

三维视觉测量中圆中心投影误差分析方法

韩建栋 杨红菊

(山西大学计算机与信息技术学院 太原 030006)

(计算智能与中文信息处理教育部重点实验室 太原 030006)

摘 要 针对像平面上椭圆的中心不是空间圆中心在像平面上的真正投影中心这一问题,提出了一种圆中心投影误差分析方法。通过建立空间圆平面与像平面之间的映射关系,推导了空间圆中心投影误差的数学模型,并对影响中心投影误差的因素进行了仿真分析。该方法为圆中心的测量误差评估、摄像机网络布局等提供了理论依据,在实际的视觉测量工程中具有一定的应用价值。

关键词 计算机视觉,视觉测量,投影误差

中图法分类号 TP391.4 **文献标识码** A

Analysis Method for the Projection Error of Circle Center in 3D Vision Measurement

HAN Jian-dong YANG Hong-ju

(School of Computer and Information Technology, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

(Key Laboratory of Ministry of Education for Computational Intelligence and Chinese Information Processing, Taiyuan 030006, China)

Abstract Aiming to the misalignment of the perspective projection of the circle center and the imaged ellipse center when the circle surface and the image plane are not parallel, an analysis method for the projection error of ellipse center was proposed. The mathematical formulation of the projection error was deduced by building the mapping relation between image plane and circle surface, and the factors influencing the error were analyzed by the computer simulation. The method provides a valuable reference in theory for the measurement error evaluation of the circular center and the camera planning, and is valuable in engineering applications of vision measurement.

Keywords Computer vision, Vision measurement, Projection error of ellipse center

1 引言

三维计算机视觉被广泛应用于工业检测、军事、航空航天等多个领域。利用被测物体在像面上的成像信息获取其空间的三维信息,是三维计算机视觉所面临的根本问题。其中,圆形目标是常见的图像特征,如通过在被测工件上布置若干具有回光反射特性的椭圆形标志点,摄像机就可以从不同方位拍摄图像。由于空间椭圆经过针孔模型在摄像机像平面上所成的像仍为椭圆,因此可通过提取椭圆图像的中心坐标,根据图像几何与拓扑信息来重构物体的三维信息^[1]。所以,椭圆图像中心的高精度提取是三维视觉测量中面临的重要内容之一。

影响空间椭圆中心定位精度的因素很多,如摄像机镜头的光学畸变、椭圆图像中心的拟合误差等。除此以外,当空间椭圆所在平面与像平面不平行时,像平面上椭圆的中心并不是空间椭圆中心的透视投影点,二者之间的偏差称为其椭圆中心的畸变误差^[2],它对三维信息的重建带来一定的影响。

Janne 等^[3]对圆中心投影误差进行了分析,魏振忠等^[4,5]在此

基础上对椭圆的畸变误差进行了研究,但推导过程比较繁琐。

考虑到实际问题中,多数情况下是圆形目标的成像问题,本文分析了空间圆中心的投影模型,提出了一种简单的圆中心投影误差分析方法,通过获取空间圆平面与像平面之间的映射矩阵,建立了投影误差的数学模型,并进行了仿真实验。

2 圆中心投影模型

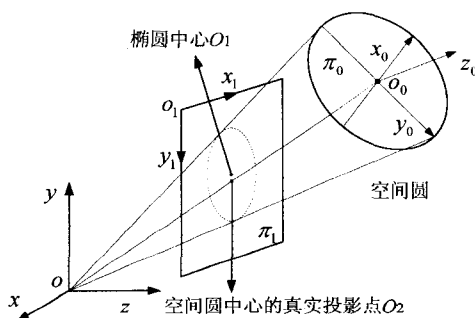


图 1 圆中心投影模型

空间圆中心的摄像机投影模型如图 1 所示。设摄像机坐

到稿日期:2010-01-08 返修日期:2010-04-15 本文受国家自然科学基金项目(50675015),教育部科学技术研究重点项目(208021),山西省自然科学基金重点项目(2009011017-2)资助。

韩建栋(1980—),男,博士,讲师,主要研究方向为计算机视觉、图像处理技术等,E-mail:hanjiandong@sxu.edu.cn;杨红菊(1975—),女,博士,讲师,主要研究方向为图像分析、图像检索等。

标系为 $o-xyz$, 空间圆所在的平面为 π_0 , 在 π_0 内建立二维坐标系 $F_2: O_0-x_0y_0$, 其原点 O_0 , x_0 轴与 y_0 轴待定, 并建立三维坐标系 $F_3: O_0-x_0y_0z_0$, 其中 $z_0 \perp \pi_0$ 。在像平面 π_1 上, 空间圆中心的真实投影点记为 O_2 , 椭圆图像的中心点记为 O_1 。当空间圆发生旋转、平移、缩放时, O_2 与 O_1 点坐标将同时发生变化。因此, 圆中心的畸变误差与平面 π_0 的法向矢量、圆心 O_0 的空间位置以及圆半径的大小有关。

3 畸变误差模型

设平面 π_0 的单位法向矢量为 z_0 , 空间圆心 O_0 在摄像机坐标系中的坐标为 X 。并假设透镜焦距为 f , 像素物理尺寸为 dx, dy , 主点坐标为 (u_0, v_0) , 则摄像机内部参数矩阵为:

$$A = \begin{bmatrix} f/dx & 0 & u_0 \\ 0 & f/dy & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

通过下面步骤, 可以确定坐标系 F_2 (包括原点、两轴方向) 以及三维坐标系 F_3 到摄像机坐标系的转换矩阵:

(1) 计算单位矢量 z_0 与摄像机 $z=(0,0,1)^T$ 轴之间的夹角 Ψ , 可以用矢量内积运算得到:

$$\psi = \cos^{-1}(z_0 \cdot z) \quad (1)$$

(2) 设 ξ 为与 z_0, z 垂直的单位矢量。计算 $n_{\perp} = ||z \times z_0||$, 如果 $n_{\perp} = 0$, 令 R 为单位矩阵 $R = I_3$, 直接运行步骤(4); 否则, 计算单位矢量 ξ :

$$\xi = \frac{z_0 \times z}{||z_0 \times z||} \quad (2)$$

(3) 将 z_0 绕单位矢量 ξ 旋转 Ψ 角度, 使得 z_0 与 z 方向一致。旋转矩阵 R 为^[3]:

$$R = I_3 + (1 - \cos\psi) \cdot [\xi]_{\times}^2 + [\xi]_{\times} \cdot \sin\psi \quad (3)$$

式中, $[\xi]_{\times}$ 表示由单位矢量 ξ 定义的反对称矩阵。

由于坐标系 F_2 的原点与两轴方向可以在平面 π_0 内任意定义, 因此, 定义原点为空间圆的中心, 并假定坐标系 F_3 经过矩阵 R 旋转后, 已经与摄像机坐标系的 3 个轴方向保持一致。此时, 坐标系 F_2 的两轴方向可以由摄像机坐标系 x 轴、 y 轴经过矩阵 R 旋转得到。

(4) 计算摄像机坐标系到坐标系 F_3 的转换矩阵为^[4]:

$$T = \begin{bmatrix} R^{-1} & -R^{-1}X \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

令 M_1 与 M_0 分别为平面 π_0 上的点在摄像机坐标系与坐标系 F_3 中的三维坐标, X_1 为平面 π_0 上的点在像面上的投影坐标, 则:

$$M_0 = T \cdot M_1 \quad (5)$$

根据摄像机针孔成像模型, 有:

$$sX_1 = A \cdot M_1 \quad (6)$$

式中, s 为未知非零常数。联立以上两式:

$$sX_1 = G \cdot M_0 \quad (7)$$

式中,

$$G = AT^{-1} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \end{bmatrix}$$

令 $X_0 = (m_1, m_2, 1)$ 表示平面 π_0 上的点在坐标系 F_2 下的齐次坐标, 且

$$H = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{34} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(7)建立了摄像机像平面 π_1 与平面 π_0 之间的映射关系:

$$sX_1 = HX_0 \quad (9)$$

设在平面 π_0 (坐标系 F_2) 中, 空间圆形的曲线方程为 $X_0^T B_0 X_0 = 0$; 在像平面上, 投影椭圆的曲线方程为 $X_1^T B_1 X_1 = 0$, B_0, B_1 分别为 3×3 对称矩阵, 设:

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1/a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/a^2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} b_1 & b_2/2 & b_4/2 \\ b_2/2 & b_3 & b_5/2 \\ b_4/2 & b_5/2 & b_6 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中, $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6)$ 为投影椭圆的系数。 a 为空间圆的半径。根据上式, 有:

$$B_1 = k(H^{-1})^T B_0 \cdot (H^{-1}) \quad (11)$$

式中, k 为常数, 表示同一个椭圆曲线的两个矩阵在相差一个常数因子的前提下唯一确定, 但常数因子 k 不影响椭圆中心的位置。

由投影椭圆的系数求得椭圆的中心坐标:

$$X_1(O_1) = \left[\frac{2b_3b_4 - b_2b_5}{b_2^2 - 4b_1b_3}, \frac{2b_1b_5 - b_2b_4}{b_2^2 - 4b_1b_3} \right] \quad (12)$$

在坐标系 F_2 中, 空间圆形的中心为 $X_0 = (0, 0, 1)^T$ 。根据式(8), 求得 X_0 在像平面上的真实投影点坐标:

$$X_1(O_2) = \left[\frac{q_{14}}{q_{34}}, \frac{q_{24}}{q_{34}} \right] \quad (13)$$

利用两点之间的距离 d 来描述圆中心的畸变误差:

$$d = \sqrt{\left(\frac{2b_3b_4 - b_2b_5}{b_2^2 - 4b_1b_3} - \frac{q_{14}}{q_{34}} \right)^2 + \left(\frac{2b_1b_5 - b_2b_4}{b_2^2 - 4b_1b_3} - \frac{q_{24}}{q_{34}} \right)^2} \quad (14)$$

4 仿真实验

从上面的分析可知, 对于一给定的摄像机 (内参矩阵 A 确定), 圆中心畸变误差与以下 3 个因素有关, 包括空间圆的半径 a 、空间圆形平面 π_0 的单位法向矢量 z_0 以及空间圆心 O_0 在摄像机坐标系中的坐标 X 。

仿真实验中, 未考虑摄像机镜头的畸变影响。选定摄像机内部参数为:

$$f = 12.027 \text{ mm}, u_0 = 500.377, v_0 = 372.820$$

$$dx = 5.8585 \mu\text{m}, dy = 5.8594 \mu\text{m}$$

所采取的方法是: 分别保持其中两个因素不变, 分析第 3 个因素对畸变的影响。包含以下 3 种情况:

(1) 保持 a 与 X 不变, 分析法向矢量 z_0 对畸变的影响。

法向矢量 z_0 可以表示成 $z_0 = (\cos\varphi_x, \cos\varphi_y, \cos\varphi_z)^T$, 其中 $(\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$ 为 z_0 与摄像机坐标系三个轴之间的夹角, 满足关系式 $\cos^2\varphi_x + \cos^2\varphi_y + \cos^2\varphi_z = 1$ 。当其中一个角度发生变化时, 必然引起其它两个角度的变化, 如图 2(a) 所示。在下面的实验中, 通过事先确定两个角度的关系 $\cos\varphi_x = k\cos\varphi_y$, 来定性分析 φ_z 对畸变的影响。选取参数: $a = 30 \text{ mm}$ 。分以下 3 种情况讨论:

(I) 当圆心坐标位于光轴时, 畸变误差随着 φ_z 的增大 ($\varphi_z \in [-\pi/2, \pi/2]$) 呈现两个极大值, 且极大值位置与 k 的取值以

及圆心在光轴的位置无关,极大值的位置为 $\varphi_z = \pm \pi/4$; 并且极大值随着圆心距光心的距离的增加而减少。当 $\varphi_z = \pm \pi/2$ 时,畸变取最小值 0,此时光轴位于圆平面内,圆投影为一条线段,线段中心为圆心的投影;当 $\varphi_z = 0$ 时,圆平面与光轴垂直,没有产生畸变误差。当 $X = [0, 0, 1000]$ 时,最大畸变误差为 1.5×10^{-3} mm,约 0.26 个像素。图 2(b) 为 $X = [0, 0, 5000]$ 时中心畸变随 φ_z 变化的曲线图,此时畸变最大值为 2.2×10^{-4} mm,约 0.04 像素。

(II) 当圆心坐标位于光轴之外且靠近光轴附近时,畸变误差随着 φ_z 的增大,同样呈现两个极大值,极大值位置与 k 的取值以及圆心坐标 X 有关。极大值位置仍位于 $\varphi_z = \pm \pi/4$ 附近。此时,当 $\varphi_z = \pm \pi/2$ (即光轴与圆平面平行) 时,畸变误差为 0。图 2(c) 为 $X = [1000, 100, 5000]$ 时畸变随 φ_z 变化的曲线图。

(III) 当圆心坐标远离光轴时,畸变曲线变得比较复杂。图 2(d) 所示为 $X = [3000, 1000, 5000]$ 时的畸变曲线图。从图可知,当 $\varphi_z = \pm \pi/2$ 时,畸变误差较大。

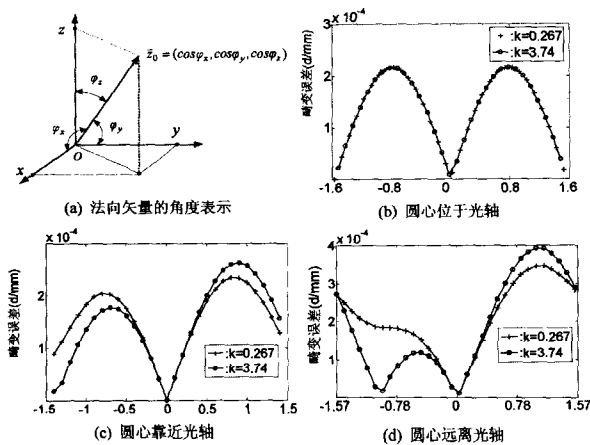


图 2 法向矢量与 z 轴的夹角 φ_z 对畸变的影响

(2) 保持 z_0 与 X 不变,分析圆半径对畸变误差的影响。

仿真实验中,选取参数 $z_0 = (0.3369, -0.4211, 0.8422)$, $X = (10, 400, 5000)$,仿真结果如图 3 所示。可以看出,当圆平面与像平面不平行时,畸变误差随着圆半径 a 的增大而增大;对于半径为 30mm 的圆形,畸变误差为 $0.2 \mu\text{m}$,约为 0.04 个像素。

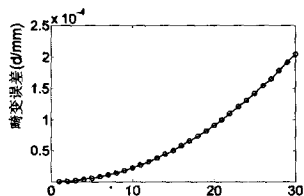


图 3 圆半径大小对畸变误差的影响

(3) 当固定 a 与 z_0 时,分析圆心坐标 X 对畸变的影响。

X 可以表示为矢量形式 $X = r \cdot r_0 = r \cdot (\cos\beta_x, \cos\beta_y, \cos\beta_z)$,其中 r 为圆心到光心的距离, $(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ 分别为坐标矢量与摄像机坐标轴之间的夹角。设 $\cos\beta_x = k\cos\beta_y$,分析可知,当坐标矢量方向固定时,畸变误差随着圆心到光心的距离 r 的增加而减小。图 4(a),为 $r_0 = [0.0199, 0.0995, 0.9948]$

时的畸变曲线图,当距离 r 取 1000mm 时,畸变误差约为 1.8×10^{-3} mm,约 0.3 个像素。当距离 r 固定时,畸变误差随着角度 β_z 的增加而增大,图 4(b),为 $r = 5000$ mm 时的畸变曲线图。

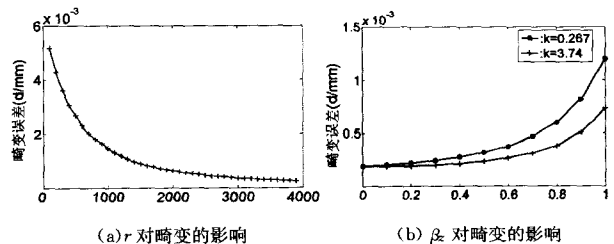


图 4 圆心坐标对畸变的影响

由上述分析可以看出,影响圆中心的畸变误差的因素较多,分析非常复杂。当摄像机拍摄距离为 1000mm 时,畸变误差可达 0.3 个像素。对于拍摄距离短且测量精度要求较高的场合,可以利用本文提出的畸变模型进行必要的误差补偿,以满足测量的精度要求。

另外,在实际的测量中,可采取以下 3 个措施来避免或减少畸变误差的影响:

- (1) 尽可能使空间圆所在的平面与像平面平行。
- (2) 在圆形标志点可测的前提下,减小圆形半径,或拉大拍摄的距离。
- (3) 在拍摄距离一定情况下,减小圆心坐标矢量与摄像机光轴之间的夹角。

结束语 空间圆中心的精确定位是三维视觉测量研究的重要内容。本文针对像面上椭圆的几何中心并不是空间圆心在像平面上的真实投影这一问题,提出了一种分析圆中心投影畸变误差的简单方法。介绍了椭圆中心畸变模型,通过获取空间圆平面与摄像机像面之间的二维映射矩阵,得到了空间圆心在像平面上的真正投影点,并给出了误差分析结果。本文的结论对椭圆中心的测量误差评估、摄像机网络布局等具有一定的理论指导意义。

参考文献

- [1] 许晓伟,王知衍,张艳青,等. 视觉图像三维重构计算一般性框架研究[J]. 计算机科学,2008,35(8):208-212
- [2] 张广军. 视觉测量[M]. 北京:科学出版社,2008:71
- [3] Heikkil J, Silvén O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction[C]//IEEE Proceeding of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 1997
- [4] 魏振忠,张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. 仪器仪表学报,2003,24(2):160-164
- [5] 魏振忠,张广军. 视觉检测中椭圆中心成像畸变误差模型研究[J]. 北京航空航天大学学报,2003,29(2):140-143
- [6] 马颂德,张正友. 计算机视觉—计算理论与算法基础[M]. 北京:科学出版社,2003:97-98
- [7] Huynh D Q, Owens R A. Calibration a structured light stripe system: a novel approach[J]. International Journal of Computer Vision, 1999,33(1):73-86