

图像 1DFFT-MP 稀疏分解算法研究

李小燕 尹忠科

(西南交通大学信息科学与技术学院 成都 610031)

摘要 针对图像稀疏分解速度慢和重建图像视觉效果不好的问题,提出了一种基于 MP 和一维 FFT 的图像稀疏分解算法。算法中把二维图像按行抽取成一维信号,同样地,把过完备原子库中的原子按行抽取成一维原子,然后把二维图像或图像残差与原子的内积运算转化为一维信号或信号残差与一维原子的互相关运算,最后利用一维 FFT 方法计算一维信号与原子的互相关运算。通过实验验证表明,在重建图像的质量没有改变的前提下,当图像大小为 512×512 时,一维 FFT 图像稀疏分解算法的速度比二维 FFT 提高了 2.11 倍。

关键词 图像处理,稀疏分解,MP,过完备原子库,FFT

中图分类号 TN911.73 **文献标识码** A

Image Sparse Decomposition Algorithm Based on MP and 1DFFT

LI Xiao-yan YIN Zhong-ke

(School of Information Science & Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract There are two main problems in image sparse decomposition that the speed is time-consuming and the visual effect of reconstructed image is not very good. This paper introduced a new algorithm based on MP and 1DFFT in image sparse decomposition. Two-dimensional image to be decomposed is converted into one-dimensional signal. Likewise, the atoms of the over-complete dictionary are converted into one-dimensional atoms. Then, the inner product operation between image or residual image and atom is transformed into the cross-correlation operation of one-dimensional signals. Finally, the method of FFT realizes the cross-correlation operation between one-dimensional signal and one-dimensional atom. Experimental results show that, when the size of the image is 512×512 , compared with the two-dimensional FFT method, the proposed algorithm speeds up a little more than 2.11 times without any loss of the reconstructed image quality.

Keywords Image processing, Sparse decomposition, MP, Over-complete dictionary, FFT

1 引言

经典的 Fourier 分解以及 DCT 分解在图像处理和编码中有着重要的应用,曾经有力地推动了图像处理和编码的发展,形成了基于 DCT 的国际图像压缩标准 JPEG。但是经典的 Fourier 分解用于表示图像时,只能把图像信号分解成一个个具有不同强度和不同频率的分量的组合,而不能给出频率分量在图像上出现的位置。而图像在进行小波分解时,常规的小波基是确定的,这就限制了小波分解的灵活性。Mallat 和 Zhang 总结前人研究成果,在小波分析的基础上于 1993 年提出了信号在过完备原子库上分解的思想^[1-3]。通过信号在过完备原子库上的分解,用来表示信号的基就可以自适应地根据信号本身的特点灵活选取,这种方法使得信号可以稀疏表示^[4]。由于信号稀疏表示的优良特性,使得信号稀疏表示的研究很快从一维信号推广到作为二维信号的图像表示研究上^[5,6],信号与图像的稀疏分解具有广泛的应用价值^[7-9]。

本文通过对基于 MP 算法的图像稀疏分解过程的分析,

发现稀疏分解中主要的运算量是分解过程中每一步寻找最佳原子时的匹配运算,即图像或图像的残差与原子的内积运算。这种内积运算是多维的内积运算(空间维数和图像大小相同),需要多次循环迭代计算(每一步的运算次数与原子库中原子的个数相同),这是基于 MP 的图像稀疏分解计算量特别大的根本原因。文献[10]提出了基于 1DFFT 和 MP 的图像稀疏分解算法设想,但没有实现该算法。本文在其基础上实现了该算法设想,并针对其重建图像视觉效果不好的问题,设计了一个改进方案:利用图像稀疏分解的过完备原子库集合划分方法及一维 FFT 算法实现互相关运算来寻找最佳原子,以解决图像稀疏分解效果不好的难题。

2 图像稀疏分解及过完备原子库

2.1 图像的稀疏表示

设研究的图像为 f , f 的大小为 $M_1 \times M_2$, M_1 和 M_2 为图像的长和宽。设 $D = \{g_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$ 为用于图像稀疏分解的过完备原子库, g_γ 为参数组 γ 定义的原子,用不同的方法构造原子,

到稿日期:2009-11-03 返修日期:2010-01-20 本文受国家自然科学基金(60772084)资助。

李小燕(1986—),女,博士生,主要研究方向为图像压缩,E-mail:lixiaoyan7015@yahoo.cn;尹忠科(1969—),男,博士,教授,主要研究方向为信号与信息处理、图像处理与传输。

参数组 γ 所含有的参数及参数个数也不一样。原子 g_γ 的长度与图像本身长度相同,但原子应做归一化处理,即 $\|g_\gamma\| = 1$ 。 Γ 为参数组 γ 的个数应远远大于图像的大小,即若用 P 表示过完备原子库 $D = \{g_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$ 中原子的个数,则有 $P \gg M_1 \times M_2$ 。通过图像稀疏分解,可以得到图像的一个线性表示^[1,2]:

$$f = \sum_{k=0}^{L-1} \langle R^k f, g_{\gamma_k} \rangle g_{\gamma_k} \quad (1)$$

式中, $\langle R^k f, g_{\gamma_k} \rangle$ 表示图像 f 或图像的残余 $R^k f$ 在对应原子 g_{γ_k} 上的分量, $L \ll M_1 \times M_2$ 。式(1)和 $L \ll M_1 \times M_2$ 集中体现了稀疏表示的思想。

2.2 过完备原子库

图像 f 稀疏分解的结果,即图像 f 的稀疏表示,一般用式(1)来表示。基于稀疏分解的图像压缩,就是对图像用此种方式表达时的数据进行量化和编码,以达到图像压缩的目的。非对称原子^[11]在图像稀疏表示中显示出良好性能,所以我们在稀疏分解中采用非对称原子。非对称原子的基本形式表示如下:

$$g(x, y) = (4x^2 - 2)e^{-(x^2 + y^2)} \quad (2)$$

通过对基本非对称原子进行旋转、平移和伸缩变换^[7],可以得到一系列原子 g_γ ,从而形成原子库 $D = \{g_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$ 。

$$g_\gamma = g_\theta \left(\frac{x-u}{s_x}, \frac{y-v}{s_y} \right) \quad (3)$$

式中, $\gamma = (\theta, u, v, s_x, s_y)$, 而 θ, u, v, s_x, s_y 分别代表原子的旋转、原子在 x, y 方向上的平移和伸缩。图像稀疏分解的最终结果数据为:

$$\{ \langle R^k f, g_{\gamma_k} \rangle, \theta_k, u_k, v_k, s_{x_k}, s_{y_k} \mid k=0, 1, 2, \dots, n-1 \} \quad (4)$$

2.3 图像稀疏分解结果数据的分布规律及动态范围

为了对图像分解的最终结果进行量化和编码,需要分析其分布范围和分布规律。稀疏分解结果数据的分布规律取决于分解所使用的算法和原子,本节使用 MP 算法^[1,2,5,6]和非对称原子^[11],因此分解出的结果的数据为式(4)。进一步分析可发现,随着 MP 迭代过程的进行,图像中有意义的内容在逐渐减少,因此 $\langle R^k f, g_{\gamma_k} \rangle$ 的值应该随着迭代过程逐渐减小。在迭代过程的最初阶段,MP 分解过程总是首先捕捉图像中空间分布范围较大的信息;随着迭代的进行,图像中信息逐渐减少,MP 分解过程开始捕捉图像中的细节信息,所以伸缩分量 s_x 和 s_y 随着迭代进行呈衰减分布。因为图像的信息在图像的绝大部分位置随机分布,所以匹配图像信息的原子的位置也呈随机分布,即平移分量 u, v 的取值呈均匀分布。

图像稀疏分解结果数据的动态范围和分布规律,一方面是由稀疏分解内在规律^[5,6]决定的,另一方面跟原子库的结构有关。原子库的结构由 θ, u, v, s_x 和 s_y 的取值情况决定。 θ, u, v, s_x 和 s_y 取值为: $1 \leq u \leq M_1, 1 \leq v \leq M_2, \theta = 2\pi \times (\theta' / \max(M_1, M_2)), 1 \leq \theta' \leq \max(M_1, M_2), s_x = 2^{stx/NN}, 0 \leq stx \leq NN(\log_2 M_1 - 1), s_y = 2^{sty/NN}, 0 \leq sty \leq NN(\log_2 M_2 - 1), NN = 5$ 。其中, θ, u, v, s_x, s_y 均取整数。在基于稀疏分解的图像压缩编码^[9]中,由于 θ, u, v, s_x, s_y 均取整数,因此一般无需进行量化,并且也简化了编码过程。

3 图像 1DFFT-MP 算法描述

图像稀疏分解的速度非常缓慢,根据过完备原子库的集合划分结果,库里的原子是由等价关系构成一个划分的,每一个划分的子集具有相同的特性。同一个子集内部的所有原子

分解可以转换成一种相关运算,然后利用 FFT 方法^[8]快速实现在一个子集内的分解。根据 FFT 计算的特点,将二维图像按行抽取展开成一维信号,从而利用一维信号稀疏分解算法来实现二维图像的稀疏分解。该设计方案就是利用一维 FFT 技术把图像或图像的残差与原子的内积运算组合转化为图像或图像的残差与原子的互相关运算,提高了运算速度。在二维空间上实现对已生成的中心原子进行旋转、平移和伸缩变换,然后根据这些原子组合来重建图像。综合上面的改进方案,图像 1DFFT-MP 稀疏分解的算法流程图如图 1 所示,其中算法步骤分为 4 部分:

- (1) 首先构造具有良好结构的过完备原子库;
- (2) 把二维图像转换成一维信号,把原子库中的原子转换成一维原子;
- (3) 利用一维 FFT 循环互相关运算寻找最佳原子;
- (4) 以此类推,直到循环迭代条件结束。

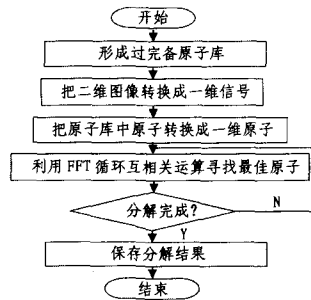


图 1 图像 1DFFT-MP 算法流程框图

4 实验结果与分析

在实验中,先设置原子参数形成原子图像,研究原子图像与原子的配准问题,发现由于原子旋转角度是对称的,因此可以令 $\theta' \in [1, \max(M_1, M_2)/2]$,这样运算速度会有所提高。采用循环卷积计算方法,原子能量溢出来的部分会从另外一边进入,保留住原子的全部能量。当原子中心在边界上或出了边界时,原子能量只有一部分在研究的区域内,在过完备原子库中并没有找到合适的原子进行匹配,进而用中心在其附近、伸缩参数较小的小原子作为最佳原子,这就是导致重建图像参数组中的某几个参数没有配准的原因。

利用 FFT 实现基于 MP 的图像稀疏分解有两种算法,一种是二维 FFT 算法,另一种是一维 FFT 分解,本文采用的是二维 FFT 算法,另一种是一维 FFT 分解,本文采用的是二维 FFT 算法。实验中采用 512×512 的 Lena 标准图像中截取 64×64 小块图像,过完备原子库按文献[2]来创建。由于图像稀疏分解的速度依赖于计算条件,即硬件条件和软件条件,把二维 FFT 的图像稀疏分解算法速度设为 1,则一维 FFT 的图像稀疏分解速度是二维 FFT 的 1.09 倍,随着图像大小的增大,一维 FFT 的图像稀疏分解速度会有所提高,比现有算法的优点更加突出。当图像增大到 512×512 时,速度将提高到 2.11 倍。

图 2 中给出了原始图像及利用一维 FFT 算法重建的图像,重建图像是在过完备原子库上分解为 100 个原子后恢复出来的,按照 MP 算法进行稀疏分解和重建。用 100 个原子即可表示出图像信息和主要特征,说明了这种表示的稀疏性。随着程序循环迭代次数的增加,重建图像的视觉效果会变得更好。

(下转第 250 页)

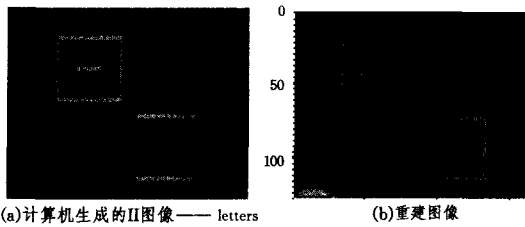


图 7

结束语 从对比实验结果可以看出,重建盒子(见图 5(b))和重建圆锥(见图 6(b))的各分段宽度仍是相等的,而且各段之间仍是明显分开的;从重建圆锥的边界还可以清楚地看出,前文分析中所见的交错穿插现象(见图 3)在此并未出现;此外,从重建的字母图像(见图 7(b))可见没有出现 Ref. 6 中的图像失真现象。由此可见,在深度优先、与记录平面共轭的参考平面在无穷远处的成像系统中并未出现 Ref. 6 中所说的反向收缩交错的 facet-braiding 现象。因此,从三维重建而非单个小微透镜的角度来考虑 facet-braiding 现象时,Ref. 6 中所述条件下会出现该现象的说法并不成立。

以后将在现有 facet-braiding 现象研究的基础上,从“真正的观看者”角度即三维重建的角度来分析在什么条件下会出现影响图像观看效果的 facet-braiding 现象,以及更进一步提出减弱或避免该现象的方法。

参考文献

[1] Okoshi T. Three dimensional imaging Techniques [M]. London: Academic Press, 1976
 [2] Okano F, et al. Real-time pickup method for a three-dimensional

image based on integral photography [J]. Applied optics, 1998, 36(7):1598-1603

[3] 王红霞,伍春洪,杨扬,等. 计算机生产三维全景图像的研究现状与发展[J]. 计算机科学, 2008, 35(6):11-14
 [4] Stern A, Javidi B. Three-dimensional image sensing, visualization, and processing using integral imaging [J]. Proceeding of IEEE, 2006, 94(3):591-607
 [5] Martinez-Corral M, Javidi B. Multifacet structure of observed reconstructed integral images [J]. Optics Society of America, 2005, 22(4):597-603
 [6] Martinez-Cuenca R, Saavedra G, Martinez-Corral M, et al. Facet braiding: a fundamental problem in integral imaging [J]. Optics Letters, 2007, 32(9):1078-1080
 [7] Burckhardt C B. Optimum parameters and resolution limitation of integral photography [J]. JOSA, 1968, 58:71-76
 [8] Okoshi T. Optimum Design and Depth Resolution of Lens-Sheet and Projection-Type Three-Dimensional Displays [J]. Applied Optics, 1971, 10(10):2284-2291
 [9] Hoshino H et al. Analysis of resolution limitation of integral photography [J]. JOSA, 1998, 15(8):2059-2065
 [10] Fushou J, Jang J. Effects of device resolution on three-dimensional integral imaging [J]. Optics Letters, 2004, 29(12):1345-1347
 [11] 伍春洪, 齐宁, 杨扬. 基于 POV-Ray 的三维全景图像的计算机生成方法 [J]. 微计算机信息, 2007, 8(1):99-101
 [12] Wu C, et al. Depth measurement from unidirectional integral images using a modified multi-baseline disparity analysis algorithm [J]. Journal of Electronic Imaging, 2005, 14(2):1-9

(上接第 247 页)

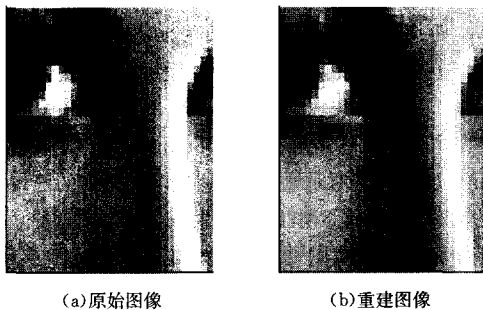


图 2 图像和利用一维 FFT-MP 算法重建的图像

结束语 本文介绍的基于 MP 和一维 FFT 的图像稀疏分解算法对提高运算速度是很有意义的。将二维图像转换成一维信号,原子库中的原子也转换成一维原子,然后实现一维信号或一维信号残差与一维原子的互相关运算。一维 FFT 技术并不会破坏图像的空间特性,因为图像和原子都是按行抽取的,仍然保持着空间的主要特征。随着图像的增大,一维 FFT 图像稀疏分解算法比现有算法提高的速度越高。而且随着过完备原子库分解原子数目的不断增多,重建图像的视觉效果也变得更好。

参考文献

[1] Mallat S, Zhang Z. Matching pursuit with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(12):

3397-3415

[2] Bergeau F, Mallat S. Matching pursuit of images [A]// Proceedings of IEEE-SP[C]. Philadelphia, PA, USA, 1994:330-333
 [3] Arthur P L, Philipos C L. Voiced / unvoiced speech discrimination in noise using gabor atomic decomposition [A]// Proc. of IEEE ICASSP[C]. Hong Kong; IEEE Press, 2003, 1(4):820-828
 [4] Gribonval R, Nielsen M. Sparse decompositions in ‘incoherent’ dictionaries [A]// Proceedings of IEEE ICIP[C]. 2003:33-36
 [5] 尹忠科, 王建英, Vandergheynst P. 在低维空间实现的基于 MP 的图像稀疏分解 [J]. 电讯技术, 2004, 44(3):12-15
 [6] 尹忠科, 王建英, Vandergheynst P. 一种新的图像稀疏分解快速算法 [J]. 计算机应用, 2004, 24(10):92-96
 [7] 尹忠科, 王英, 张跃飞, 等. 图像稀疏分解中原子形成的快速算法 [J]. 电讯技术, 2005(6):12-16
 [8] 尹忠科, 邵君, Pierre Vandergheynst. 利用 FFT 实现基于 MP 的信号稀疏分解 [J]. 电子与信息学报, 2006(4)
 [9] 张跃飞, 姜玉亭, 王建英, 等. 基于稀疏分解的图像压缩 [J]. 系统工程与电子技术, 2006
 [10] 尹忠科. 稀疏分解及其在图像压缩中的应用研究 [J]. 学术动态, 2007(2):12-15
 [11] Vandergheynst P, Frossard P. Efficient image representation by anisotropic refinement in matching pursuit [A]// Proceedings of IEEE on ICASSP[C]. USA; Salt Lake City, 2001:1757-1760