

# 基于模糊隶属度空间约束的 FCM 图像分割

彭代强<sup>1</sup> 李家强<sup>2</sup> 林幼权<sup>1</sup>

(南京电子技术研究所 南京 210039)<sup>1</sup> (南京信息工程大学电子与信息工程学院 南京 210044)<sup>2</sup>

**摘要** 针对模糊 C 均值(FCM)算法对噪声较为敏感,提出了基于隶属度空间约束的 FCM 图像分割方法,该方法将隶属度空间约束关系引入到 FCM 目标函数,在新的目标函数中,像素点的隶属度不仅仅与 FCM 标准目标函数有关,还与其领域像素点的隶属度有关。由于融合了图像像素点的空间信息,反映了领域像素点间的隶属度关联信息,因此该算法具有较强的抗噪性能。

**关键词** 图像分割,模糊 C-均值,模糊隶属度

**中图法分类号** TP391.4 **文献标识码** A

## FCM Image Segmentation Based on the Spatial Restrained Fuzzy Membership

PENG Dai-qiang<sup>1</sup> LI Jia-qiang<sup>2</sup> LIN You-quan<sup>1</sup>

(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210039, China)<sup>1</sup>

(College of Electronic & Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)<sup>2</sup>

**Abstract** The conventional FCM algorithm is sensitive to noise. To overcome the defect of FCM algorithm, we proposed a novel regularized fuzzy c-means algorithm for image segmentation based on the spatial restrained fuzzy membership. This approach introduced the relation of space restrained fuzzy membership into the modified FCM objective function. In the new objective function, the membership generated by the proposed algorithm is a product of two terms, the first term is the standard FCM membership responsible for data partitioning, and the second term is a robust constraint of neighborhood membership. Due to the introduction of the spatial information and the relation of neighborhood membership during the process of clustering, the algorithm has good performance in resisting noises.

**Keywords** Image segmentation, FCM, Fuzzy membership

## 1 引言

图像分割是模式识别和计算机视觉中的一个经典难题,它是指把图像分成各具特性的区域并提取出感兴趣目标的技术和过程。近年来,由于具有比传统的硬方法保留更多原始图像信息的能力,FCM 算法引起了人们的广泛关注,该方法由 Dunn<sup>[1]</sup> 提出,经过 Bezdek<sup>[2]</sup> 推广后,已成功应用在目标识别和图像分割等领域。然而传统的 FCM 算法在分割过程中认为各像素点的灰度分布相互独立,它没有考虑各像素点的空间关联性,因此,分割结果对噪声或灰度起伏较为敏感。

为减小噪声对 FCM 算法的影响,可以在分割前对图像进行预处理,以抑制噪声,从而再对预处理后的图像进行分割,提高分割性能,然而,重要的是在图像分割前我们无法控制滤波的程度,如果直接进行滤波预处理,会丢失图像的一些细节信息,这将导致边缘出现误分割现象。对此不少人员提出了一些改进方法<sup>[3-7]</sup>; chuang 等<sup>[3]</sup> 提出了隶属度空域算法,该算法在获取图像隶属度后,对领域像素点的隶属度进行空域处理,以减少噪声对分割的影响; Tolias 等<sup>[4]</sup> 考虑隶属度的空间限制,对像素点的隶属度添加或减去某一较小常数,进行

ad-hoc 修正,控制噪声对隶属度的影响。可以发现,这些算法是一种后处理方式,其分割可以分为两个步骤:首先在每次迭代过程中使用标准 FCM 算法获取图像隶属度;然后再考虑像素点的领域信息,建立隶属度修正函数,修正每一个像素点的隶属度。实际上,在 FCM 目标函数中引入惩罚函数,以反映领域点的相互关联,可直接获取高精度的隶属度值, Mohamed 等<sup>[7]</sup> 考虑了领域点对目标函数的影响,建立局部目标函数,并将其引入到 FCM 目标函数中进行惩罚,得到了较为理想的分割结果。

本文基于领域像素间的模糊隶属度空间约束关系,建立领域像素模糊隶属度约束函数,将其引入到 FCM 目标函数,在分割中,像素点的隶属度不仅与该像素点的灰度及分类中心有关,还与其领域像素点的隶属度相关,这可以控制因噪声引起的灰度起伏变化较大导致的隶属度偏差较大,获得鲁棒的分割结果。

## 2 FCM 算法

FCM 聚类算法是一种基于目标函数的聚类方法,它把聚类归结成一个带约束的非线性规划问题,通过优化求解获得

到稿日期:2009-11-03 返修日期:2010-02-01 本文受江苏省博士后基金项目(0801023C)资助。

彭代强(1975-),男,博士,主要研究方向为模式识别与图像处理, E-mail: pengdaiq@gmail.com; 李家强(1976-),男,博士,主要研究方向为雷达信号处理; 林幼权(1966-),博士,研究员,主要研究方向为雷达系统设计等。

数据集的模糊划分和聚类<sup>[1]</sup>,其基本思想是通过反复修改聚类中心和分类矩阵来实现动态的迭代聚类,使得被划分到同一类的对象之间相似度最大,而不同类别之间的相似度最小。

给定观察空间中的一个有限样本集  $X = \{x(i, j) | i = 1, \dots, N_1, j = 1, \dots, N_2\}$ ,  $x(i, j)$  为  $N_1 \times N_2$  待分割图像在位置  $(i, j)$  处的灰度特征,  $x(i, j) \in R^p$ ,  $C$  为预定的类别数目,  $2 \leq C \leq N_1 N_2$ ,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_c\}$  是  $C$  个聚类中心,  $v_k \in R^p$ ,  $1 \leq k \leq C$ ,  $X$  中任意样本  $x(i, j)$  对第  $k$  类的隶属度为  $u_k(i, j)$ , 分类结果用一个模糊隶属矩阵  $U = \{u_k(i, j) | k = 1, \dots, C\}$  表示, 则用隶属度函数定义的聚类损失函数可以写为:

$$J_{FCM}(U, v) = \sum_{k=1}^C \sum_{i,j} u_k^m(i, j) d_k^2(i, j) \quad (1)$$

满足  $u_k(i, j) \in [0, 1]$

且  $0 < \sum_{i,j} u_k(i, j) < N_1 N_2, 1 \leq k \leq c$

$$\sum_{k=1}^C u_k(i, j) = 1, 1 \leq i \leq N_1; 1 \leq j \leq N_2 \quad (2)$$

式中,  $d_k^2(i, j)$  是第  $(i, j)$  个样本与第  $k$  个聚类中心的 Euclid 距离,  $d_k^2(i, j) = \|x(i, j) - v_k\|^2$ , 根据 Lagrange 乘子寻优算法, 由式(1)和式(2)可导出最优隶属度函数为:

$$u_k(i, j) = \frac{1}{\sum_{l=1}^C \left[ \frac{d_l^2(i, j)}{d_k^2(i, j)} \right]^{1/m-1}} \quad (3)$$

聚类中心  $v_k$  为:

$$v_k = \frac{\sum_{i,j} u_k^m(i, j) x(i, j)}{\sum_{i,j} u_k^m(i, j)} \quad (4)$$

### 3 基于模糊隶属度空间约束的 FCM 算法

为提高 FCM 算法的抗噪性,我们在 FCM 的目标函数中对隶属度引入空间约束关系,新的目标函数为:

$$J_1(U, v) = \sum_{k=1}^C \sum_{i,j} u_k^m(i, j) d_k^2(i, j) + \gamma \sum_{k=1}^C \left( \sum_{i',j' \in N_{i,j}} \|u_k(i, j) - u_k(i', j')\|^m \right) \quad (5)$$

式中,  $N_{i,j}$  为像素点  $(i, j)$  的邻域区域, 上式的第二项对  $(i, j)$  点隶属度  $u_k(i, j)$  与其领域隶属度  $u_k(i', j')$  的差异进行惩罚, 这将确保  $u_k(i, j)$  受其领域像素点的隶属度  $u_k(i', j')$  影响, 该影响程度由惩罚因子  $\gamma$  控制, 为求解隶属度函数, 建立 Lagrange 函数, 在条件式(2)下获取式(5)的极小值, 可得:

$$F = \sum_{k=1}^C \sum_{i,j} u_k^m(i, j) d_k^2(i, j) + \lambda_{i,j} \left( 1 - \sum_{k=1}^C u_k(i, j) \right) + \gamma \sum_{k=1}^C \left( \sum_{i',j' \in N_{i,j}} \|u_k(i, j) - u_k(i', j')\|^m \right) \quad (6)$$

式(6)对  $u_k(i, j)$  求导, 并令其等于零, 得到:

$$\frac{\partial J_2}{\partial u_k(i, j)} = m u_k^{m-1} d_k^2(i, j) + \lambda_{i,j} + m \gamma \sum_{i',j' \in N_{i,j}} \|u_k(i, j) - u_k(i', j')\|^{m-1} \quad (7)$$

式中,  $m \in [1, \infty)$  为加权指数, 当  $m = 1$  时, 模糊聚类就退化为硬  $C$  均值聚类, 此时,  $u_k(i, j)$  的取值为 0 或 1, 当  $m$  增大时,  $u_k(i, j)$  分布会更加趋从于均匀分布, Palnr 等人<sup>[8]</sup>的研究表明,  $m$  的最佳选择范围为  $[1.5, 2.5]$ , 通常  $m = 2$  是比较理想的取值, 此时有:

$$u_k(i, j) (2d_k^2(i, j) + 2(N_R - 1)\gamma) - 2\gamma \sum_{\substack{i',j' \in N_{i,j} \\ i' \neq i, j' \neq j}} u_k(i', j') + \lambda_{i,j} = 0 \quad (8)$$

式中,  $N_R$  为邻域区域  $N_{i,j}$  中像素点个数, 假设邻域区域  $N_{i,j}$  是大小为  $(2M_1 + 1) \times (2M_2 + 1)$  的窗口, 考虑限制条件式(2),

有

$$UA = B \quad (9)$$

$$U_k = [u_k(i - M_1, j - M_2), \dots, u_k(i + M_1, j + M_2)] \quad (10)$$

$$U = [U_1, \dots, U_k, \dots, U_C, \lambda_1, \dots, \lambda_{N_R}] \quad (11)$$

$$B = [0, \dots, 0, 1, \dots, 1] \quad (12)$$

式中,  $U, B$  是含有  $(C+1)N_R$  个元素的一维矢量, 其中  $U$  为窗口内像素点在不同类别时的模糊隶属度,  $B$  矢量中前  $C \times N_R$  个元素为 0, 后  $N_R$  个元素值为 1, 定义  $D_k^{i,j}$  和  $P_k$  为:

$$D_k^{i,j} = 2d_k^2(i, j) + 2(N_R - 1)\gamma \quad (13)$$

$$P_k = \begin{bmatrix} D_k^{-M_1, j-M_2} & \dots & -2\gamma & \dots & -2\gamma \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ -2\gamma & \dots & D_k^{i,j} & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ -2\gamma & \dots & -2\gamma & \dots & D_k^{+M_1, j+M_2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

则系数方阵  $A$  为:

$$A = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & P_2 & 0 & \dots & \dots & 0 & I \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \dots & 0 & I \\ 0 & \dots & 0 & P_k & 0 & 0 & I \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \ddots & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_c & I \\ I & I & I & I & I & I & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中,  $I$  为  $N_R \times N_R$  的单位矩阵,  $P_k$  是对角线元素为  $D_k^{i',j' \in N_{i,j}}$  的  $N_R \times N_R$  矩阵, 可得:

$$U = BA^{-1} \quad (16)$$

同理, 式(6)对  $v_k$  求导, 可得聚类中心  $v_k$  为:

$$v_k = \frac{\sum_{i,j} u_k^m(i, j) x(i, j)}{\sum_{i,j} u_k^m(i, j)} \quad (17)$$

该值与标准 FCM 算法表达式相同, 这是因为式(5)第二项与聚类中心  $v_k$  无关。综上所述, 本文算法的主要步骤为:

1. 初始化聚类中心  $v$  的  $C$  个矢量, 给定  $m > 1$ , 设定停止误差  $\epsilon$  及惩罚因子  $\gamma$ ;
2. 在图像上滑动窗口, 由式(16)计算每一个像素点的隶属度值;
3. 由式(17)计算新的聚类中心;
4. 如果算法收敛, 则输出分割结果, 否则, 跳至步骤 2。

### 4 实验与讨论

为了定量地比较结果, 我们引入错误分割率这个概念,  $MCR = \frac{\text{错误分割的像素数}}{\text{总像素}} * 100\%$ , 实验主要对人工合成图像及颅脑 MR 图像进行研究, 以验证提出的算法对噪声干扰的鲁棒性。

在实验中, 图像灰度级被归一化为 0 到 1 之间, 窗口选取为  $3 \times 3$ , 也就是说, 中心像素点的隶属度受窗口内其它 8 个像素点的隶属度影响。图 1(a) 为一幅  $128 \times 128$  大小的 3 种灰度值为  $(0.1172, 0.3125, 0.4688)$  的人造加噪图像, 选取  $(0, 0.3, 0.5)$  作为初始聚类中心, 使用本文算法和传统的 FCM 算法对仿真图像进行分割, 图 1(b)、(c) 分别为本文算法和 FCM 算法的分割结果。在本实验中, FCM 算法迭代 22 次达到给定的停止误差  $\epsilon$ , 误分类像素占总像素百分比为 5.83%, 共有 955 个像素被误分类, 迭代收敛时的聚类中心为  $(0.1128, 0.3097, 0.4739)$ , 相对于 FCM 算法, 本文算法迭代

8次就达到给定的停止误差 $\epsilon$ ,误分类百分比为0.061%,即10个像素被误分类,收敛时的聚类中心为(0.1179, 0.3127, 0.4679),较接近于无噪声污染时的图像灰度值。从图像分割结果可以看出,传统的FCM算法对图1(a)中的噪声强度比较敏感,分割后的区域内部不连续,存在误分点,提出的算法分割结果明显改善,与真实结果相差较近。图2示出了图像像素点在类别3时的模糊隶属度,其余类别的隶属度结果类似,可以看出,FCM算法的模糊隶属度受噪声干扰影响较大,变化较为剧烈,相对于FCM算法,本文算法获取的模糊隶属度在同一类别中变化较为平缓,不同类别的模糊隶属度差异较大。

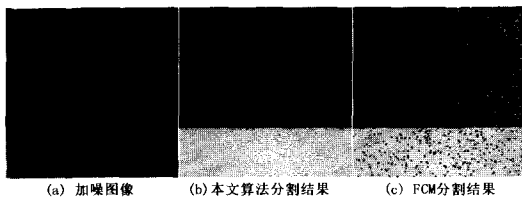


图1 仿真图像分割结果

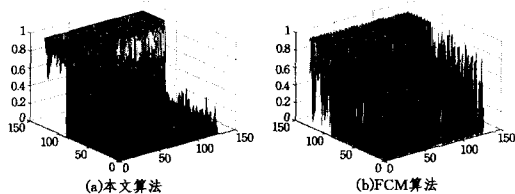


图2 模糊隶属度对比(类别3)

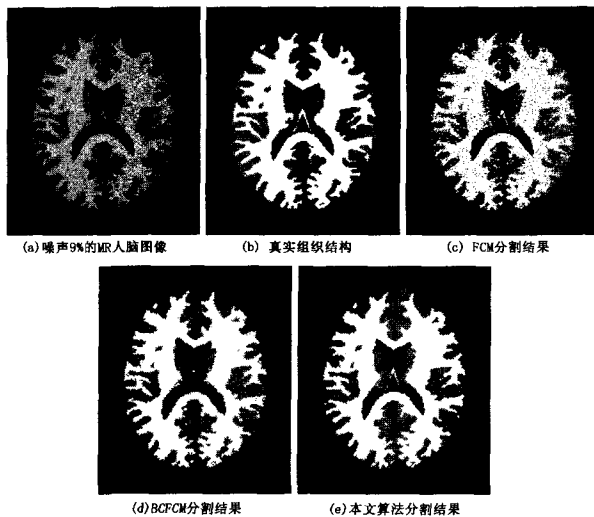


图3 9%噪声条件下MR图像分割结果

图3为颅脑MR图像分割结果,该图像来自于BrainWeb脑部MR图像数据库<sup>[9-11]</sup>,该数据库还同时提供了脑部不同组织的真实分布结构图,因此,可以通过对比实验分割结果与真实组织结构来验证算法性能。在实验中我们首先剔除了脑壳等其它结构,把人脑图像分为4个部分,即WM,GM,CSF和背景,类别 $C=4$ 。为了对比不同算法的分割效果,运用FCM算法、文献[7]的BCFCM算法及本文算法对该图像进行分割,图3(a)为一幅大小为 $217 \times 181$ 、灰度级被归一化为0到1之间的、噪声为9%的人脑MR T1加权图像,图3(b)为真实组织结构,图3(c)为FCM分割结果,图3(d)为BCFCM算法分割结果,图3(e)为本文算法分割结果。从图

中可以看出,FCM算法不能正确地对MR图像进行分割,BCFCM算法与本文算法分割结果更加均匀,分割区域孤立噪声点几乎没有,与真实结果更加相近,相对于BCFCM算法,本文算法的分割结果有些许提高,在迭代收敛上,本文算法所需的迭代次数较少于BCFCM算法。

表1示出了在不同噪声条件下,以上3种算法对MR人脑图像的错误分割率MCR,可以看出,随着噪声增大,3种算法的错误分割率均相应增大,在噪声较小时,FCM算法与BCFCM、本文算法的分割结果还较为接近,相差最大为0.25%,当噪声较大时,FCM算法性能明显降低,本文算法对噪声的鲁棒性较强。

表1 不同噪声条件下的错误分割率MCR对比

方法	MCR			
	3% noise	5% noise	7% noise	9% noise
FCM	1.71%	2.6%	4.6%	7.58%
BCFCM	1.64%	2.54%	3.47%	4.88%
Our method	1.46%	2.12%	2.96%	3.33%

**结束语** 本文提出了一种新的基于模糊隶属度空间约束的FCM图像分割算法,该算法考虑了像素点模糊隶属度在空间中的关联性,在FCM目标函数中引入了邻域模糊隶属度空间约束函数,以减少噪声对分割质量的影响,实验结果表明,本文算法具有很好的分割效果,对噪声具有较强的鲁棒性。

## 参考文献

- [1] Dunn J C. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well separated clusters [J]. *J. Cybern.*, 1974, 3(3): 32-57
- [2] Bezdek J C. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm*[M]. New York: Plenum, 1981
- [3] Chuang K S, Tzeng H L, Chen S, et al. Fuzzy c-means clustering with spatial information for image segmentation [J]. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2006, 30: 9-15
- [4] Tolias Y A, Panas S M. On applying spatial constraints in fuzzy image clustering using a fuzzy rule based system [J]. *IEEE Trans. Signal Processing Letter*, 1998, 5(10): 245-247
- [5] 杨红颖,王向阳,王春花. 基于特征加权的自适应FCM彩色图像分割算法[J]. *计算机科学*, 2009, 36(8): 281-285
- [6] Hu Ying-kang, Hathaway R J. Density-weighted fuzzy C-means clustering [J]. *IEEE Trans on Fuzzy systems*, 2009, 17(1): 243-252
- [7] Ahmed M N, Yamany S M, Mohamed N, et al. A modified fuzzy c-means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data [J]. *IEEE Trans on Medical Imaging*, 2002, 21: 193-199
- [8] Palnr, Bezdek J C. On cluster validity for the fuzzy C-means model [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1995, 3(3): 370-379
- [9] Cocosco C A, Kollokian V, Kwan R K S, et al. BrainWeb: Online interface to a 3D MRI simulated brain database [J]. *euroImage*, 1997, 5(4)
- [10] Kwan R K S, Evans A C, Pike G B. An extensible MRI simulator for post-processing evaluation. *Lecture Notes in Computer Science*[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1996, 1131: 35-140
- [11] Collins D L, Zijdenbos A P, Kollokian V, et al. Design and construction of a realistic digital brain phantom [J]. *IEEE Trans on Med. Imag.*, 1998, 17: 463-468