

动位移的加速度精确测量技术研究

王建锋^{1,3} 马建¹ 马荣贵² 宋宏勋³

(长安大学汽车学院 西安 710064)¹ (长安大学信息工程学院 西安 710064)²

(长安大学光电技术应用研究所 西安 710064)³

摘要 提出了利用加速度通过频域-时域混合积分法精确测量动位移的方法。此方法克服了传统的时域内两次积分会产生较大累积误差,从而频域内两次积分产生较大低频误差的弊端。实测加速度数据积分结果与位移传感器实测数据的对比表明,采用加速度的频域-时域混合积分法能够精确测量动位移。

关键词 频域-时域混合积分,动位移,时域积分,频域积分,加速度

中图分类号 TP319 文献标识码 A

Study on Calculation of Dynamic Displacement from Time-frequency Integration of Acceleration

WANG Jian-feng^{1,3} MA Jian¹ MA Rong-gui² SONG Hong-xun³

(School of Automobile, Chang'an University, Xi'an 710064, China)¹

(School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)²

(Institute of Applied Optoelectronics, Chang'an University, Xi'an 710064, China)³

Abstract A new method was presented, which uses acceleration through mixed integration in time-frequency domains to obtain dynamic displacement. This method conducts a frequency domain integral and a time domain integral. A comparative analysis made between the calculation result and test result by mean of acceleration meter shows that test dynamic displacement by means of Mixed integration in time-frequency domains can significantly reduce the error.

Keywords Mixed integration in time-frequency domains, Dynamic displacement, Integration in time domains, Integration in frequency domains, Acceleration

在基于惯性基准的道路平整度检测过程中,需要实时精确地测量检测设备的动位移,测量的准确性直接影响到道路平整度检测的精度。通常对检测设备动位移的测量是通过加速度传感器来实现的。因为检测设备在检查过程中没有一个统一的基准,所以检测设备的动位移很难用位移传感器测量,一般通过加速度两次积分计算获得^[1,2]。目前,通过加速度计算动位移,一般采用时域两次积分或频域两次积分法。实测加速度信号中除了有直流趋势存在外,还有高频噪声。所以在时域积分过程中,需要进行去趋势项和滤波处理。但信号的趋势项仍不可能完全剔除,残余的微小误差在两次积分过程中累积放大,甚至会使波形发生畸变。频域积分利用傅里叶正、逆变换,积分在频域内以傅里叶分量系数的代换形式表示,可直接以频域内正弦、余弦的积分互换关系避开时域积分对微小误差的累积放大作用,但频域积分有对低频敏感的缺点。

1 加速度两次积分的误差分析

1.1 时域两次积分误差分析

工程测量得到的加速度信号中必然包含各种干扰因素引

起的误差项 δ ,所以测量得到的加速度信号为 $a(t) = f(t) + \delta$ 。因此速度信号的表达式为

$$v(t) = \int a(t) dt = \int (f(t) + \delta) dt = \int f(t) dt + \delta t + \epsilon \quad (1)$$

误差 δ 在积分运算中被逐渐放大,同时由于积分初值无法确定,因此加速度时域一次积分结果中含有一次误差项 $\delta t + \epsilon$ 。

位移信号的表达式为

$$s(t) = \int v(t) dt = \int (\int f(t) dt + \delta t + \epsilon) dt = \int (\int f(t) dt) dt + 0.5\delta t^2 + \epsilon t + e \quad (2)$$

由式(2)可知,在通过加速度时域两次积分得到的位移信号中,有二次项的累积误差。这是由于实测加速度信号的趋势项不可能完全剔除,因此在时域积分中残余的微小误差在两次积分过程中会被累积放大,甚至会使得到的位移信号失真。

1.2 频域两次积分误差分析

频域积分先将需要积分的加速度信号做傅里叶变换到频域内,时域积分运算就变成了在频域内的傅里叶分量系数的

收稿日期:2010-01-08 返修日期:2010-03-22 本文受国家西部交通建设科技项目(200431881213),陕西自然科学基金项目(SJ08E215)资助。

王建锋(1984-),男,博士,主要研究方向为车载检测技术等,E-mail:wjfhcd@163.com;马建(1957-),男,教授,主要研究方向为车载检测技术等;马荣贵(1967-),男,教授,主要研究方向为智能测控技术等。

积分运算,将运算的结果再经傅里叶逆变换得到积分后的时域信号^[3,4]。在频域内离散的加速度、速度、位移之间的关系为

$$V(r) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{j2\pi k \Delta f} H(k) A(k) e^{j2\pi k r / N} \quad (3)$$

$$S(r) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{(2\pi k \Delta f)^2} H(k) A(k) e^{j2\pi k r / N} \quad (4)$$

其中:

$$H(k) = \begin{cases} 1, & f_d \leq k \Delta f \leq f_u \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中, f_d 和 f_u 分别为下限和上限截止频率, $A(k)$ 为加速度 $a(r)$ 的傅里叶变换, $V(k)$ 为速度 $v(r)$ 的傅里叶变换, $S(k)$ 为位移 $s(r)$ 的傅里叶变换, Δf 为频率分辨率, j 为虚数单位。

由式(3)~式(5)可知频域积分直接以频域内正弦、余弦的积分互换为基础,避开了时域积分对微小误差的累积放大作用。但式(4)表明,由于分母含有 $(2\pi k \Delta f)^2$ 项,此项越接近零,傅里叶分量的系数就越大。可见动位移两次频域积分的傅里叶分量系数与 $(2\pi k \Delta f)^2$ 成反比,即频域积分精度受低频影响较大,具有低频敏感性。然而,加速度传感器原理决定了低频也恰是传感器精度较差的频段,所以低频段是产生频域积分误差的一个主要来源。

2 频域-时域混合积分方法

由以上分析可知,频域的二次积分受低频误差影响较大,而频域的一次积分受低频误差影响要小一些。时域的二次积分会产生较大的累积误差,而时域的一次积分产生的累积误差要小些,如果再通过最小二乘法拟合去除一次误差项,会使总误差更小。由此提出了频域-时域混合积分法,即在求动位移的两次积分中仅在频域进行一次,剩下一次在时域内进行,或者反过来先进行时域,后进行频域。这样,可以使动位移的误差减小。可见频域-时域混和积分的关键是一次时域积分和一次频率积分的优化。以下重点分析一次时域积分和一次频域积分。

2.1 时域一次积分法的优化

由于测量的信号中难免有直流分量,因此需要将信号先去直流再滤波。去直流的方法是求出 N 个采样点的平均值。再用采样点的值减去平均值,去直流后的表达式为

$$x_i' = x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \quad (6)$$

式中, x_i' 为去除直流分量后的值; x_i 为采样时刻的信号值。去掉直流分量的信号还需要进行滤波才能达到积分要求。通过式(7)得到滤波后的信号。

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) \quad (7)$$

式中, x 为输入信号, y 为输出信号, a 和 b 为滤波器系数。

butterworth 滤波器在通频带内有很好的稳定性,因此一般采用此类滤波器。同时为了提高滤波运算的速度,滤波器的阶数不能设计得太高,一般采用 3 阶^[5]。

设计的滤波器为 $\vec{a} = \{a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4\}$, $\vec{b} = \{b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4\}$ 。由式(7)可知滤波后的信号为

$$y(i) = b_1 * x(i) + b_2 * x(i-1) + b_3 * x(i-2) + b_4 * x(i-3) - a_2 * y(i-1) - a_3 * y(i-2) - a_4 * y(i-3)$$

然后对去直流和滤波后的信号进行一次积分。时域积分的方法很多,有梯形积分法、Simpson 积分法等。本文采用后

者, Simpson 一次积分计算公式如下

$$z(i) = z(i-1) + \frac{y(i-1) + 4y(i) + y(i+1)}{6} \Delta t$$

式中, y 为预处理后的信号, z 为一次积分后的信号, Δt 为采样时间。

由时域积分的误差分析可知,积分后的信号 z 中包含一次误差项。采用最小二乘法进行一次拟合,然后去掉这个一次项。设拟合后的函数为 $\psi(t) = Ct + D$ 。设

$$l_1 = \sum_{i=1}^n i, \quad l_2 = \sum_{i=1}^n i^2, \quad R = \sum_{i=1}^n y(i), \quad S = \sum_{i=1}^n t(i) * y(i)$$

拟合公式为 $\begin{bmatrix} n & l_1 \\ l_1 & l_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ S \end{bmatrix}$, 则 C 和 D 的表达式为

$$C = \frac{-l_1 R + n S}{n l_2 - l_1^2}, \quad D = \frac{-l_2 R + R S}{n l_2 - l_1^2}$$

式中, n 为采样点数, $t(i)$ 为第 i 点的时间, $y(i)$ 为第 i 点一次积分后的值。

则一次积分后的值为

$$y'(i) = y(i) - Ct(i) - D \quad (8)$$

按照式(8)就可以得到加速度精确的一次积分后的时间历程。

2.2 频域一次积分法的优化

如果输入信号 $x(t)$ 在时间 T 内采集 N 个数据,则信号的傅里叶变换的归一离散形式为

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}, \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

其对应的傅里叶反变换的归一化离散形式为

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j \frac{2\pi}{N} kn}, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (10)$$

$x(n)$ 经离散傅里叶变换后得到的 $X(k)$ 为一个长度为 N 的复数,它的第 k 个数据 $X(k) = X(k \Delta f) = X(k/T) = a_k + b_k j$, 代表 $x(n)$ 中频率为 k/T 的分量 x_k 。

$$x_k = A_k \cos(2\pi k t / T + \varphi_k) \quad (11)$$

式中, $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ 为 x_k 的幅值, $\varphi_k = \arctan(b_k / a_k)$ 。

可以将 $x(n)$ 表示为

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} [A_k \cos(2\pi k t / T + \varphi_k)] \quad (12)$$

设一次积分前的信号为 $x(n)$ ($0 < n < N-1$), 将其进行傅里叶变换为

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} kn} = a_k + b_k \quad (0 < n < N-1)$$

再将每一个频率分量的信号值 $A(k)$ 转换为一次积分后的值。由于一次积分值与输入信号值相位相差 90° , 则对应于该频率分量的一次积分值 $D(k)$ 为

$$D(k) = d_{1k} + d_{2k} j, \quad d_{1k} = \frac{A_k}{\omega_k} \cos(\varphi_k - \frac{\pi}{2}),$$

$$d_{2k} = \frac{A_k}{\omega_k} \sin(\varphi_k - \frac{\pi}{2})$$

式中, $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $\varphi_k = \arctan(b_k / a_k)$, $\omega_k = 2\pi k / T$ 。

再根据式(10)将 $D(k)$ 做离散傅里叶反变换,即可得到对应于输入信号 $x(n)$ 的较精确的一次积分后的时间历程。

3 应用举例

为了验证频域-时域混合积分法的有效性,在工程实验室的 mts 振动试验台上进行了试验。在 mts 的振动台上安装一

(下转第 237 页)

[4] Kayabol K, Kuruoglu E E, Sankur B. Bayesian separation of images modeled with MRFs using MCMC [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(5): 982-994

[5] Babacan S D, Molina R, Katsaggelos A K. Variational Bayesian blind deconvolution using a total variation prior [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(1): 12-26

[6] Giannakis G, Heath R. Blind identification of multichannel FIR blurs and perfect image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(11): 1877-1896

[7] Sroubek F, Flusser J. Multichannel blind iterative image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(9): 1094-1106

[8] Sroubek F, Flusser J. Multichannel blind deconvolution of spatially misaligned images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(7): 874-883

[9] Yuan L, Sun J, Quan L, et al. Image deblurring with blurred/ noisy image pairs [J]. ACM Transactions on Graphics, 2007, 26(3): 1-10

[10] Kopriva I. Approach to blind image deconvolution by multiscale

subband decomposition and independent component analysis [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2007, 24(4): 973-983

[11] Babacan D, Molina R, Katsaggelos A. Bayesian compressive sensing using Laplace priors [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(1): 53-63

[12] Molina R, Mateos J, Katsaggelos A K. Blind deconvolution using a variational approach to parameter, image, and blur estimation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(12): 3715-3727

[13] Raiffa H, Schlaifer R. Applied Statistical Decision Theory [M]. Boston, MA: MIT Press, 1961

[14] Chan T F, Shen J H. Image Processing and Analysis: Variational, PDE, Wavelet, and Stochastic Methods [M]. Philadelphia, PA: SIAM, 2005

[15] Sroubek F, Cristobal G, Flusser J. A unified approach to super-resolution and multichannel blind deconvolution [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(9): 2322-2332

(上接第 202 页)

加速度传感器,测量振动的加速度值;在试验台上安装一位移传感器,测量振动的位移。将位移传感器测量的动位移和加速度频域-时域混合积分法计算的动位移进行对比。

3.1 误差评价指标

为了评估结果波形的差异,引入平均峰值误差、平均最大相对误差及平方和误差指标。

平均峰值误差是积分位移时程 $y(t)$ 的正、负峰值分别相对于实测位移时程 $s(t)$ 正、负峰值的误差的平均值。

$$E_{rp} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{|\max[y(t)] - \max[s(t)]|}{\max[s(t)]} + \frac{|\min[y(t)] - \min[s(t)]|}{\min[s(t)]} \right\} \quad (13)$$

平均最大相对误差是相对误差时程 $[y(t) - s(t)]$ 的正、负峰值分别相对于 $s(t)$ 正、负峰值的误差的平均值。

$$E_{rn} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{|\max[y(t) - s(t)]|}{\max[s(t)]} + \frac{|\min[y(t) - s(t)]|}{\min[s(t)]} \right\} \quad (14)$$

对比评价两个波形,不仅应注意其各自峰值的差别,而且应考察其总体效应,即波形代表的能量差别。可引入平方和误差来描述积分与实测动位移的能量误差^[3]。

$$E_{rsq} = \frac{\sum_{i=1}^N [y(i)]^2 - \sum_{i=1}^N [s(i)]^2}{\sum_{i=1}^N [s(i)]^2} \quad (15)$$

式中, $y(i)$, $s(i)$ 为 $y(t)$, $s(t)$ 时程的位移采样值, N 为采样点数。

3.2 实测数据计算结果对比

试验中实际测量的加速度信号见图 1,通过加速度频域-时域混合积分法计算的动位移和位移传感器测量的动位移的结果见图 2。

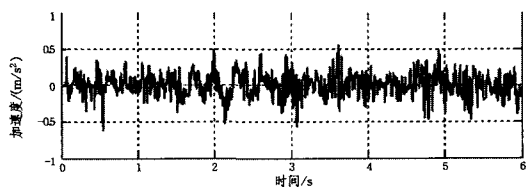


图 1 实测加速度信号

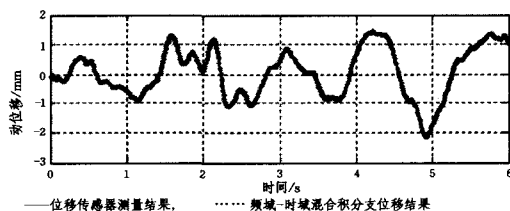


图 2 混合积分结果与位移传感器结果对比

通过提出的指标对加速度频域-时域混合积分法计算动位移的误差进行了评价,具体结果见表 1。

表 1 加速度频域-时域混合积分的位移误差

误差名称	平均峰值误差	平均最大相对误差	平方和误差
数值(%)	3.52	1.15	2.54

从结果可以看出,加速度频域-时域混合积分法计算动位移有很高的精度,完全可以满足实际工程的需要。

结束语 通过对加速度信号两次积分误差的研究,提出了通过加速度信号精确计算动位移的频域-时域混合积分法,得到了如下结论:

(1)时域积分法的误差主要来源于直流干扰产生的累积误差。

(2)频域积分法的误差主要取决于低频截止频率,具有低频截止频率敏感性。

(3)时域-频域混合积分法克服了单独两次时域积分和两次频域积分的弊端。试验结果表明,频域-时域混合积分法是一种有效的由加速度信号精确测量动位移的方法。

参考文献

[1] 王济,胡晓. MA TLAB 在振动信号处理中的应用[M]. 北京:中国水利水电出版社,知识产权出版社,2006:104-107

[2] 余萍,胡孝平. MA TLAB 在振动台试验数据处理中的应用[J]. 水利与建筑工程学报,2008,6(1):121-122

[3] 蒋良淮,姚令佩,吴伟. 边坡振动台模型试验动位移的加速度时程积分探讨[J]. 防灾减灾工程学报技术,2009(3)

[4] 李强,王太勇,胥永刚. 基于频域积分的振动参量转换修正算法[J]. 组合机床与自动化加工技术,2005(9):60-61,65

[5] 李乃成,邓建中. 数值计算方法[M]. 西安:西安交通大学出版社,2002