描述逻辑 εL 循环术语集的保守扩充

王勇红[1] 申宇铭[2] 聂登国[3] 王 驹[4]
(江西师范高等专科学校数学与信息技术学院 鹰潭 335000)[1]
(广东外语外贸大学思科信息学院 广州 510420)[2] (贵州工程应用技术学院理学院 毕节 551700)[3]
(桂林电子科技大学广西可信软件重点实验室 桂林 541004)[4]

摘 要 在计算机科学中,本体是动态的实体。为了适应新领域的发展,需要对原始本体增加新的公理或者与另一个本体融合。在本体的开发过程中,用户根据不同的需求和应用领域选择合适的本体导入另一个本体,从而实现对已建本体的扩充。判定扩充后的本体是否是扩充前本体的保守扩充是非常重要的。如果扩充后的本体不是扩充前本体的保守扩充,那么用户使用扩充后的本体将产生不可预知的影响。Lutz 等研究了描述逻辑 εL 的保守扩充问题,并且论证了 εL 的保守扩充是指数时间完全的。在 Lutz 等人的研究基础上研究了描述逻辑循环术语集的保守扩充问题。首先,给出了循环术语集在最大不动点语义下的保守扩充的充分条件是两个 TBox 具有相同的原始概念,并论证了该算法是多项式时间复杂的。其次,给出最大不动点模型来处理循环术语集的保守扩充,并论证了该算法是指数时间复杂的。

关键词 本体,描述逻辑,循环术语集,保守扩充

中图法分类号 TP181 **文献标识码** A

Conservative Extension in Description Logic εL with Cyclic Terminologies

WANG Yong-hong[1] SHEN Yu-ming[2] NIE Deng-guo[3] WANG Ju[4]
(School of Mathematics and Information Technology,Jiangxi Teachers College,Yingtan 335000,China)[1]
(Cisco School of Informatics,Guangdong University of Foreign Studies,Guangzhou 510420,China)[2]
(Department of Science,Guizhou University of Engineering Science,Bijie 551700,China)[3]
(Guangxi Key Laboratory of Trusted Software,Guilin University of Electronic Technology,Guilin 541004,China)[4]

Abstract In computer science,ontologies are dynamic entities. To make them adapt to new and evolving applications,it is necessary to constantly perform modifications such as the extension with new axioms and merging with other ontologies. Based on the different requires and application domains,users choose the appropriate ontology to import another ontology and implement the extension of the existing ontology in many application domains of developing ontologies. We argued that it is very significant to know that the resulting ontology remains a conservative extension of the original one after performing such modifications. If this is not the case,there may be unexpected consequences when using the modified ontology in the place of the the existing one in applications. Lutz et al. studied the conservative extension problem of description logic and proved that conservative extension remaines ExpTime-completeness. The conservative extension in the description logic with cyclic terminolgies was analyzed based on Lutz's work. On the one hand,the sufficient condition of conservative extensions with respect to greatest fixpoint semantics in the description logic with cyclic terminologies has the same primitive concepts,and its complexity is proved to be polynomial. On the other hand,conservative extension ofterminological cycles with respect to the greatest fixpoint semantics is prestented and its complexity is proved to be exponential.

Keywords Ontologies,Description logic,Cyclic terminologies,Conservative extension

1 引言

描述逻辑是一族知识表示的语言,其以结构化、形式化的方法来表示特定应用领域的知识。作为一类用于知识表示的形式化工具,描述逻辑在信息系统、软件工程以及自然语言处理等领域得到了广泛的应用[1]。特别是在第三代 Web——语义网中,描述逻辑更是扮演着关键角色,成为 W3C 推荐 Web 本体语言 OWL 的逻辑基础[2]。描述逻辑是语义网络及

本文受江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ151348),国家自然科学基金项目(61103169,61463044),广西可信软件重点实验室研究课题(kx201330)资助。

王勇红(1986-),男,硕士,讲师,主要研究方向为代数、描述逻辑,E-mail:wangyonghong2006@126.com;**申宇铭**(1976-),男,博士,教授,主要研究方向为模态逻辑和描述逻辑;**聂登国**(1985-),男,硕士,讲师,主要研究方向为数理逻辑、描述逻辑;**王 驹**(1950-),男,博士,教授,主要研究方向为人工智能。

本体构建领域高层设计的通用语言和体系框架；本体保守扩充的判定理论和算法是本体的保守扩充、本体的模块化、本体模块抽取、本体重用和重建、本体整合和融合的核心指导思想和关键技术。

在计算机科学中，本体是动态实体。为了使本体能够适应新的及不断变化的领域，需要对已建本体进行修改，但是修改后的本体与修改前的本体的逻辑推理一致性是构建者必须关注的问题。保守扩充是数理逻辑和哲学中的一个重要概念。保守扩充[3]在本体环境下的应用包含两个方面：1）在本体的构建和本体集成中，用户需要对已构建的本体添加新的公理或新的概念，或将多个已构建的本体进行合并，但是扩充后的本体可能会改变原始本体的已有概念的解释，从而使得扩充后的本体与扩充前的本体逻辑推理产生不一致。即在本体扩充过程中扩充后的本体与扩充前的本体的推理一致性问题，正好对应于判断扩充后的本体是否是扩充前本体的保守扩充问题。2）在本体开发过程中主要采用已建的本体，通过精炼、扩充现有的本体来避免很多不必要的开发工作。重用整个已建的本体是不合实际的，原因在于大多数已建的本体的规模和复杂度都很高，而且在很多情形下用户只希望运用本体的一部分而不是全部。因此，在给定的本体中进行模块抽取是解决本体重用问题的一种有效的方法，并已成为目前本体研究领域的一个比较活跃的方向。

在描述逻辑中，将本体看作一个逻辑理论，本体被形式化为描述逻辑的术语集。给定已构建本体，如果用户需要添加新的公理或新的概念形成的术语集，对已构建本体扩充后得到本体，那么这些新添加的概念或公理有可能会改变已构建本体的某些已有概念，从而使扩充后的本体与扩充前的本体产生逻辑推理不一致。如果用户事先未意识到这些变化，本体推理机能够提醒用户。

Antoniou G 等[3]率先研究了本体保守扩充过程中所产生的问题，将保守扩充的概念引入到本体工程领域，建立了本体保守扩充定义。Ghilardi S 和 Lutz C 等[4-5]提出了保守扩充和模块化等一系列核心概念，用于刻画本体构造中的一系列关键问题。他们给出的一个主要结果是建立了判定框架中的本体保守扩充，并证明了复杂度是 $O(2^n)$时间。Lutz C 和 Wolter F[6-7]给出关于轻量级的描述逻辑系统的保守扩充判定算法，并证明了其复杂度是指数时间的。他们采用了形式构建模型的方法，是 Tableau 算法的推广。Konev B 等[8]和 Kontchakov R[9]扩展了本体的保守扩充定义，提出了本体的不可区分定义，分别在轻量级描述逻辑 DL-Lite 和 εL 的基础上建立了计算两个本体在逻辑推论上的差别的算法，并在大量本体测试中取得了较好的效果。聂登国和申宇铭[10-11]等解决了 FL_0 和 $\varepsilon \cup L$ 等轻量级系统的保守扩充判定问题，同时深入讨论了这些系统保守扩充算法的复杂性。王驹等[12]提出了一种面向轻量级的描述逻辑 DL-Lite 统一的二阶线性推理机制，证明了该推理机制的完备性，并且设计和实现了关于保守扩充判定的图推理机制，使其复杂性是多项式的。

鉴于 Lutz 等的工作是在处理一般术语集下 εL 的保守扩充，而未处理循环术语集下的保守扩充，本文研究了 εL 循环术语集在最大不动点语义下的保守扩充。贡献如下：

1）给出了描述逻辑 εL 循环术语集在最大不动点语义下的保守扩充的充分条件是两个具有相同的原始概念，且该算法是多项式时间复杂的；

2）给出了在典范模型的基础上扩展最大不动点的语义解释来处理 εL 循环术语集的保守扩充问题，且其算法是指数时间复杂的。

2　预备知识

2.1　描述逻辑 εL

描述逻辑 εL 的基本符号包括：1）由概念名组成的可数集合 N_c；2）由角色名组成的可数集合 N_R；3）由个体名组成的可数集合 N_I。从这些基本符号出发可以构造出 εL 的概念。

定义 1　εL 中的概念由如下产生式生成：

$C,D::=\top|A|C\sqcap D|\exists r.C$

其中，$A\in N_c$，$r\in N_R$，C 和 D 表示 εL 的两个概念。

描述逻辑 εL 的一个 Tbox T 是有穷条形如 $C\sqsubseteq D$ 的概念包含式的集合。$C\equiv D$ 可以表示为相应的两个概念包含式 $C\sqsubseteq D$，$D\sqsubseteq C$。下面给出描述逻辑语义的定义。

定义 2　εL 的一个解释 I 是一个二元组（Δ^I，$\cdot^I$），其中非空集合 Δ^I 表示论域，$\cdot^I$ 是一个解释函数，使得：

1）$\top^I\subseteq\Delta^I$；

2）$(C\sqcap D)^I=C^I\cap D^I$；

3）$(\exists r.C)^I=\{a\in\Delta^I\mid\exists b(a,b)\in r^I\wedge b\in C^I\}$。

若一个解释 I 满足一个概念包含式 $C\sqsubseteq D$，则有 $C^I\sqsubseteq D^I$，记作 $I\vDash C\sqsubseteq D$；若对任意 $C\sqsubseteq D\in T$，都有 $I\vDash C\sqsubseteq D$，则一个解释 I 是 T 的模型，记作 $I\vDash T$。若对所有满足 I 的模型都有 $C^I\sqsubseteq D^I$，则称术语集 T 中的概念 C 包含于 D，记作 $T\vDash C\sqsubseteq D$。

2.2　εL 循环术语集 TBox

描述逻辑的术语集主要包括两种类型[1]：概念定义式 TBox 和一般概念包含 Tbox，其中概念定义式 TBox 又可分为循环定义式 TBox 和非循环定义式 Tbox。

概念定义式 TBox 是有穷条形如 $A\equiv D$ 的公理集合，其中 A 为原子概念，D 为任一个概念，出现在左边的原子概念称为被定义概念，记作 N_{def}；其余的原子概念称为原始概念，记作 N_{prim}，即原子概念为 $N_{def}\cup N_{prim}$。令 Tbox $T=\{A_i\equiv D_i\mid 1\leqslant i\leqslant k\}$，不失一般性，记 $C_1\equiv A_1$；若 D_1 中有被定义概念出现，则任选一个被定义概念：如 A_{i2}，记 $C_2=A_{i2}$，再考虑 D_{i2}，以此类推，选择被定义概念 C_3，称由此得到的序列 C_1，C_2，…为一个路径。若 T 中存在一个无穷的路径，则称 T 是循环的；反之为非循环的。

令 T 是 εL 的一个 TBox 概念定义式，若一个解释仅仅解释 TBox 中的原始概念 $P\in N_{prim}$ 和角色 $r\in N_R$，而不解释被定义概念 N_{def}，则称该解释为基解释，记作 J。

若 TBox 中不出现循环，则对基解释 J 有唯一的扩展，并且该扩展解释就是 TBox 的模型；但是，如果在 TBox 中出现循环，那么关于基解释的扩展就不唯一。基解释 J 扩展组成的集合为：$Ext(J)$：$\{I\mid I$ 为基于 J 的解释$\}$。但是，基于基解释下的扩展解释可能有 TBox 的模型，也有可能无 TBox 的模型。因此，在 $Ext(J)$上建立偏序并引入不动点，定义偏序关系$\leqslant$：$I_1\leqslant_J I_2$，当且仅当 $A^{I_1}\subseteq A^{I_2}$，对所有 $A\in N_{def}$；另外，将 T 当作 TBox 中被定义概念到概念描述间的映射，即对 TBox 中的任意 $A\in N_{def}$都有一概念 $T(A)$与其对应，定义为：对 TBox 中的任意 $A\in N_{def}$有 $A^{T_J(A)}=(T(A))^I$。

根据不动点定义可知，I 是 T_J 的不动点当且仅当 $T_J(I)=I$，当且仅当对任意 $A\in N_{def}$ 有 $A^{T_J(A)}=(A)^I$，又由于 $A^{T_J(A)}=(T(A))^I$，因此有 $(A)^I=(T(A))^I$，即如果 I 是 T_J 的不动点，那么 I 是 TBox 的模型。若要寻找 TBox 的模型，只需找出在基解释的所有扩展解释上映射的不动点即可，原因在于基于 $Ext(J)$ 上的序对 $\langle Ext(J),\leqslant\rangle$ 是完备格。根据 Tarski 不动点定理[13]可得，如果存在单调函数，那么函数 T_J 存在不动点，即若所定义的 T_J 单调，TBox 就存在模型。最大、最小不动点模型定义如下。

定义 3 给定 Tbox T，若存在一个基解释 J，使得 $I\in Ext(J)$，并且 I 是函数 T_J 的最大(最小)不动点，则称 I 是 T 的最大(最小)不动点模型。

由于 T 的模型可能有多个，最大不动点语义接受最大不动点模型作为 T 的模型，最小不动点语义接受最小不动点模型作为 T 的模型，描述语义接受所有的模型作为 T 的模型。

定义 4 令 T 是 εL 的一个 TBox，C 和 D 是 T 中被定义概念，则有：

1)概念 C 包含于概念 D 相对 T 的最大不动点语义，记作 $T\models_{gfp}C\sqsubseteq D$，当且仅当对所有满足 T 的最大不动点模型 I 都有 $C^I\sqsubseteq D^I$；

2)概念 C 包含于概念 D 相对 T 的最小不动语义，记作 $T\models_{lfp}C\sqsubseteq D$，当且仅当对所有满足 T 的最小不动点模型 I 都有 $C^I\sqsubseteq D^I$。

描述语义比最大(小)不动点语义更精细，描述语义是最大(小)不动点语义的超集，描述语义下的包含蕴含最大(小)不动点语义下的包含，即对任意的 εL 概念 C,D，若 $T\models C\sqsubseteq D$，则有 $T\models_{gfp}C\sqsubseteq D$ 和 $T\models_{lfp}C\sqsubseteq D$；反之，不成立。

3 εL 循环术语集的包含推理

定义 5 εL 的 TBox 是正规化形式，当且仅当对任意的概念定义式 $A\equiv D$，$A\in N_{def}$，D 的表达式如下：

$P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists r_1.C_1\sqcap\cdots\sqcap\exists r_t.C_t$

其中，$k,t\geqslant 0$，$P_1,\cdots,P_k\in N_{prim}$，$r_1,\cdots,r_t\in N_R$，$C_1,\cdots,C_t\in N_{def}$。特殊情况：若 $k=0$，$t=0$，则 D 为 $\top$。

文献[14]给定 εL 的 TBox 等价于其正规化形式，并且 TBox 转化为其正规化形式是多项式时间可判定的。接着，假定 εL 的 TBox 概念定义式都为其相应的正规化形式。

定义 6[14] 描述图是一个三元组 $G=(V,E,L)$，其中

1)V 是节点集；

2) $E\subseteq V\times N_R\times V$ 是有向边集，每条边由关系名标记；

3)$L:V\rightarrow 2^{N_{Prim}}$ 是将节点映射到原始概念集的函数。

标准化的 TBox 能够转化为 εL 的语法图 $G_T=(V_{def},E_T,L_T)$：

1)G_T 的节点是 T 中被定义的概念；

2)若 $A\in N_{def}$ 且 $A\equiv P_1\sqcap\cdots\sqcap P_k\sqcap\exists r_1.C_1\sqcap\exists r_t.C_t$，则有 $L_T(A)\equiv P_1,P_2,\cdots,P_k$，且 A 是所有有向边的起源节点 $(A,r_1,C_1),\cdots,(A,r_t,C_t)\in E_T$。

任意基解释了都可以转化为 εL 的语义图 $G_J=(\Delta^J,E_J,L_J)$：

1)G_J 的节点都是 Δ^J 中的元素；

2)$E_J=\{(x,r,y)\mid(x,y)\in r^J\}$；

3)对所有 $x\in\Delta^J$ 都有 $L_J=\{P\in N_{prim}\mid x\in P_J\}$。

描述逻辑 εL TBox 与描述图(语法图、语义图)之间可以相互转化，即 εL 描述图等价于相应的 Tbox。模拟关系[15]是将两个描述图的节点联系在一起的二元关系，图模拟的定义如下。

定义 7[15] 给定两个 εL 的描述图 $G_i=(V_i,E_i,L_i)$，$i=1,2$，二元关系 $Z\subseteq V_1\times V_2$ 是从 G_1 到 G_2 的模拟关系，记作 $Z:G_1\rightharpoonup G_2$，当且仅当：

1)若 $(v_1,v_2)\in Z$，则 $L_1(v_1)\subseteq L_2(v_2)$；

2)若 $(v_1,v_2)\in Z$ 且 $(v_1,r,v_1')\in E_1$，则存在节点 $v_2\in V_2$ 使得 $(v_1',v_2')\in Z$ 及 $(v_2,r,v_2')\in E_2$。

如果将定义中的条件改为：$(v_1,v_2)\in Z$，当且仅当 $L_1(v_1)\subseteq L_2(v_2)$；再要求的条件 2)的逆方向也成立，即可给出互模拟的定义。

定义 8[15] 给定两个 εL 的描述图 $G_i=(V_i,E_i,L_i)$，$i=1,2$，二元关系 $Z:V_1\times V_2$ 是从 G_1 到 G_2 的互模拟关系，记作 $Z:G_1\rightleftharpoons G_2$，当且仅当：

1)若 $(v_1,v_2)\in Z$，则 $L_1(v_1)\subseteq L_2(v_2)$；

2)若 $(v_1,v_2)\in Z$ 且 $(v_1,r,v_1')\in E_1$，则存在节点 $v_2\in V_2$ 使得 $(v_1',v_2')\in Z$ 及 $(v_2,r,v_2')\in E_2$；

3)若 $(v_1,v_2)\in Z$ 且 $(v_2,r,v_2')\in E_2$，则存在节点 $v_1\in V_1$ 使得 $(v_1',v_2')\in Z$ 及 $(v_1,r,v_1')\in E_1$。

引理 1[14] J 是基解释，基于基解释的扩展解释 I 是 T 的最大不动点模型，对任意 $A\in N_{def}$，$x\in\Delta^J$ 有 $x\in A^J$，当且仅当存在一个模拟 $Z:G_T\rightharpoonup G_J$ 使得 $(A,x)\in Z$。

引理 2[14] T 是 εL 的一个循环 Tbox，A 和 B 是 T 中被定义的概念，$T\models A\sqsubseteq B$ 当且仅当存在一个模拟 $Z:G_T\rightharpoonup G_T$，使得 $(B,A)\in Z$。

更进一步可得如下推理，如果 G_T 和 G_T 之间存在互模拟关系 Z 使得 $(B,A)\in Z$，那么 $T\models A\equiv B$。

推论 1 T 是 εL 的一个循环 Tbox，A 和 B 是 T 中被定义的概念，$T\models A\equiv B$ 当且仅当存在一个互模拟 $Z:G_T\rightleftharpoons G_J$，使得 $(B,x)\in Z$。

引理 3[13] 描述逻辑 εL 循环 TBox 最大不动点语义的包含推理是多项式时间复杂的。

描述逻辑 εL 含循环术语集最大不动点语义的包含推理算法如算法 1 所示。

算法 1

输入：εL 的 TBox T

1. 将 TBox T 进行正规化，得到 T′，T 与 T′是等价的。
2. 正规化后的 T′转化成相应的描述图 $G_{T'}$。
3. Z 是 $G_{T'}$ 到 $G_{T'}$ 的模拟关系。初始值：

   $Z_0=\{(v_1,v_2)\in v_1\times v_2\mid L_1(v_1)\subseteq L_2(v_2)\}$

   $Z_{i+1}=Z_i+Z_i'$

   3.1 如果 $(v_1,v_2)\in Z_i$ 且 $(v_1,r,v_1')\in E_1$，存在节点 $v_2\in V_2$ 使得 $(v_2,r,v_2')\in E_2$，那么 $Z_i=(v_1,v_2)$；

   3.2 否则，将序对 (v_1',v_2') 不放入 Z_i' 中。重复步骤 3 直到不能删除这样的顶点序对为止。

由于描述逻辑 εL 描述图的顶点个数 m 和有向边条数 n 都是有限的，因此在 $O(mn)$ 时间内停机。

4 εL 循环术语集的保守扩充

逻辑符号 Σ 是 $N_C\cup N_R$ 的一个有限子集，概念 C 的非逻辑符号表示出现在 C 中的概念名和关系名，记作 $sig(C)$；

T 的非逻辑符号表示出现在 T 中的概念名和关系名，记作 $sig(T)$；$\varepsilon L(\Sigma)$表示 εL 中由非逻辑符号 Σ 生成的概念。Σ 中非逻辑符号的数量是有限的，但 $\varepsilon L(\Sigma)$中生成的概念的数量是无限的。

定义 9[7]　令 T_1，T_2 是 εL 的两个 TBox 及 Σ 为一非逻辑符号，如果 $T_1 \subseteq T_2$，对任意的概念 $C,D \in \varepsilon L(\Sigma)$，都有 $T_1 \models C \sqsubseteq D$，当且仅当 $T_2 \models C \sqsubseteq D$，那么称 T_2 是 T_1 相对于 Σ 的保守扩充。

若非逻辑符号 $\Sigma = sig(T)$，则称 T_2 是 T_1 的保守扩充。$C \sqsubseteq D$ 可能不在 T_1 中，但概念 C 与 D 中出现的非逻辑符号一定在 Σ 中，$C \sqsubseteq D$ 是 T_1 的一个逻辑结论。如果存在一个证据公式 $C \sqsubseteq D$ 使得 $T_2 \models C \sqsubseteq D$，但是 $T_1 \not\models C \sqsubseteq D$，那么 T_2 不是 T_1 的保守扩充。比如，TBox T_1：

$Mother \equiv Female \sqcap \exists has-child.Human$

$Father \equiv Male \sqcap \exists has-child.Human$

$Male \sqsubseteq Human$

$Female \sqsubseteq Human$

另外，T_2 在 T_1 的基础上添加如下两条公理：

$\exists has-child.Human \sqsubseteq Parent$

$Parent \sqsubseteq Human$

在系统 εL 中 T_2 不是 T_1 的保守扩充，因为可以找到见证断言：

$\exists has-child.Human \sqsubseteq Human$

TBox 包括概念定义式 TBox 和一般概念包含 Tbox。概念定义式 TBox 又包括非循环概念定义 TBox 和循环概念定义式 Tbox。非循环概念定义 TBox 是一般概念包含 TBox 的特殊形式，即 $C \sqsubseteq D$，$D \sqsubseteq C$ 等价于 $C \equiv D$。本文在 Lutz 等人的基础上研究 εL 循环概念定义式 TBox 的保守扩充，循环 TBox 的关键在于其语义的选择。目前，关于循环术语集的语义解释有 3 种：最大不动点语义、最小不动点语义以及描述语义。比如：

$T_1 = \{A \equiv A_1 \sqcap X; B \equiv B_1 \sqcap Y\}$

$T_2 = \{A \equiv A_1 \sqcap X; B \equiv B_1 \sqcap Y; X \equiv P \sqcap \exists r.X; Y \equiv P \sqcap \exists r.Y\}$

$T_1 \subseteq T_2$ 在描述语义解释下，T_2 是 T_1 的保守扩充。但在最大不动点语义解释下，可找到见证公式 $X \sqsubseteq Y$，具体有 $T_2 \models_{gfp} C \sqsubseteq D$，但是 $T_1 \not\models_{gfp} C \sqsubseteq D$。在最大不动点解释下，$T_2$ 不是 T_1 的保守扩充。

本文研究描述逻辑 εL 循环 TBox 仅仅在最大不动点语义的保守扩充问题。εL 循环术语集最大不动点语义的保守扩充的充分条件是如果 $T_1 \subseteq T_2$、并且 T_1 和 T_2 具有相同的原始概念和原始角色，那么 T_2 是 T_1 的保守扩充。下文给出描述逻辑 εL 循环术语集在最大不动点下的保守扩充的充分条件。

定理 1　令 T_1 和 T_2 为 εL 循环 Tbox，$T_1 \subseteq T_2$，并且 T_1 和 T_2 有相同的原始概念和原始角色，若对任意 $sig(C \sqsubseteq D) \in sig(T_1)$有 $T_2 \models_{gfp} C \sqsubseteq D$，则有 $T_1 \models_{gfp} C \sqsubseteq D$。

证明：令 $T = T_2 \setminus T_1$，T 中的原始概念是 T_1 的原始概念和被定义概念，T 的角色是 T_1 的角色。采用反证法来证明。

假设 $T_1 \not\models_{fpg} C \sqsubseteq D$，即存在 T_1 最大模型 I 使得 $C^I \not\subseteq D^I$。由于 T 中的原始概念是 T_1 的原始概念和被定义概念，T 的角色是 T_1 的角色，从而 I 是 T 的一个基解释。对基解释 I 进行扩展得到 T 的最大不动点模型 I_{max}，又由于 I 与 I_{max} 对 T_1 具有相同的原始概念和被定义概念，且 I 是 T_1 的模型，因此 I_{max}是基于 I 的模型，并且 I_{max}是 T_2 的模型。下文证明 I_{max}是 T_2 的最大不动点模型。

假设 I'也是基于 I 的模型，并且 $I_{max} \leqslant_J I'$。因为 I 是 T_1 的最大不动点模型，因此 I 与 I'对 T 的被定义解释相同。故 T 中存在一个被定义概念 $E \in sig(T_1)$使得 $E^{I_{max}} \subseteq E^{I'}$。又由于 I_{max} 是 T 的最大不动点模型，因此有 $E^{I'} \subseteq E^{I_{max}}$。故，$E^{I'} \equiv E^{I_{max}}$。

由 $T = T_2 \setminus T_1$ 可知 $T_2 = T \cup T_1$，I_{max}与 I'对 T_2 的被定义概念解释相同，即 $I_{max} = I'$，故 I_{max}是 T_2 的最大不动点模型。

检测 εL 两个循环 TBox 的原始符号是否相等，运用排序法可得其是多项式时间复杂的。εL 循环术语集在最大不动点语义下的保守扩充的充分条件的是多项时间复杂的。因此，易得到如下推论。

推论 2　描述逻辑 εL 循环术语集在最大不动点语义下的保守扩充的充分条件是多项式时间复杂的。

描述逻辑 εL 含循环术语集最大不动点语义下的保守扩充充分条件的推理算法如算法 2 所示。

算法 2

输入：TBox T_1，T_2

1. 将 T_1 和 T_2 正规化，假定 T_1 和 T_2 都是正规化的术语集。
2. 对 T_1 和 T_2 原始概念名设置排序方式，如：按英文字母顺序、中文的读音字母顺序进行快速排序，时间复杂度为 O(mlogm)。假定排序后 $B_{T_1} = \{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$，$B_{T_2} = \{B_1, B_2, \cdots, B_m\}$，对任意 $0 < i \leqslant m$，判断 $A_i = B_i$ 是否成立，即可判断 $B_{T_1} = B_{T_2}$ 是否成立。

  2.1 如果 $B_{T_1} = B_{T_2}$，那么输出 T_2 是 T_1 的保守扩充。

  2.2 否则，执行算法 4。

定理 2　仅仅 εL 是循环 TBox 保守扩充的一个充分条件，即若 T_1 与 T_2 的原始概念和原始角色不完全相同，则 T_2 有可能是 T_1 的保守扩充。如：

$T_1 = \{X \equiv A_1 \sqcap \exists r.X, Y \equiv A_1 \sqcap \exists r.Y\}$，$T_2 = \{X \equiv A_1 \sqcap \exists r.X, Y \equiv A_1 \sqcap \exists r.Y, B \equiv A_1 \sqcap A_2\}$

可验证 $T_1 \subseteq T_2$，T_2 在最大不动点语义解释下是 T_1 的保守扩充。

本文将描述逻辑 εL 循环概念定义式 TBox 在最大不动语义下规范化后的 Tbox T 设置为含不循环部分 T'和含循环部分 T''，T'和 T''允许为空 Tbox。$T_1 \subseteq T_2$，当且仅当 $T_1' \subseteq T_2'$，$T_1'' \subseteq T_2''$，其中 T_1'，T_2'，T_1''，T_2''可为空。文献[6-7]给出了描述逻辑 εL 一般术语集的保守扩充问题，非循环概念定义式是一般术语的特殊情形。在此基础上，先检测 T_1'与 T_2' 的保守扩充问题，假如 T_2'不是 T_1'的保守扩充，那么 T_2 不是 T_1 的保守扩充。假定 T_2'是 T_1'的保守扩充问题，以此探究 T_1 与 T_1 的保守扩充问题。

首先判定 T_2'是 T_1'的保守扩充中的逻辑的结论对于 T_1''和 T_2''是否可满足。若逻辑结论在 T_1''和 T_2''中是不满足的，则 T_2 不是 T_1 的保守扩充。否则，进行下一步操作，关于 εL 循环 TBox 包含推理的关键在于语义的选择。

定义 10[7]　任意给定描述逻辑 εL 的一个概念 C 和 TBox T，εL 的典范模型 $J_{C,T} = (\Delta^{J_{C,T}}, \cdot^{J_{C,T}})$的定义如下：

1）$\Delta^{J_{C,T}} = \{C\} \cup \{C' \mid \exists r.C \in sub(C) \cup sub(T)\}$；

2）对任意的概念名 $A \in N_C$，$D \in A^{J_{C,T}}$，当且仅当 $T \models D \sqsubseteq A$；

3)对任意的关系名 $r\in N_R$，$(D,D')\in r^{J_{C,T}}$，当且仅当 $T\models D\sqsubseteq\exists r.D'$或$D=E\sqcap\exists r.D'$，其中 $E,\exists r.E\in sub(T)$。

引理 4[7] 令 $\Sigma\subseteq sig(T_2)$，T_2 相对于 Σ 不是 T_1 的保守扩充，当且仅当存在概念 $C\in \varepsilon L(\Sigma)$和 $D\in sub(T_2)$使得：

1)$T_2\models C\sqsubseteq D$；

2)$(T_1,C)\not\sqsubseteq_\Sigma(T_2,D)$；

3)C 的出度受$|T_2|$限制。

引理 5[7] 描述逻辑 εL 关于 Σ 保守扩充是指数时间复杂的。

描述逻辑 εL 系统 T_2 不是 T_1 的保守扩充算法如算法 3 所示。

算法 3

输入：TBox T_1，T_2 和 $\Sigma\subseteq sig(T_1)$

1. 计算由 Σ 生成的概念名交集所决定的四元组集 N_0；
2. 检测四元组集 N_0，如果 N_0 包含一个四元组(F,Q_1,Q_2,Q_3)使得$Q_2\backslash Q_3\neq\emptyset$，那么输出 T_2 不是 T_1 的保守扩充；否则，转到步骤 3；
3. 通过递归生成一系列的四元组的集 $N_1,N_2,\cdots$，使得 $N_{i+1}=N_i+N_i'$，其中 N_i'是一个四元组集(F_0,F_1,F_2,F_3)，F_0 是由非逻辑符号生成的概念名所得交集，并且 $Q\subseteq(N_R\cap\Sigma)\times N_i$。

集合 Q 的基不超过 T_2 的基。F_1,F_2,F_3 的形式如下：

$F_1=K_{T_1}(F_0\sqcap\sqcap_{(r,(F,Q_1,Q_2,Q_3))\in Q}\exists r.(\sqcap_{D\in Q_1}D))$

$F_2=K_{T_2}(F_0\sqcap\sqcap_{(r,(F,Q_1,Q_2,Q_3))\in Q}\exists r.(\sqcap_{D\in Q_2}D))$

$F_3=\{D|D\in sub(T_2)$

并且：

3.1 对所有 $A\in\Sigma$，$A\in K_{T_2}(D)$，有 $A\in F_1$；

3.2 如果对所有 $r\in\Sigma$，$(D,D')\in r^{J_{D,T_2}}$，那么：

3.2.1 存在二元组$(r,(F,Q_1,Q_2,Q_3))\in Q$，使得 $D'\in Q_3$，或者：

3.2.2 存在$\exists r.C'\in F_1$ 使得$(T_1,C')\sqsubseteq_\Sigma(T_2,D')$。

检测每个 N_i 直到满足下列两个条件之一时停机，并且输出结果。

1)如果 N_i 包含一个四元组(F,Q_1,Q_2,Q_3)使得 $Q_2\backslash Q_3\neq\emptyset$，输出 T_2 不是 T_1 的保守扩充；

2)如果 $N_{i+1}=N_i$，则输出 T_2 是 T_1 的保守扩充。

该算法是可靠且完备的，并且在指数时间内停机，具体参考文献[7]。在描述逻辑 εL 循环术语集中，构造典范模型 $J_{C,T}=(\Delta^{J_{C,T}},\cdot^{J_{C,T}})$，以典范模型 $J_{C,T}$ 为基解释，将其扩展成最大不动点模型 $I_{C,T}$并且 $I_{C,T}$就是 T 的模型。最大不动点语义下的循环 T''可满足性是多项式时间复杂的，从而将 T_2 是 T_1 的保守扩充问题规约到非循环 TBox 的保守扩充问题，进而保证了保守扩充问题是指数时间复杂的。于是，得出如下推论。

推论 3 描述逻辑 εL 循环术语集在最大不动点语义下的保守扩充是指数时间复杂的。

给定 εL TBox T_1 和 T_2 且 $T_1\subseteq T_2$，将 TBox 分成含循环部分和不循环部分 $T_1=T_1'\cup T_1''$，$T_2=T_2'\cup T_2''$，其中 T_1'和 T_2'是非循环 Tbox，T_1''和 T_2''是循环 TBox。基于上述设置，算法 4 给出了 εL 循环术语集 T_1 和 T_2 保守扩充的算法。

算法 4

输入：TBox $T_1=T_1'\cup T_1''$，$T_2=T_2'\cup T_2''$和 T_1 的原式概念 B_{T_1}，T_2 的原式概念 B_{T_2}，及 T_1 的非逻辑符号 $sig(T_1)$

1. 将 TBox T_1 和 T_2 正规化，假定 T_1 和 T_2 都是正规化的术语集。
2. 调用算法 2(检测 T_1 和 T_2 的原始概念是否相同)

2.1 如果 $B_{T_1}=B_{T_2}$，那么输出：T_2 是 T_1 的保守扩充；

2.2 否则，转到步骤 3。

3. 调用算法 3（检测非循环部分 T_2 是否为 T_1 的保守扩充)

3.1 如果非循环术语集 T_2'不是 T_1'的保守扩充，那么输出：T_2 不是 T_1 的保守扩充；

3.2 如果非循环术语集 T_2'是 T_1'的保守扩充，并且对保守扩充中的逻辑结论进行标记，那么转步骤 4。

4. 调用算法 1 （检测被标记的逻辑结论在 T_1''，T_2''中是否可满足）

4.1 如果步骤 2 中被标记的逻辑结论在 T_1''，T_2''中是不可满足的，那么输出：T_2 不是 T_1 的保守扩充；

4.2 如果在 T_1''，T_2''中是可满足的，那么转步骤 5。

5. 调用算法 3（检测循环部分 T_2''是否为 T_1''的保守扩充)。

结束语 本文给出了描述逻辑 εL 循环术语集保守扩充与推理算法，并且结合循环术语集与一般术语集 εL 的保守扩充做出相应的设置，得出了一些有意义的结论。该结论在理论和工程上都具有重要的价值，后续工作包括以下 3 点：

1)描述逻辑 εL 循环术语集的语义解释不唯一，通常情况下有 3 种：描述语义、最大不动点语义、最小不动点语义。文中的工作仅仅研究了最大不动点语义下的保守扩充问题，描述逻辑 εL 循环术语集在描述语义、最小不动点下的保守扩充问题值得探究。

2)不同形式的 Tbox(如空 Tbox、非循环的概念定义式 Tbox、循环的概念定义 Tbox、一般概念包含 TBox 及混合 Tbox[16])会影响推理算法及算法的复杂性。本文运用语义图、语法图之间的同态模的方法研究循环术语集的保守扩充问题，下一步工作将重点攻破关于混合术语集的保守扩充问题。

3)描述逻辑是一族知识表示语言，由构造子交或并、存在限制量词、全称限制量词、数量词 N 组成的不同的系统关于不同形式 TBox 的保守扩充问题值得探索，这是另一个方向。

参 考 文 献

[1] BAADER F, NUTT W. Basic description logics[M]∥The Description Logic Handbook: Theory, Implementation, and Applications. Cambridge University Press, 2003: 45-100.

[2] HORROCKS I, PATEL-SCHNEIDER P F, HARMELEN F V. From SHIQ and RDF to OWL: The making of a Web ontology language[J]. Journal of Web Semantics, 2003, 1(1): 7-26.

[3] ANTONIOU G, KEHAGIAS A. A note on the refinement of ontologies[J]. International Journal of Intelligent System, 2000, 15(7): 623-632.

[4] GHILARDI S, LUTZ C, WOLTER F. Did I damage my ontology? a case for conservative extensions in description logics[C]∥Proceedings of KR'06. AAAI Press, 2006: 187-197.

[5] LUTZ C, WALTHER F, WOLTER F. Conservative extensions in expressive description logics[C]∥Proceeding of the 20th International Conference on Artificial Intelligence (IJCAI07). Hyderabad, India: AAAI Press, 2007: 453-458.

[6] LUTZ C, WOLTER F. Conservative extionsions in the light-weight description logic EL[C]∥Proceeding of CADE'07. vol. 4603 of LNCS. Springer, 2007: 84-99.

[7] LUTZ C, WOLTER F. Deciding inseparability and conservative extionsions in the description logic EL[J]. Journal of Symbolic Computation, 2010, 45(2): 194-228.

[8] KONEV B, WALTHER D, WOLTER F. The logical difference problem for description logic terminologies[C]∥Proceedings of the 4th International Joint Conference on Automated Reasoning (IJCAR08). Sydney, Australia: Springer, 2008: 259-274.

（下转第 147 页）

定理 3　设 S 为一个信息系统，若 $A_1,A_2,\cdots,A_m\subseteq AT$，$\beta\in[0,1]$，$k$ 为非负整数，对于任意的 $X\subseteq U$，关于 X 的悲观逻辑与双量化上近似集有：

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X)=\{x\in U:\bigvee_{j=1}^{m}(c([x]_{A_j},X)<1-\beta)\vee \bigvee_{l=1}^{m}(|[x]_{A_l}\cap X|>k)\}$$

证明：由定义 2 并结合定理 1 的证明过程易证。

由定理 3 可知，对象 x 属于悲观逻辑与双量化多粒度上近似集时，意味着至少存在一个粒度 A_j 使得 $c([x]_{A_j},X)<1-\beta$，且至少存在一个粒度 A_l 使得 $|[x]_{A_l}\cap X|>k$ 成立，其中粒度 A_j 和 A_l 无关。

定理 4　设 S 为一个信息系统，若 $A_1,A_2,\cdots,A_m\subseteq AT$，$\beta\in[0,1]$，$k\in N$ 为非负整数，对于任意的 $X,Y\subseteq U$，乐观逻辑与双量化近似算子有如下性质成立。

(1) $\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(U)=U$

(2) $\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(\varnothing)=\varnothing$

(3) $\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X\cap Y)\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X)\cap\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(Y)$

(4) $\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X\cup Y)\supseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X)\cup\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(Y)$

(5) $\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X\cap Y)\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X)\cap\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(Y)$

(6) $\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X\cup Y)\supseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(X)\cup\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k}}^{P}}(Y)$

(7)若 $k_1\leqslant k_2$ 且 $k_1,k_2\in N$，则：

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k_1}}^{P}}(X)\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k_2}}^{P}}(X)$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k_2}}^{P}}(X)\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta\wedge k_1}}^{P}}(X)$$

(8)若 $\beta_1\leqslant\beta_2$ 且 $\beta_1,\beta_2\in[0,0.5)$，则：

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta_1\wedge k}}^{P}}(X)\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta_2\wedge k}}^{P}}(X),\ \overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta_2\wedge k}}^{P}}(X)\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}A_{i_{\beta_1\wedge k}}^{P}}(X)$$

证明：可结合定义 2 和定理 2 的证明过程。

结束语　在多粒度近似空间中，本文通过“逻辑与”算子将变精度粗糙集和程度粗糙集结合起来，建立了逻辑与双量化多粒度粗糙集模型，并分别从乐观逻辑与双量化多粒度粗糙集和悲观逻辑与双量化多粒度粗糙集的角度对模型进行了研究，对所建立的粗糙集模型的基本数学性质进行了深入的讨论。该模型作为一种推广的粗糙集模型，可用于误差允许范围内的粗糙集建模等问题。

参 考 文 献

[1] 窦慧莉，吴陈，杨习贝，等. 可变精度多粒度粗糙集模型[J]. 江苏科技大学学报(自然科学版)，2012，26(1)：65-69.

[2] 胡猛，徐伟华. 序信息系统中基于“逻辑且”和“逻辑或”的双量化粗糙模糊集[J]. 计算机科学，2016，43(1)：98-102.

[3] PAWLAK Z. Rough Sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences，1982，11(5)：341-356.

[4] QIAN Y H，LIANG J Y，YAO Y Y，et al. MGRS：A multi-dgranulation rough set[J]. Information Sciences，2010，180(6)：949-970.

[5] QIAN Y H，LIANG J Y，DANG C Y. Incomplete multi-granulation rough set[J]. IEEE Transactions on Systems，Man & Cybernetics Part A，2010，40(2)：420-431.

[6] 沈家兰，汪小燕，申元霞，等. 可变程度多粒度粗糙集[J]. 小型微型计算机系统，2016，37(5)：1012-1016.

[7] 吴志远，钟培华，胡建根. 程度多粒度粗糙集[J]. 模糊系统与数学，2014，28(3)：165-172.

[8] XU W H，LIU S H，WANG Q R. The First Type of Grade Rough Set Based on Rough Membership Function[C]// Seventh International Conference System and Knowledge Discovery (FSKD2010). 2010：1922-1926.

[9] YAO Y Y，LIN T Y. Generalization of rough sets using modal logics [J]. Intelligent Automatic and Soft Computing，1996，2：103-120.

[10] YAO Y Y，DENG X F. Quantitative rough sets based on subsethood measures[J]. Information Sciences，2014，267：306-322.

[11] ZIARKO W. Variable precision rough set model[J]. Journal of Computer and System Sciences，1993，46(1)：39-59.

[12] 张文修，吴伟志，梁吉业，等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京：科学出版社，2001.

[13] ZHANG X Y，MO Z W，XIONG F，et al. Comparative study of variable precision rough set model and graded rough set model [J]. International Journal of Approximate Reasoning，2012，53(2012)：104-116.

[14] 张贤勇，熊方，莫志文. 精度与程度的逻辑或粗糙集模型[J]. 模式识别与人工智能，2009，17(9)：151-155.

[15] ZHANG X Y，MIAO D Q. Two basic double-quantitative rough set models of precision and grade and their investigation using granular computing[J]. International Journal of Approximate Reasoning，2013，54：1130-1148.

[16] 徐怡，杨宏健，纪霞，等. 基于邻域的可变粒度粗糙集模型[J]. 小型微型计算机系统，2016，37(7)：1513-1517.

(上接第 140 页)

[9] KONTCHAKOV R，WOLTER F，ZAKHARASCHEV M. Logic-based ontology commparsion and module extraction with an appliction to DL-Lite[J]. Artificial Intelligence，2010，174(15)：1093-1141.

[10] 聂登国，康旺强，曹发生，等. 描述逻辑的包含推理及其保守扩充[J]. 计算机研究与发展，2015，52(1)：221-228.

[11] 聂登国，余泉，张维，等. 描述逻辑的保守扩充[J]. 计算机科学，2016，43(6A)：83-86.

[12] 王驹，陈光喜，余泉. 描述逻辑的二阶线性推理机制[J]. 软件学报，2017，28(2)：216-233.

[13] TARSKI A. Lattice-theoretic fixpoint theorem and its application[J]. Pacific Journal of Mathemaics，1995(5)：285-309.

[14] BADDER F. Terminological cycles in a descript - ion logic with existential restrictions[C]// Proc. of IJCAI-03. Morgan Kaufmann Publishers，2003：325-330.

[15] KURTONINA N，DE RIJKE M. Expressive of concept expression in first-order description logics[J]. Artificial Intelligence，1999，107(2)：303-333.

[16] BRNADT S，MODEL J. Subsumption in w. r. t. hybrid TBoxes [M]// Ulrich Furbach. KI，Volume 3698 of Lecture Notes in Computer Science. Springer，2005：34-48.