

精确求解进港飞机调度双目标优化问题的 epsilon 约束算法

王璐¹ 张小宁² 孙智慧² 吴辉¹

(上海民航职业技术学院 上海 200232)¹ (同济大学经济与管理学院 上海 200092)²

摘要 随着机场客流的持续增长,航班延误日益严重。同时,对于机场最重要的跑道资源而言,积雪结冰等会造成飞机打滑,从而出现事故。对于机场管理者,周期性地维护跑道至关重要,以防雨雪天气出现飞机打滑事故。该研究主要针对跑道上的航班调度问题,考虑恶劣天气环境下跑道的周期性维护(如周期性喷洒除雪盐等)。为了在保证航班的服务质量的同时提高机场跑道的使用效率,文中以最小化航班总延误和跑道使用时间为优化的双目标。首先,提出该双目标优化问题混合整数规划模型;其次,为了精确求解出 Pareto 前沿,开发出 epsilon 约束算法;最后,给出算例来说明模型和算法的可行性。通过数学规划理论建模并开发精确求解算法,为机场资源优化研究提供参考。

关键词 机场物流, 整数规划, 双目标优化, 精确算法

中图分类号 F416.2, C15, Q53 **文献标识码** A

Exact Epsilon-constraint Algorithm for Bi-objective Optimization of Flight Arrival Scheduling Problem

WANG Lu¹ ZHANG Xiao-ning² SUN Zhi-hui² WU Hui¹

(Shanghai Civil Aviation College, Shanghai 200232, China)¹

(School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China)²

Abstract With the rapid growth of airport passenger traffic, more and more flights delay. Meanwhile, in the management of the aircraft landing at the airport, security is very important. On the runway, low degree of friction caused by snow or ice can induce the airplane accidents. Therefore, periodic runway maintenance is extremely important. This paper studied the scheduling problem of aircrafts on the runway with periodic maintenance. To guarantee a good service performance for airlines, and to increase the efficiency of runway utilization, we set two objective functions, i. e., the first one minimizing the total tardiness of all airplanes and the second minimizing the makespan. We established a bi-objective mixed integer linear programming model. Then to obtain the exact Pareto front, we developed an epsilon-constraint method. At last, we used an example to demonstrate a possible application of our model as well as the algorithm. The purpose of this work is to obtain exact solution set for the bi-objective optimization problem, which can help practitioners in airport management for reference.

Keywords Airport logistics, Integer programming, Bi-objective optimization, Exact algorithm

1 引言

进港飞机调度问题是航空物流管理中最为重要的问题之一。机场空管人员通常遵循的做法是先到先服务(First Come First Serve)原则。然而,这种粗陋的人工调度方法不能满足日益增长的航空服务的需求。优化进港飞机调度问题对减少航班延误和航空公司的燃油费用,提高机场终端使用效率有着极其重要的意义。

在机场跑道资源的使用中,由于恶劣天气的影响,通常需要对跑道进行维护。例如,在大风天气,跑道上的杂物需要由跑道清理车及时清理,否则飞机无法安全降落;在雪天,跑道上的冰雪需要除冰车定期喷洒除冰剂以维护跑道摩擦力,保障飞机降落安全。因此,研究航班在跑道上的调度问题时,需考虑在跑道上安排除雪、除冰等周期性维护活动。例如,我国北方雨雪天气时,需要对跑道进行周期性除雪以防止飞机打

滑、在机场跑道出现起飞或着陆事故。经典的航班调度问题主要研究一个航空器或飞机集合内如何安排它们在给定跑道上起飞和着陆,其需要决定航空器的具体降落时间,同时满足跑道使用规范^[1]。在航班调度中,机场管理者为了保证航班起飞着陆的安全,根据民航规定要保证一定的尾流间隔。例如,在同时有起飞和着陆请求时,通常会先安排着陆,否则也可以多插入一次起飞活动以增大跑道使用效率。在飞机航路上安全间隔体现为安全距离。在机场飞行区,安全间隔表达为相继活动的间隔时间^[2]。在航班调度问题中,要为每个航空器分配一个用于降落的跑道,同时还要分配一个具体的时间节点,以满足在跑道上同一时刻仅能有一架飞机的要求。根据机场实际情况,飞机使用跑道着陆时是不可中断的。将跑道使用效率最大化作为优化目标(即将调度理论中 makespan 最小化为目标),属于 NP 难问题。关于进场飞机跑道调度问题的研究主要包括以下文献。Dear^[3]于 1976 年在其会

本文受国家自然科学基金重点项目(71531011)资助。

王璐(1983—),女,硕士,讲师,主要研究方向为机场物流优化,E-mail:63129978@qq.com(通信作者);张小宁(1975—),男,研究员,博士生导师,主要研究方向为交通管理及物流优化,E-mail:cezhzhang@tongji.edu.cn;孙智慧(1992—),女,硕士生,主要研究方向为物流优化,E-mail:monica_szh@163.com;吴辉(1983—),女,硕士,讲师,主要研究方向为机场物流优化,E-mail:wuhui43r2389@163.com。

议论文中首次引入了航班位置变更方法。Balakrishnan 等^[4]于 2014 年使用图论理论将问题等价转化,提出基于动态规划的多项式时间算法,该算法可以快速有效地求解所研究问题。Beasley 等^[5]于 2000 年讨论确定性航班调度问题,以最小化航班总延误,研究了静态跑道调度问题,优化的目标为最小化全部飞机实际着陆时间与预期着陆时间的偏差。Eun 等^[6]于 2010 年为该类确定性航班调度优化问题开发启发式算法,其思想是基于拉格朗日松弛技术快速求解松弛问题,然后辅助分支定界算法求解精确解。Harikiopoulo 等^[7]于 2011 年在机场航班优化问题中进一步设置时间窗,从机场管理者角度出发,考虑最小化跑道的使用时间,提出有效求解策略。Sólveling^[8]于 2012 年对以往文献,尤其是确定性问题,进行了详细的评述。目前,关于带维护的机场跑道调度研究甚少,仅有王璐等^[9]研究了带有维护时最小化延迟航班个数的航班在跑道上的问题。

本文主要考虑单跑道调度问题,因为这是我国中小型机场的主要跑道结构。结合该跑道在雨雪天气的周期性维护特性(除雪、除冰等),将最小化航班总延误(total tardiness)作为第一个优化目标,同时将最小化跑道使用时间(makespan)作为优化的第二个目标。利用运筹学技术,建立整数规划模型。最小化航班总延误可以帮助航空公司节省燃油费用,而最小化跑道占用时间是从机场角度考虑跑道资源使用效率最大化。对于该双目标优化问题,开发 epsilon 约束法,该算法可以求解帕累托(Pareto)最优解集。本文旨在为解决机场运营管理问题提供重要的参考方案。

2 问题描述和模型构建

2.1 问题描述

文中所研究的优化调度问题为确定性问题,即给定的问题输入信息都是确定的,而非随机的。该问题中,在调度开始阶段,给定 n 个到达机场上空的飞机或航空器,它们都请求在目标机场降落服务。目标机场为我国北方的中小型机场,该机场仅有一条跑道供降落。机场管理者需要决定这些航班的降落顺序。由于雨雪天气跑道会积雪结冰,会对飞机降落带来安全隐患,因此根据民航对跑道摩擦力的规定,需要定期除雪除冰。即,该跑道需要周期性维护,每次维护的时间已知。在跑道维护期间,飞机不允许使用跑道,否则会发生飞机打滑,或碰撞喷洒除冰盐的特种车辆,而造成人员伤亡。为了提高服务质量或降低航空公司的等待费用(即用于空中等待的巡航燃油费用),本研究以最小化飞机总延误(total tardiness)为第一个目标。同时,为了提高机场跑道的使用效率,文中以最小化该跑道使用时间(makespan)作为第二个目标进行优化。已知 n 架航班到达机场进近区域等待着陆,每架飞机 i 都有一个在跑道上的服务时间 p_i (该参数根据跑道的长短以及飞机的进近速度会有所不同)和期望的降落时间 d_i (该时间为预先给定的数值,因各航空公司的航班不同而有所不同)。假设目标机场的单一跑道在连续服务完一个固定的时间长度后(在该时间段跑道连续可用),需要安排除雪除冰活动即完成一个固定时长的维护工作。机场规定周期性地对跑道进行除雪除冰维护。在调度开始时刻,跑道刚刚维护过,即处于连续可用时间段的开始时刻。由于对于我国北方中小型机场而言,航班机型变化不大,因此假设相邻飞机间在跑道降落的尾流间隔可以平摊地计入两台航空器在跑道的服

务时间中。例如,统一采用允许的最大间隔时间,这样需要在飞机的处理时间上加上这样一个最大间隔段。目的是简化求解过程。

2.2 混合整数线性规划模型

为了严谨刻画该问题,利用运筹学中的整数规划技术建立数学模型。

问题参数设置如下:

i, j : 飞机(航空器)的脚标;

k : 目标机场单跑道上允许使用的时间间隔脚标;

N : 飞机的集合,表示 $N = \{1, 2, \dots, n\}$;

p_i : 飞机 i 在目标跑道上的服务处理时长;

d_i : 飞机 i 期望在目标跑道上的着陆时刻;

a^k : 目标跑道上第 k 个可服务时间间隔开始时间点;

b^k : 目标跑道上第 k 个可服务时间间隔结束时间点;

M : 非常大常数。

决策变量设置如下:

x_{ij} : $x_{ij} = 1$ 表示在目标跑道上飞机 i 在飞机 j 之前服务, $x_{ij} = 0$ 表示其他情况;

y_i^k : $y_i^k = 1$ 表示在目标跑道上飞机 i 安排在跑道的第 k 个可服务时间间隔, $y_i^k = 0$ 表示其他情况;

S_i : 在目标跑道上航空器 i 的服务开始时刻;

C_i : 在目标跑道上航空器 i 的服务完成时刻;

T_i : 在目标跑道上航空器 i 的延误量;

C_{\max} : 目标跑道的使用时间。

依据以上定义的参数和变量,模型构建如下:

$$\min f_1 = \sum_{i=1}^n T_i \quad (1)$$

$$\min f_2 = C_{\max} \quad (2)$$

$$\text{s. t. } C_i \leq C_{\max}, 1 \leq i \leq n \quad (3)$$

$$C_i - d_i \leq T_i, 1 \leq i \leq n \quad (4)$$

$$C_i = S_i + p_i, 1 \leq i \leq n \quad (5)$$

$$x_{ii} + x_{ji} = 1, 1 \leq i \neq j \leq n \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^n y_i^k = 1, 1 \leq i \leq n \quad (7)$$

$$C_i \leq S_j + (1 - x_{ij})M, 1 \leq i \neq j \leq n \quad (8)$$

$$a^k - (1 - y_i^k)M \leq S_i, 1 \leq i \leq n; 1 \leq k \leq n \quad (9)$$

$$C_i \leq b^k + (1 - y_i^k)M, 1 \leq i \leq n; 1 \leq k \leq n \quad (10)$$

$$x_{ij}, y_i^k \in \{0, 1\}, 1 \leq i \neq j \leq n; 1 \leq k \leq n \quad (11)$$

$$T_i, S_i, C_i, C_{\max} \in Z^+, 1 \leq i \leq n \quad (12)$$

目标函数(1)表示最小化飞机总延误;目标函数(2)表示最小化跑道的使用时长;约束(3)表示跑道使用时间必须在所有航班降落以后;约束(4)表达了延误量 T 的定义,即超过预期着陆时间的时间量;约束(5)表达飞机在目标跑道服务完成时间;约束(6)表示由于目标跑道的单一服务能力,飞机在该跑道上必分先后;约束(7)表示任意一架飞机都要安排在目标跑道可服务时段服务;约束(8)表达目标跑道上两台航空器的时间逻辑关系;约束(9)表示任意一台航空器,其在跑道上的服务开始时间要在所分配的可用时间段开始之后;约束(10)表示任意一台航空器,其在跑道上的服务结束时间要在所分配的可用时间段结束之前;约束(11)和约束(12)给出了所有变量的取值范围。

3 Epsilon 约束算法设计

为了精确求解该双目标优化问题,即获得最优 Pareto 前

沿,开发并使用 Epsilon 约束算法进行双目标优化。Epsilon 约束算法是求解多目标优化最为常用的精确算法。它对求解双目标优化问题尤为有效。为了说明该精确求解双目标所使用的 epsilon 约束算法,需要介绍 Pareto 占优的概念。对于最小化双目标函数而言,Pareto 占优关系(\leq_2)可以定义为:如果一个可行解 X 占优于另一个可行解 Y (其中 X, Y 为向量),那么一定有 $f_1(X) \leq f_1(Y)$ 和 $f_2(X) \leq f_2(Y)$,并且要求至少一个不等式取为严格小于号。

有了 Pareto 占优概念,在目标函数可行解空间里所有的未被占优的点构成了 Pareto 前沿(Pareto Front)。在该前沿上,任意两个点间不存在占优关系。换句话说,它们是“同样好”的解。这个前沿或解集包含了一系列不同的点(每个点为一个二元组),这些点用于决策者进行双目标函数值间的权衡。

Epsilon 约束法的思想是:通过转化一个目标为约束,构建并求解一系列 epsilon 约束问题。这一系列 epsilon 约束问题间是通过逐步减少的 epsilon 值联系起来的(请参看 Berube 等^[10])。为了描述 epsilon 约束法,还需要定义以下 3 点。

1) Ideal point: 设置 $f^I = (f_1^I, f_2^I)$, 其中 $f_1^I = \min\{f_1(X)\}$ 和 $f_2^I = \min\{f_2(X)\}$ 。

2) Nadir point: 设置 $f^N = (f_1^N, f_2^N)$, 其中 $f_1^N = \min\{f_1(X); f_2(X) = f_2^I\}$ 和 $f_2^N = \min\{f_2(X); f_1(X) = f_1^I\}$ 。

3) Extreme point: 设置 $f^E = \{(f_1^I, f_2^I), (f_1^N, f_2^I)\}$ 为含有两个点的 Pareto 前沿。

由于建立的双目标模型中两个目标都是最小化的并且目标函数值都为整数,epsilon 约束算法可以表达如下。

算法 1 精确 epsilon 约束

- Step1 计算 Ideal points $f^I = (f_1^I, f_2^I)$ 和 Nadir points $f^N = (f_1^N, f_2^N)$ 。
- Step2 设置 $F^I = \{(f_1^I, f_2^I)\}$ 并且令 $\epsilon = f_2^N - \Delta$ (研究中 $\Delta = 1$ 为最小时间单位)。
- Step3 While $\epsilon \geq f_2^I$, do:
 - Step3.1 求解 epsilon 约束问题,其中 epsilon 约束为 $C_{\max} \leq \epsilon$ 且优化的单目标为 $\sum_{i=1}^n T_i$ 。将该单目标优化问题求解至最优,并将最优解 (f_1^*, f_2^*) 添加进集合 F^I , 其中 $f_2^* = C_{\max}$ 。
 - Step3.2 设置 $\epsilon = f_2^* - \Delta$ 。
- Step4 通过从集合 F^I 中移除被占优的点,得到 Pareto 前沿 F 。

4 案例

下面通过求解算例来说明模型的正确性,以及精确求解算法(epsilon 约束算法)的可行性。目标机场包含一条用于飞机着陆的跑道(称之为目标跑道)。下面假设目标跑道每完整地服务完 1 个半小时后,按机场安全规定需要进行 10 分钟的除雪除冰维护活动(例如机场特种车辆喷洒除冰盐等活动)。以 5 分钟为一个最小时间单位。利用 Matlab2014 编写 epsilon 约束算法(调用 CPLEX12.5 求解单 epsilon 问题)在 mac 个人电脑(CPU i7 2.4GHz,内存 8GB)上进行精确求解。

算例的输入信息包含如下内容:同时有 10 架航班在机场上空等待进入机场。航班的信息(即每个航班的处理时间 p 和预期到达时间 d 随机)生成如下:

$$p: [7 \ 12 \ 15 \ 3 \ 2 \ 3 \ 6 \ 7 \ 9]$$

$$d: [42 \ 69 \ 21 \ 88 \ 3 \ 68 \ 42 \ 56 \ 15 \ 20]$$

同时设机场跑道的可用区间开始时间 a 和结束时间 b 生成如下:

$$a: [0 \ 18 \ 36 \ 54 \ 72 \ 90 \ 108 \ 126 \ 144 \ 162],$$

$$b: [16 \ 34 \ 52 \ 70 \ 88 \ 106 \ 124 \ 142 \ 160 \ 178].$$

经过不到 1 分钟的计算,在个人电脑上计算求得最优 Pareto 前沿解集。如图 1 所示,其中横轴表示目标函数 1 的取值,纵轴表示目标函数 2 的取值(最小时间单位均为 5 分钟)。图 1 中所有星号表示最优 Pareto 前沿上的点。

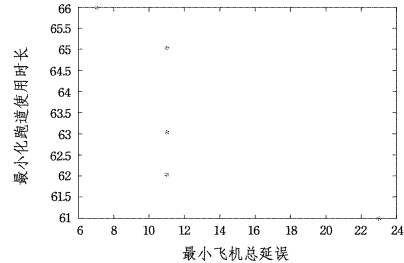


图 1 最优 Pareto 前沿

结束语 本文通过深入研究机场航班调度问题,考虑周期性除雪除冰活动特性,以最小化总延迟量以及最小化机场跑道的占用时长为双目标,建立数学模型并开发 epsilon 约束算法。通过求解算例,说明模型的正确性和算法的有效性。该研究有助于提高跑道容量、辅助机场管理人员决策。

参考文献

- [1] PINOL H, BEASLEY J E. Scatter Search and Bionomic Algorithms for the aircraft landing problem[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 171(2): 439-462.
- [2] BEASLEY J E, SONANDER J, HAVELOCK P. Scheduling aircraft landings at London Heathrow using a population heuristic [J]. Journal of the Operational Research Society, 2001, 52(5): 483-493.
- [3] DEAR R G. The dynamic scheduling of aircraft in the near terminal area[C]//MIT Flight Transportation Laboratory Report R76-9, Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, 1976.
- [4] BALAKRISHNAN H, Chandran B G. Algorithms for Scheduling Runway Operations Under Constrained Position Shifting [J]. Operations Research, 2010, 58(6): 1650-1665.
- [5] BEASLEY J E, KRISHAMOORTHY M, SHARAIHA Y M. Scheduling Aircraft Landings—The Static Case[J]. Transportation Science, 2000, 34(2): 180-197.
- [6] EUN Y, HWANG I, BANG H. Optimal Arrival Flight Sequencing and Scheduling Using Discrete Airborne Delays[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2010, 11(2): 359-373.
- [7] HARIKIOPOULO D, NEOGI N. Polynomial-Time Feasibility Condition for Multiclass Aircraft Sequencing on a Single-Runway Airport[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2011, 12(1): 2-14.
- [8] SOLVELING G. Stochastic programming methods for scheduling of airport runway operations under uncertainty[OL]. <http://core.ac.uk/display/10189987>.
- [9] 王璐, 滕毅, 吴辉. 机场物流管理中考虑跑道维护的航班调度优化研究[J]. 物流工程与管理, 2015(9): 64-65.
- [10] OIS, GENDREAU M, POTVIN J Y. An exact -constraint method for bi-objective combinatorial optimization problems: Application to the Traveling Salesman Problem with Profits[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 194(1): 39-50.