FIR 低通数字滤波器的幅度响应衰减及衰减放大图。从这两幅图可以看出,与 H0、OPSO

算法以及 refrPSO 3 种算法相比,TFPSO 算法有着非常好的衰减性能。

图 3 中展示的是 OPSO,TFPSO 以及 refrPSO 3 种算法设计的 FIR 低通数字滤波器的幅度响应。

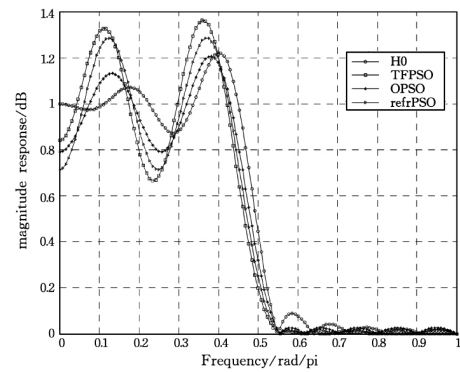


图 3 3 种算法设计 FIR 低通数字滤波器的幅度响应

图 4 和图 5 分别表示的是 3 种算法设计的 FIR 低通数字滤波器的归一化通带波纹和归一化阻带波纹。从这两幅图中可以看出,TFPSO 算法所设计的 FIR 低通数字滤波器比 H0、OPSO 以及 refrPSO 等几种算法有着更好的归一化阻带衰减,但其归一化通带波纹相对较差。

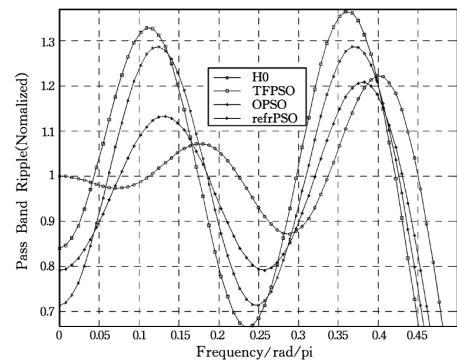


图 4 3 种算法设计 FIR 低通数字滤波器的归一化通带波纹

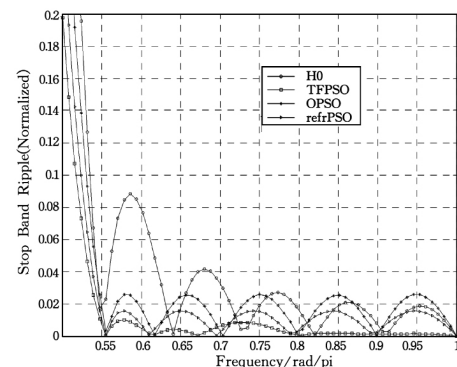


图 5 3 种算法设计 FIR 低通数字滤波器的归一化阻带波纹

4.3 收敛性分析

3 种算法分别设计 FIR 数字滤波器的收敛性分析如图 6 所示。

从图 6 可以看出,在设计 FIR 低通数字滤波器时,相比于 OPSO 和 refrPSO 两种算法,TFPSO 算法的收敛速度较慢、收敛精度较低。

因此,从以上实验结果与分析可知,TFPSO 算法在设计 FIR 低通数字滤波器时具有较好的阻带衰减,但其通带波纹

(下转第 156 页)

- [2] WANG Z, BOVIK A C. A universal image quality index[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(3): 81-84.
- [3] WANG Z, BOVIK A C, SHEIKH H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.
- [4] LI A C, BOVIK A C. Three-Component Weighted Structural Similarity Index[C]//Proceedings of Spie the International Society for Optical Engineering, vol. 7242, 2009: 1-8.
- [5] WANG Z, SIMONCELLI P, BOVIC A C. Multi-scale structural similarity for image quality assessment[J]. International Journal of Digital Content Technology & Its Applic, 2012, 6(5): 67-78.
- [6] LIN Z, LEI Z, XUANQIN M, et al. FSIM: A Feature Similarity Index for Image Quality Assessment[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(8): 2378-2386.
- [7] MOORTHY A K, BOVIK A C. A two-step framework for constructing blind image quality indices [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(5): 513-516.
- [8] MOORTHY A K, BOVIK A C. Blind image quality assessment: From natural scene statistics to perceptual quality [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 14(12): 2091-2106.
- [9] SAAD M, BOVIK AC, CHARRIER C. DCT statistics model-based blind image quality assessment[C]// IEEE International Conference on Image Processing, 2011. Brussels, Belgium: IEEE, 2011: 3154-3157.
- [10] ANISH M, ANUSH KRISHNA M, ALAN C B. No-Reference Image Quality Assessment in the Spatial Domain [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(12): 4695-4708.
- [11] YEAND P, DOERMANN D. No-reference image quality assessment using visual codebook[C]//IEEE International Conference on Image Processing, 2011. Brussels, Belgium: IEEE, 2011: 3089-3092.
- [12] TANG H, JOSHI N, KAPOOR A. Learning a blind measure of perceptual image quality[C]// Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011. Colorado Springs: IEEE, 2011: 305-312.
- [13] PENG Y, JAYNAT K, LE K, et al. Unsupervised feature learning framework for no-reference image quality assessment[C]// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2012. Providence, Rhode Island: IEEE, 2012: 1098-1105.

(上接第 138 页)

较差,滤波性能不稳定,且在设计 FIR 低通数字滤波器时的收敛速度和收敛精度都比其他几种算法更差。另外,从图 6 可以看出,以所设计的式(9)作为适应值函数,各算法在设计 FIR 低通数字滤波器时都具有较低的收敛精度。

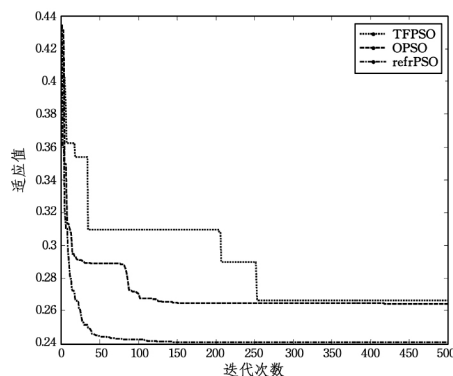


图 6 OPSO, TFPSO 及 refrPSO 算法收敛图

结束语 将三角函数因子的 PSO 算法、基于反向学习的 PSO 算法以及基于折射原理反向学习的 PSO 算法 3 种改进 PSO 算法设计的 FIR 低通数字滤波器性能进行了比较。实验结果与分析表明,相比于其他几种算法,TFPSO 算法所设计的 FIR 低通数字滤波器虽然有着较好的阻带衰减,但其通带波纹较差,滤波性能相对较差;而 refrPSO 算法所设计的 FIR 低通数字滤波器具有更好的滤波性能,且其在优化 FIR 数字滤波器时的收敛速度最快,收敛精度最高。

参 考 文 献

- [1] 程佩青. 数字信号处理教程[M]. 北京:清华大学出版社, 2001
- [2] LI K, LIU Y. The FIR window function design based on evolutionary algorithm[C]// Proceedings of 2011 International Conference on Mechatronic Science, Electric Engineering and Computer (MEC). IEEE, 2011: 1797-1800.
- [3] ZHAO Z, GAO H, LIU Y. Chaotic particle swarm optimization for FIR filter design[C]// Proceedings of 2011 International Conference on Electrical and Control Engineering (ICECE). IEEE, 2011: 2058-2061.
- [4] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. 1995: 1942-1948.
- [5] 李辉, 张安, 赵敏, 等. 粒子群优化算法在 FIR 数字滤波器设计中的应用[J]. 电子学报, 2005, 33(7): 83-85.
- [6] 林川, 冯全源. 基于粒子群优化算法思想的组合自适应滤波算法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(5): 1245-1248.
- [7] 邵鹏, 吴志健, 周炫余. 基于反向学习的粒子群算法对线性相位低通 FIR 滤波器的优化[J]. 吉林大学学报(工学版), 2015, 45(3): 907-912.
- [8] TIZHOOSH H R. Opposition-Based Learning: A New Scheme for Machine Intelligence [C]// 2005 and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, International Conference on Proceedings of Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation. 2005: 695-701.
- [9] WANG H, LI H, LIU Y, et al. Opposition-based particle swarm algorithm with cauchy mutation[C]// Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation. Singapore: IEEE Press, 2007: 4750-4756.
- [10] 邵鹏, 吴志健. 一种带正弦函数因子的粒子群优化算法[J]. 小型微型计算机系统, 2015, 36(1): 156-161.
- [11] 邵鹏, 吴志健, 周炫余, 等. 基于折射原理反向学习模型的改进粒子群算法[J]. 电子学报, 2015, 43(11): 2137-2144.
- [12] SAHA S K, GHOSHAL S P, MANDAL D, et al. Cat swarm optimization algorithm for optimal linear phase FIR filter design [J]. ISA Transactions, 2013, 52(6): 781-794.
- [13] NGAMTAWEE R, WARDKEIN P. Linear-phase FIR design using PSO method with Zero-phase Pre-design[C]// Proceedings of International Conference on Electrical Engineering/electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology. IEEE, 2013: 1-5.
- [14] 纪跃波, 秦树人, 汤宝平. 零相位数字滤波器[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2000, 23(16): 4-7.