

格值矩阵博弈研究

张霖¹ 徐扬²

(西南交通大学经济管理学院 成都 610031)¹ (西南交通大学数学学院 成都 610031)²

摘要 博弈论被广泛应用于描述和解决复杂的主体行为相互作用的决策问题。目前对于非实数值领域的博弈问题,成果很少,故研究支付值为格值类型的二人零和矩阵博弈。基于该类型博弈的特殊性,定义了纯战略纳什均衡解和准均衡解以及混合战略纳什均衡解和准均衡解,并研究解的性质,给出获得解的方法,得到各种解存在的充分必要条件。最后,给出了实例,验证了该方法处理支付值为格值类型的博弈问题的可行性和有效性。

关键词 矩阵博弈,均衡解,格值支付,不确定性支付

中图分类号 F224 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.09.043

Study on Matrix Games with Lattice-valued Payoffs

ZHANG Lin¹ XU Yang²

(School of Economics and Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)¹

(School of Mathematics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)²

Abstract Game theory has been applied widely to interpret and solve the complex and interrelated decision problems. There are few results on non-real valued domain game. This paper investigated two person zero-sum matrix games with lattice-valued payoffs. New equilibrium solutions, i. e. pure strategy Nash equilibrium solution and quasi equilibrium solution, mixed strategy Nash equilibrium solution and quasi equilibrium solution were defined based on the specificity of this kind of game. The properties of equilibrium solutions were studied. The approaches of obtaining equilibrium solutions were proposed. The sufficient and necessary conditions that strategies are the equilibrium solutions were given. Finally, an example was shown to verify the feasibility and effectiveness of the new method dealing with the two person zero-sum matrix games with lattice-valued payoffs.

Keywords Matrix games, Equilibrium solution, Lattice-valued payoffs, Uncertain payoffs

1 引言

博弈论,是研究决策主体的行为发生直接相互作用时的决策以及这种决策的均衡问题的。一般认为,1944年 Von Neumann 和 Morgenstern^[1]合作的“Theory of Games and Economic Behavior”一书的出版,标志着博弈论成为一门正式的独立理论。自那时起,博弈论得到了较快的发展。到目前为止,博弈理论已经被成功地运用于很多不同的领域,例如比赛、选举、拍卖、研发竞争、企业的寡头行为、人工智能、电子商务、生物学等等。

博弈论可以划分为合作博弈和非合作博弈。二者之间的区别主要是在于参与者的行为相互作用时,当事人是否达成一个具有约束力的协议,如果有,就是合作博弈;反之则是非合作博弈。合作博弈强调的是团体理性,非合作博弈强调的是个人理性、个人最优决策。

传统的博弈理论假定所有参与者关于博弈的信息都是完全的、确定的。这一严格的假定在现实的博弈环境中有时候会得不到满足。在一个真实世界的博弈中,某个参与者可能并不确切地知道对应于某个战略组合的支付值,也可能不确

切地知道自己的偏好或者别的参与人的偏好。传统的博弈理论不能解决这种博弈中存在的确定性的问题,因此,对不确定性博弈的研究成为了目前博弈论研究的热点。模糊性和不可比较性是存在于人类活动中的两种主要的不确定性。

关于支付值存在模糊性的矩阵博弈,目前已经有不少学者进行了研究并获得了相当的成果。1989年, Campos^[2]首先对具有模糊支付的矩阵博弈进行了研究。他将模糊矩阵博弈转化为一对模糊线性规划问题,再通过 Yager^[3]的方式,采用三角模糊数,将原来的一对模糊线性规划问题转化为一对普通的线性规划问题。随后若干学者都研究了处理模糊支付的矩阵博弈的方法。2009年, Larbani^[4]在一篇综述里对现存的方法做了详细的归纳。

同模糊支付类型的矩阵博弈相比,对具有不可比较性支付的矩阵博弈的研究很少。而事实上,在一个现实的博弈中,由于信息的缺失和人自身智能活动的特点,参与者对两个或者若干个战略组合的支付值不能进行比较的情况是客观存在的,甚至很多情况下,博弈的参与者对支付值并不能够用确定的数字或者用隶属函数的方式描述出来,而是更直接的用语言值来进行描述。语言值之间本身就具有一定的不可比较

到稿日期:2013-11-29 返修日期:2013-12-23 本文受国家自然科学基金(61175055),工业和信息化部无线电管理局项目([2011]146)资助。

张霖(1976-)男,博士生,主要研究方向为格值博弈、智能信息处理, E-mail: little2boy2zhang@sohu.com; 徐扬(1956-)男,博士生导师,主要研究方向为智能信息处理、代数逻辑、不确定性推理等。

性。

格结构是描述和处理不可比较性的常用的工具。一些学者对完备格上的固定点的性质做了研究(Blair 和 Roth^[5]; Roth^[6]; Tarski^[7])。2007年,Zimper^[8]指出具有战略替代的格博弈是占优可解的一个充分必要条件。2009年,杨丽和徐扬^[9]提出了基于矩阵蕴涵运算的格值模糊概念格构造方法。2012年,Xu等^[9]研究了基于格-模结构的支付值为格值的矩阵博弈,定义了格-模结构下格值矩阵博弈的纳什均衡解,研究了解的性质和解存在的充分必要条件。

本文研究支付值为格值的二人零和矩阵博弈,针对该类型博弈的特殊性定义了两种新的均衡解,并讨论解的性质和解存在的充分必要条件。

2 格值支付矩阵博弈的纯战略均衡解

用 $S_I \equiv \{1, \dots, m\}$ 表示博弈参与者 I 的纯战略集合, $S_J \equiv \{1, \dots, n\}$ 表示博弈参与者 II 的纯战略集合。当参与者 I 选择一个纯战略 $i \in S_I$, 同时参与者 II 选择一个纯战略 $j \in S_J$ 时, 参与者 I 获得的支付值为 $U_1(i, j) = a_{ij}$, 参与者 II 获得的支付值为 $U_2(i, j) = -a_{ij}$ 。于是一个通常形式的二人零和矩阵

博弈可以用 $m \times n$ 阶支付矩阵: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$ 来表示。

$(L, \vee, \wedge, +, 0, \leq)$ 是一个格序可换群, 如果 $a_{ij} \in (L, \vee, \wedge, +, 0, \leq)$, 我们把这个博弈称为支付值为格值的二人零和矩阵博弈, 并表示为 $G = (S_I, S_J, A)$ 。

定义 1 i_0 和 j_0 是支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 的纯战略纳什均衡解, 如果对任意 i 和 j , $a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0}$ 。 $a_{i_0 j_0}$ 被称为 G 在纯战略纳什均衡解 (i_0, j_0) 下的值。

这一传统的定义有时候不能满足实际情况的需要。

例 1 $S_I \equiv \{1, 2, 3\}$ 是博弈参与者 I 的纯战略集合, $S_J \equiv \{1, 2, 3\}$ 是博弈参与者 II 的纯战略集合。支付矩阵为: $A = \begin{bmatrix} J & B & B \\ C & K & E \\ R & B & J \end{bmatrix}$ 。

$$A = \begin{bmatrix} J & B & B \\ C & K & E \\ R & B & J \end{bmatrix}$$

a_{ij} 属于一个格序可换群, 其结构如图 1 所示。

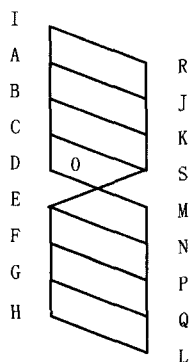


图 1 Hasse 结构图

可以验证, 博弈 $G = (S_I, S_J, A)$ 没有纯战略纳什均衡解。也就是说, 按照传统的定义, 该博弈是没有纯战略纳什均衡的。但是考察战略组合 $(i=1, j=2)$, 当参与者 II 选定战略 $j=2$ 时, 对参与者 I 来说, 没有别的战略比 $i=1$ 更优。而当参与者 I 选定战略 $i=1$ 时, 对参与者 II 来说, 没有别的战略

比 $j=2$ 更优。因此, 战略组合 $(i=1, j=2)$ 是该博弈的一个纯战略均衡解。为了区别这种类型的均衡解与传统的纳什均衡解, 我们将它称为纯战略准均衡解。

定义 2 i_0 和 j_0 是支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 的纯战略准均衡解, 如果对任意 i 和 j , $a_{i_0 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0}$ 且 $a_{i_0 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0}$ 。 $a_{i_0 j_0}$ 被称为 G 在准均衡解 (i_0, j_0) 下的值。符号 “ $\not\leq$ ” 表示 “大于或者等于或者不可比较”。

定理 1 支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有纯战略准均衡解 $(i_0, j_0) \Leftrightarrow$ 对 $a_{i_1 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0}, a_{i_0 j_1} \not\leq a_{i_0 j_0}, \exists a_{i_1 j_0} = a_{i_0 j_1}$, 且 $a_{i_1 j_0} \vee a_{i_0 j_0} = a_{i_0 j_0}$ 。符号 “ $\not\leq$ ” 表示 “小于或者等于或者不可比较”。

证明: $(\Leftarrow) a_{i_1 j_0} \vee a_{i_0 j_0} = a_{i_0 j_0}, a_{i_1 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0} \Rightarrow a_{i_0 j_0} = a_{i_1 j_0} \Rightarrow a_{i_0 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0}$ 。

$$a_{i_0 j_0} = a_{i_1 j_0} = a_{i_0 j_1}, a_{i_0 j_1} \not\leq a_{i_0 j_0} \Rightarrow a_{i_0 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0}$$

$(\Rightarrow) a_{i_0 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0} \Rightarrow a_{i_0 j_0} \in \{a_{i_0 j_1} \mid a_{i_0 j_1} \not\leq a_{i_0 j_0}\}, a_{i_0 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0} \Rightarrow a_{i_0 j_0} \in \{a_{i_1 j_0} \mid a_{i_1 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0}\}$ 。

令 $i_1 = i_0, j_1 = j_0$, 则命题得证。

定理 2 支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有纯战略纳什均衡解 $(i_0, j_0) \Leftrightarrow \exists \bigvee_{i=1}^m a_{i_0 j_0} = \bigwedge_{j=1}^n a_{i_0 j_0}$ 。

证明: $(\Rightarrow) a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0} \Rightarrow a_{i_0 j_0} = \bigvee_{i=1}^m a_{i_0 j_0}$ 以及 $a_{i_0 j_0} = \bigwedge_{j=1}^n a_{i_0 j_0}$ 。

$$(\Leftarrow) a_{i_0 j_0} \leq \bigvee_{i=1}^m a_{i_0 j_0} = \bigwedge_{j=1}^n a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0} \leq \bigvee_{i=1}^m a_{i_0 j_0} = \bigwedge_{j=1}^n a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0}$$

定理 3 支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有纯战略纳什均衡解 $(i_0, j_0) \Rightarrow a_{i_0 j_0} = \bigvee_{i=1}^m \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} = \bigwedge_{j=1}^n \bigvee_{i=1}^m a_{ij} = \bigvee_{i=1}^m \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} = \bigwedge_{j=1}^n \bigvee_{i=1}^m a_{ij}$ 。

证明: $a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0}$

$$\Rightarrow \bigvee_{i=1}^m \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} \leq \bigvee_{i=1}^m a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0} \leq \bigwedge_{j=1}^n a_{i_0 j_0} \leq \bigvee_{i=1}^m \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} \Rightarrow \bigvee_{i=1}^m \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} = a_{i_0 j_0} = \bigvee_{i=1}^m \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} = \bigwedge_{j=1}^n \bigvee_{i=1}^m a_{ij}$$

$$a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0} \leq a_{i_0 j_0}$$

$$\Rightarrow \bigwedge_{j=1}^n \bigvee_{i=1}^m a_{ij} \geq \bigwedge_{j=1}^n a_{i_0 j_0} \geq a_{i_0 j_0} \geq \bigvee_{i=1}^m a_{i_0 j_0} \geq \bigwedge_{j=1}^n \bigvee_{i=1}^m a_{ij} \Rightarrow \bigwedge_{j=1}^n \bigvee_{i=1}^m a_{ij} = a_{i_0 j_0} = \bigvee_{i=1}^m \bigwedge_{j=1}^n a_{ij}$$

定理 4 如果支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有纯战略纳什均衡解 (i_0, j_0) 和 (i_1, j_1) , 则 (i_0, j_1) 和 (i_1, j_0) 也是 G 的纯战略纳什均衡解。

这一结论通过定理 2 和定理 3 易证。

定理 5 如果支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有纯战略准均衡解 (i_0, j_0) 和 (i_1, j_1) , 且 $a_{i_0 j_0} = a_{i_1 j_1} = a_{i_0 j_1}$, 则 (i_0, j_1) 也是 G 的纯战略准均衡解。

证明: $a_{i_0 j_0} \not\leq a_{i_0 j_0} = a_{i_0 j_1} \Rightarrow a_{i_0 j_0} \not\leq a_{i_0 j_1}, a_{i_1 j_1} \not\leq a_{i_0 j_1} = a_{i_0 j_1} \Rightarrow a_{i_1 j_1} \not\leq a_{i_0 j_1}$ 。

3 格值支付矩阵博弈的混合战略均衡解

某些情况下格值支付的矩阵博弈 G 没有纯战略均衡解, 这时我们可以借用传统博弈理论的混合战略解的概念。此时支付值域必须为对乘法含单位元的可换环 $(L, \vee, \wedge, +, \cdot, 0, \theta, \leq)$ 。

定义 3 $\alpha_i (i=1, \dots, m) \in (L, \vee, \wedge, +, \cdot, 0, \theta, \leq)$ 。若 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, m) \geq 0$ 且 $\sum_{i=1}^m \alpha_i = \alpha (\alpha > 0)$, 则 $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) \triangleq$

Δ_m 是支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 中参与者 I 的一个 α 水平混合战略。

定义 4 $\beta_j (j=1, \dots, n) \in (L, V, \wedge, +, \cdot, 0, \theta, \leq)$ 。若 $\beta_j (j=1, 2, \dots, n) \geq 0$ 且 $\sum_{j=1}^n \beta_j = \beta (\beta > 0)$, 则 $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \stackrel{\Delta}{=} \Delta_n$ 是支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 中参与者 II 的一个 β 水平混合战略。

下文用 S_I' 表示参与者 I 的 α 水平混合战略集, 用 S_J' 表示参与者 II 的 β 水平混合战略集。

定义 5 $E(\Delta_m, \Delta_n) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_i \beta_j a_{ij}$ 。 Δ_m^* 和 Δ_n^* 是支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 的混合战略纳什均衡解, 如果对任意 Δ_m 和 Δ_n , $E(\Delta_m, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n)$ 。

$E(\Delta_m^*, \Delta_n^*)$ 被称为 G 在混合战略纳什均衡解 (Δ_m^*, Δ_n^*) 下的值。

定义 6 Δ_m^* 和 Δ_n^* 是支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 的混合战略准均衡解, 如果对任意 Δ_m 和 Δ_n , $E(\Delta_m^*, \Delta_n) \prec E(\Delta_m^*, \Delta_n^*)$ 且 $E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \prec E(\Delta_m, \Delta_n^*)$ 。 $E(\Delta_m^*, \Delta_n^*)$ 被称为 G 在混合战略准均衡解 (Δ_m^*, Δ_n^*) 下的值。

定理 6 支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有混合战略准均衡解 $(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \Leftrightarrow$ 对 $E(\Delta_{m_x}, \Delta_n^*) \prec E(\Delta_m, \Delta_n^*)$, $E(\Delta_m^*, \Delta_{n_y}) \succ E(\Delta_m^*, \Delta_n)$, $\exists E(\Delta_{m_{x1}}, \Delta_n^*) = E(\Delta_m^*, \Delta_{n_{y1}})$ 且 $E(\Delta_{m_{x1}}, \Delta_n^*) \vee E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = E(\Delta_m^*, \Delta_n^*)$ 。

证明: $(\Leftarrow) E(\Delta_{m_{x1}}, \Delta_n^*) \vee E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = E(\Delta_m^*, \Delta_n^*)$, $E(\Delta_{m_{x1}}, \Delta_n^*) \prec E(\Delta_m, \Delta_n^*) \Rightarrow E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = E(\Delta_{m_{x1}}, \Delta_n^*) \Rightarrow E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \prec E(\Delta_m, \Delta_n^*)$ 。

$E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = E(\Delta_{m_{x1}}, \Delta_n^*) = E(\Delta_m^*, \Delta_{n_{y1}})$, $E(\Delta_m^*, \Delta_{n_{y1}}) \succ E(\Delta_m^*, \Delta_n) \Rightarrow E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \succ E(\Delta_m^*, \Delta_n)$ 。

$(\Rightarrow) E(\Delta_m^*, \Delta_n) \prec E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \Rightarrow E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \in \{E(\Delta_m^*, \Delta_{n_y}) | E(\Delta_m^*, \Delta_{n_y}) \succ E(\Delta_m^*, \Delta_n)\}$, $E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \prec E(\Delta_m, \Delta_n^*) \Rightarrow E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \in \{E(\Delta_{m_x}, \Delta_n^*) | E(\Delta_{m_x}, \Delta_n^*) \prec E(\Delta_m, \Delta_n^*)\}$ 。

令 $\Delta_{m_{x1}} = \Delta_m^*$, $\Delta_{n_{y1}} = \Delta_n^*$, 则命题得证。

定理 7 支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有混合战略纳什均衡解 $(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \Leftrightarrow \exists \bigvee_{\Delta_m \in S_I'} E(\Delta_m, \Delta_n^*) = \bigwedge_{\Delta_n \in S_J'} E(\Delta_m^*, \Delta_n)$ 。

下文将 $\bigvee_{\Delta_m \in S_I'}$ 记为 \bigvee_{Δ_m} , 将 $\bigwedge_{\Delta_n \in S_J'}$ 记为 \bigwedge_{Δ_n} 。

证明: $(\Rightarrow) E(\Delta_m, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n) \Rightarrow \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n^*) = E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m^*, \Delta_n)$ 。

$(\Leftarrow) E(\Delta_m, \Delta_n^*) \leq \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n^*) = \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m^*, \Delta_n) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \leq \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n^*) = \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m^*, \Delta_n) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n)$ 。

定理 8 支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有混合战略纳什均衡解 $(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \Rightarrow E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = \bigvee_{\Delta_m} \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m, \Delta_n) = \bigwedge_{\Delta_n} \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n) = \bigvee_{\Delta_m} \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m, \Delta_n) = \bigwedge_{\Delta_n} \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n)$ 。

证明: $E(\Delta_m, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n) \Rightarrow \bigvee_{\Delta_m} \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m, \Delta_n) \leq \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \leq \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m^*, \Delta_n) \leq \bigvee_{\Delta_m} \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m, \Delta_n) \Rightarrow E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = \bigvee_{\Delta_m} \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m, \Delta_n) = \bigwedge_{\Delta_n} \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n) = \bigvee_{\Delta_m} \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m, \Delta_n) = \bigwedge_{\Delta_n} \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n)$ 。

$E(\Delta_m, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \leq E(\Delta_m^*, \Delta_n) \Rightarrow \bigwedge_{\Delta_n} \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n)$

$\geq \bigwedge_{\Delta_n} E(\Delta_m^*, \Delta_n) \geq E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) \geq \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n^*) \geq \bigwedge_{\Delta_n} \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n^*) \Rightarrow E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = \bigwedge_{\Delta_n} \bigvee_{\Delta_m} E(\Delta_m, \Delta_n)$ 。

定理 9 如果支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有混合战略纳什均衡解 (Δ_m^*, Δ_n^*) 和 (Δ_m^o, Δ_n^o) , 则 (Δ_m^o, Δ_n^o) 和 (Δ_m^*, Δ_n^o) 也是 G 的混合战略纳什均衡解。

这一结论通过定理 7 和定理 8 易证。

定理 10 如果支付值为格值的二人零和矩阵博弈 G 有混合战略准均衡解 (Δ_m^*, Δ_n^*) 和 (Δ_m^o, Δ_n^o) , 且 $E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = E(\Delta_m^o, \Delta_n^o) = E(\Delta_m^o, \Delta_n^*)$, 则 (Δ_m^o, Δ_n^*) 也是 G 的混合战略准均衡解。

证明: $E(\Delta_m^o, \Delta_n) \prec E(\Delta_m^o, \Delta_n^o) = E(\Delta_m^o, \Delta_n^*) \Rightarrow E(\Delta_m^o, \Delta_n) \prec E(\Delta_m^o, \Delta_n^*)$ 。

$E(\Delta_m, \Delta_n^*) \succ E(\Delta_m^*, \Delta_n^*) = E(\Delta_m^o, \Delta_n^*) \Rightarrow E(\Delta_m, \Delta_n^*) \succ E(\Delta_m^o, \Delta_n^*)$ 。

4 实例

矩阵博弈已经被广泛应用于人类社会生活的各种领域。通常的矩阵博弈理论都假定支付值是确定的, 可以用实数值来描述。但是在现实生活中, 由于相关信息不完整, 往往会碰到支付值是不精确、不能确定地用实数值来描述的情况。考虑一个投资者在金融市场的投资情况。假定该投资者和市场是理性的, 该投资者与市场之间的博弈可以认为是二人零和博弈。投资者和市场都有 3 个战略可供选择。投资者的投资回报率显然很难用确定的数字来表示, 他只能根据自己 and 市场的相应战略选择确定一个投资回报率区间。假定他已经确定了各种策略下的投资回报率区间, 则该博弈可用支付矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} J & B & B \\ C & K & D \\ R & B & J \end{bmatrix} \text{ 表示。}$$

a_{ij} 属于一个格序可换群, 其结构如图 1 所示。其中 $J = [0.4, 0.7]$, $R = [0.5, 0.7]$, $B = [0.38, 0.8]$, $C = [0.36, 0.8]$, $K = [0.38, 0.7]$, $D = [0.35, 0.8]$ 。这里 $[0.4, 0.7]$ 表示投资回报率在 40% 和 70% 之间, 其余同理。显然, 该博弈是一个支付值为格值的二人零和博弈。这里用前述的方法来求解此博弈。

$\bigvee_{i=1}^3 \bigwedge_{j=1}^3 a_{ij} = K = [0.38, 0.7]$, $\bigwedge_{j=1}^3 \bigvee_{i=1}^3 a_{ij} = B = [0.38, 0.8]$, $\bigvee_{i=1}^3 \bigwedge_{j=1}^3 a_{ij} \neq \bigwedge_{j=1}^3 \bigvee_{i=1}^3 a_{ij}$, 根据定理 3, 该博弈没有纯战略纳什均衡解。

$a_{12} = B, a_{22} = K, a_{32} = B$, 显然, $a_{12} \prec a_{12}; a_{11} = J, a_{12} = B, a_{13} = B$, 显然, $a_{12} \succ a_{1j}$, 根据定理 1, $(i=1, j=2)$ 是该博弈的纯战略准均衡解, 该均衡解下博弈值为 $a_{12} = B$ 。同理, $(i=1, j=3)$ 是该博弈的纯战略准均衡解, 该均衡解下博弈值为 $a_{13} = B$ 。 $(i=3, j=2)$ 是该博弈的纯战略准均衡解, 该均衡解下博弈值为 $a_{32} = B$ 。 $(i=3, j=3)$ 是该博弈的纯战略准均衡解。该均衡解下博弈值为 $a_{33} = J$ 。

在支付值为格值的二人零和矩阵博弈没有纯战略解的情况下, 还可利用本文第 3 节的方法来求得混合战略均衡解。

结束语 博弈理论被越来越广泛地应用于社会生活的各个领域, 由于其应用的广泛性和有效性, 从诞生以来就一直

(下转第 242 页)

分类。实验结果表明,本文提出的在线特征提取算法能准确地对训练实例进行分类,因此能更好地适用于大数据环境下的数据挖掘应用。

参考文献

- [1] Sivaram G, Hermansky H. Sparse multilayer perceptron for phoneme recognition[J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2012, 20(1): 23-29
- [2] Ahmad M Y, Mohamed A, Yusof M, et al. Colorectal cancer image classification using image pre-processing and multilayer Perceptron[C]//2012 International Conference on Computer & Information Science (ICIS). IEEE, 2012, 1: 275-280
- [3] Filipovych R, Resnick S M, Davatzikos C. JointMMCC: Joint Maximum-Margin Classification and Clustering of Imaging Data [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2012, 31(5): 1124-1140
- [4] Singh A, Ahuja N, Moulin P. Online learning with kernels: Overcoming the growing sum problem[C]//2012 IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP). IEEE, 2012: 1-6
- [5] Ralaivola L. Confusion-Based Online Learning and a Passive-Aggressive Scheme[C]//Advances in Neural Information Processing Systems 25. 2012: 3293-3301
- [6] Zhao P, Hoi S C, Jin R. Double updating online learning [J]. Journal of Machine Learning Research, 2011(12): 1587-1615
- [7] Wang J, Zhao P, Hoi S C. Exact soft confidence-weighted learning[C]//ICML. 2012
- [8] Crammer K, Dredze M, Pereira F. Confidence-weighted linear classification for text categorization[J]. The Journal of Machine Learning Research, 2012, 98888: 1891-1926
- [9] Wang J, Zhao P, Hoi S C H. Exact soft confidence-weighted learning[C]//Proceedings of the 29th International Conference on Machine Learning(ICML-12). 2012: 121-128
- [10] 王维,张鹏涛,谭营,等.一种基于人工免疫和代码相关性的计算机病毒特征提取方法[J].计算机学报,2011,34(2):204-215
- [11] Ditzler G, Rosen G, Polikar R. Information theoretic feature selection for high dimensional metagenomic data[C]//2012 IEEE International Workshop on Genomic Signal Processing and Statistics, (GENSIPS). IEEE, 2012: 143-146
- [12] 王蕊,冯登国,杨轶,等.基于语义的恶意代码行为特征提取及检测方法[J].软件学报,2012,23(2):378-393
- [13] Wu Y C, Yang J C. A Weighted Cluster-based Chinese Text Categorization Approach: Incorporating with Word Clusters[C]//2012 IIAI International Conference on Advanced Applied Informatics (IIAIAI). IEEE, 2012: 279-282
- [14] Wang G, Song Q, Sun H, et al. A Feature Subset Selection Algorithm Automatic Recommendation Method[J]. J. Artif. Intell. Res. (JAIR), 2013, 47: 1-34
- [15] Snelson E, Ghahramani Z. Variable noise and dimensionality reduction for sparse Gaussian processes[C]//Proceedings of the Twenty-Second Conference Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. 2006: 461-468
- [16] Chandrasekaran V, Jordan M I. Computational and statistical tradeoffs via convex relaxation[C]//Proceedings of the National Academy of Sciences. 2013
- [17] 业巧林,赵春霞,陈小波.基于正则化技术的对支持向量机特征选择算法[J].计算机研究与发展,2011,48(6):1029-1037
- [18] Bibicu D, Moraru L, Biswas A. Thyroid nodule recognition based on feature selection and pixel classification methods[J]. Journal of Digital Imaging, 2013, 26(1): 119-128
- [19] Yu K, Ding W, Simovici D A, et al. Mining emerging patterns by streaming feature selection[C]//Proceedings of the 18th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. ACM, 2012: 60-68
- [20] Langford J, Li L, Zhang T. Sparse online learning via truncated gradient[J]. The Journal of Machine Learning Research, 2009 (10): 777-801
- [21] Combettes P L, Vũ B C. Variable metric forward-backward splitting with applications to monotone inclusions in duality[J]. Optimization, 2014, 63(9): 1289-1318
- [22] Binev P, Dahmen W, DeVore R, et al. Compressed sensing and electron microscopy[M]//Modeling Nanoscale Imaging in Electron Microscopy. Springer US, 2012: 73-126
- [23] Donoho, Leigh D. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306
- [24] 林颖. 闭合序列模式的一种增量挖掘算法[J]. 重庆理工大学学报:自然科学版, 2011, 25(6): 95-100

(上接第 231 页)

研究的热点。传统的博弈理论假定所有参与人关于博弈的信息都是完全的、精确的。然而,这一严格的假定在真实的博弈环境中有的时候会得不到满足。在一个现实的博弈中,由于信息的不完整和知识的缺乏,某个参与人可能并不确切地知道对应于某个战略组合的支付值。传统的博弈理论不能解决这种博弈中存在的不确定性的问题。本文对支付值为格值的二人零和矩阵博弈进行研究。基于该类型博弈的特殊性,定义了新的均衡解,研究了均衡解的性质,给出了获得均衡解的方法,获得了均衡解存在的充分必要条件,为解决支付值存在着不可比较性的矩阵博弈提供了一种新的方法。

参考文献

- [1] Von N J, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior[M]. Princeton: Princeton University Press, 1944
- [2] Campos L, Gonzalez A. Fuzzy matrix games considering the criteria of the players[J]. Kybernetes, 1999, 20: 275-289
- [3] Yager R R. A Procedure for ordering fuzzy numbers in the unit interval[J]. Information Sciences, 1981, 24: 143-161
- [4] Larbani M. Non cooperative fuzzy games in normal form: A survey[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160: 3184-3210
- [5] Blair C, Roth A E. An extension and simple proof of a constrained lattice fixed point theorem [J]. Algebra Universalis, 1979, 9: 131-132
- [6] Roth A E. A lattice fixed-point theorem with constraints [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1975, 81: 136-138
- [7] Tarski A. A lattice-theoretical fix-point theorem and its applications[J]. Pacific Journal of Mathematics, 1955(5): 285-309
- [8] Zimper A. A fixed point characterization of the dominance-solvability of lattice games with strategic substitutes[J]. International Journal of Game Theory, 2007, 36: 107-117
- [9] 杨丽,徐扬.基于矩阵蕴涵运算的格值模糊概念格构造方法[J].计算机科学,2009,36:264-267
- [10] Xu Y, Liu J, Zhong X M, et al. Lattice-valued matrix game with mixed strategies for intelligent decision support[J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 32: 56-64