

基于混沌优化的二级倒立摆最优控制实验

姚荣斌¹ 李生权²

(南京大学近代声学教育部重点实验室 南京 210008)¹

(飞行器结构力学与控制教育部重点实验室 南京 210016)²

摘 要 为解决 LQ 控制多变量系统时权矩阵参数难以确定的问题,在引入一种与系统动态性能密切相关的性能指标基础上,提出了混沌全局粗搜索和局部细搜索相结合的优化 LQ 控制器,并且进行了二级倒立摆的实时控制。最后的实验证实了,该方法既是线性二次型泛函意义下的最优,又能解决具有快速、强非线性、绝对不稳定系统的控制问题。

关键词 混沌, LQ 控制, 二级倒立摆, 性能指标, 实验

中图分类号 TP273 文献标识码 A

Experiment of Double Inverted Pendulum Based on Chaos Optimal Control

YAO Rong-bin¹ LI Sheng-quan²

(Key Laboratory of Modern Acoustics, Ministry of Education, Nanjing 210008, China)¹

(The Key Lab. for Smart Material and Structure, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)²

Abstract A method of controlling double inverted pendulum was presented in this paper. Chaos optimization linear quadratic controller based on the dynamic performance index was proposed, in order to solve the choice of weighting matrix problem in LQ control multi-variable. The controller designed by the approach can satisfy the performance index of linear quadratic. The real-time control curves of the double inverted pendulum show that this method not only own characteristics of quick speed, but also solve the problem of serious nonlinear and absolutely unstable.

Keywords Chaos, LQ control, Double inverted pendulum, Performance index, Experiment

二级倒立摆是典型的快速、多变量、强非线性、不稳定系统,对倒立摆的研究可以归结为对多变量绝对不稳定系统的研究^[1-5]。其控制方法和思路对于处理一般的工业过程具有广泛的用途,对研究控制算法也具有普遍意义。

线性二次型(LQ)在二次型泛函意义下,只需设计状态反馈校正装置^[1,6]。但使用该方法时,最优控制的动态特性取决于加权矩阵 Q, R 的选取。目前采用的经验法和试凑法,使设计过程复杂且设计出的控制器不能令人满意^[7];遗传算法受群体数目、编码方式、交叉、变异概率等因素的影响,而这些至今仍缺少有效的调整方法,严重影响了它的实际应用^[1,8-10]。利用混沌的遍历性、随机性等特点,作者首次提出了一种用于 LQR 控制器权矩阵参数的混沌优化算法,且验证了这种算法的优越性^[11]。在此基础上本文提出用混沌全局粗搜索和局部细搜索优化 LQ 控制二级倒立摆的方法。为使二级倒立摆能稳定运行,文中引入一种与系统瞬态响应密切相关的综合性能指标。这样得到的 LQ 控制系统具有要求的动态特性,为解决 LQ 控制多变量、不稳定、快速性系统时权矩阵难以确定的问题,提供了一种优化方法。

1 二级倒立摆的理论模型

二级倒立摆主要由小车,摆 1~2,它们之间自由链接,导

轨,交流伺服电机,皮带轮以及电气测量装置组成。两个旋转编码器安装在链接处,测量摆的相对偏角 $\theta_2 \sim \theta_1, \theta_1$,其原理结构如图 1 所示。

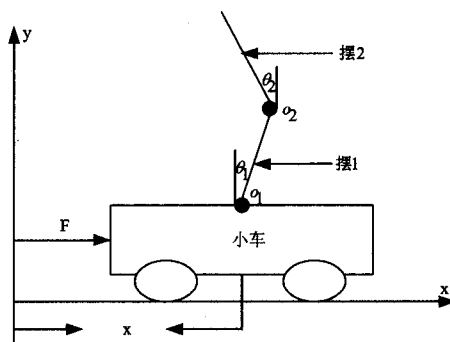


图 1 二级倒立摆原理结构图

由动力学理论,二级倒立摆的动力学模型为^[2]:

$$M \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + F \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = G \quad (1)$$

有

$F =$

到稿日期:2009-09-14 返修日期:2009-12-16 本文受国家自然科学基金重点基金(50830207),国家自然科学基金面上项目(No. 50775101),近代声学教育部重点实验室开放课题(No. 200902)资助。

姚荣斌(1972—),男,副教授,主要研究方向为信号与信息处理等;李生权(1983—),男,博士生,主要研究方向为振动与噪声控制等, E-mail: lisunquan0807@163.com(通信作者)。

$$\begin{bmatrix} -f_0 & (m_1 l_1 + m_2 L_1) \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 & m_2 l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ 0 & -f_1 - f_2 & m_2 l_2 L_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) + f_2 \\ 0 & -m_2 l_2 L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) + f_2 & -f_2 \end{bmatrix}$$

$$M =$$

$$\begin{bmatrix} m_0 + m_1 + m_2 & (m_1 l_1 + m_2 L_1) \cos \theta_1 & m_2 l_2 \cos \theta_2 \\ (m_1 l_1 + m_2 L_1) \cos \theta_1 & J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 & m_2 l_2 L_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ m_2 l_2 \cos \theta_2 & m_2 l_2 L_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) & J_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

$$G = (U, m_1 l_1 g \sin \theta_1, m_2 g l_2 \sin \theta_2)^T$$

$x, \dot{x}, \ddot{x}, \theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1, \theta_2, \dot{\theta}_2, \ddot{\theta}_2$ 分别为小车的位移、速度、加速度及摆 1 和摆 2 与垂线的角度、角速度、角加速度,被控对象为固高科技的 GLIP2002 型倒立摆,其具体参数详见文献[12]。

经过一系列的转化,系统在不稳定平衡点附近线性化,得到如下实物二级倒立摆的状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_{21} \\ \dot{x} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 86.69 & -21.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -40.31 & 39.45 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{x} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6.64 \\ -0.088 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} x \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{x} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2)$$

2 混沌优化 LQ 控制

分析倒立摆线性化模型式(2),得系统的极点为(10.0438 5.0262 -10.0438 -5.0262 0 0),该系统中有右边平面的极点,因此属于不稳定系统。由系统可控性矩阵 $[B \ AB \ A^2B \ A^3B \ A^4B \ A^5B]$ 计算出其秩为 6,则系统在平衡点附近可控。

设给定对象线性定常系统为模型式(2),和二次型性能指标泛函为:

$$J_1 = \int_0^{\infty} (x'Qx + u'Ru)dt \quad (3)$$

式中, x, y, u 分别为二级倒立摆的状态、输出和输入向量。此系统有 3 个输出变量,分别为小车位移、摆 1 的摆角、摆 2 相对于摆 1 的摆角,且 3 个输出量分别采用统一的表达式,但其参数不同的性能指标函数:

$$J_i = w_{i,1} \sum_{k=0}^l |e(k)|k/\max(e(k)) + w_{i,2} \delta \quad (4)$$

式中, $i=1,2,3, l$ 为设定循环步数, δ 表示百分比超调, $w_{i,1}, w_{i,2}$ 根据实际情况灵活的选择;这种性能指标函数均衡地考虑了超调和动态响应时间对系统性能的影响,且选择性好。

不失一般性,我们取 Q, R 为对角矩阵,对于使 $Q=FF'$ 成立的 $F, [A, F]$ 完全能观测,则最优控制必有解,且可方便地综合出一个反馈增益矩阵:

$$K = -R^{-1}B^TP \quad (5)$$

进而得到控制律:

$$U = Kx \quad (6)$$

其中, P 为如下 Riccati 方程的解:

$$A^TP + PA - PBR^{-1}B^TP + Q = 0 \quad (7)$$

设 $Q = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_6), R = \text{diag}(r)$, 于是待定的参数共有 7 个,且每个均为实数。

二级倒立摆是一个强不稳定系统,当采用 Q, R 为对角阵的 LQ 控制时,必须合理选择 Q, R 才能使系统稳定运行。于是综合考虑小车位移、下摆角度、上摆与下摆相对角度的重要程度,以及动态特性和稳定的要求,引入如下的综合性能指标:

$$J = aJ_1 + bJ_2 + cJ_3$$

$$s. t. 0 < c < b < a < 1 \quad (8)$$

$$a + b + c = 1$$

式中, $J_i (i=1,2,3)$ 表示各输出性能, a, b, c 是加权系数,且根据实际情况灵活地选择。通过混沌优化的方法调整 Q, R , 得到最小的性能指标 J 。

考虑下列一组迭代:

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n) (x_n = (x_{1,n}, \dots, x_{7,n})), n = 0, 1, \dots, N \quad (9)$$

$$\hat{Q}_n^* = Q^* + \beta_n X_n, X_n = (x_{1,n}, \dots, x_{6,n}) \quad (10)$$

$$\hat{R}_n^* = R^* + \beta_n x_{7,n}, (n = 1, 2, \dots, N) \quad (11)$$

$$\beta_{n+1} = (1 - \gamma) \beta_n, (0 < \gamma < 1) \quad (12)$$

取 $\mu = 4$, 则 logistic 映射式(9)完全处于混沌状态,且 x_n 在(0,1)范围内遍历。混沌状态具有对初始值极其敏感的特点,在(0,1)对式(9)取微小差异的初始值,则可得到不同轨迹的混沌变量。这里应特别注意,不能选取任一 n 阶不动点,如 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 等为初始值,否则将不能产生混沌状态变量。 Q^*, R^* 为混沌全局粗搜索得到的次优值,式(12)中 γ 为时变参数 β_n 的衰减因子,目的是不断地缩小混沌遍历的区域范围,实现局部细搜索,找到控制器参数的全局最优值。

3 二级倒立摆实验实现

3.1 混沌优化 LQ 控制器的实现

基于混沌优化权矩阵参数的 LQ 控制二级倒立摆的实现步骤如下:

Step1 首先进行混沌粗搜索,将 $x_{1,n}, \dots, x_{7,n}$ 映射到(0, $\max(q_i, r)$)。把 7 个混沌变量分别代入式(9),再求出反馈增益矩阵,根据式(6)得出系统的控制律。由系统对象式(2),得出系统的输出,由给定得出系统的偏差。根据式(4)计算相应输出的系统性能指标 $J_i (i=1,2,3)$;

Step2 从式(8)中取恰当的 a, b, c , 和各输出性能 $J_i (i=1,2,3)$ 代入式(8),得出综合性能指标 J , 从 N 个系统性能中找到最小值,其对应的 LQ 控制的参数值为次优值 Q^*, R^* ;

Step3 令 $n = 1$;

Step4 将 Step2 中得到的 7 个变量分别代入式(10)、式(11)得到 Q, R 矩阵,再依次代入式(7)、式(5)、式(6)和倒立摆线性化模型(2),根据式(4)得出 3 个输出的综合性能指标;

Step5 根据式(8),计算综合性能 J ;

Step6 根据式(12),计算时变因子 β_n , 当 $\beta_n < S$ (S 为事先设定的很小的数,作为细搜索终止条件),转 Step8, 否则转 Step7;

Step7 $n=n+1$,进一步减小搜索空间,转 Step4;

Step8 停止搜索,比较所有的综合性能函数值,得出 J

的最小值,其对应权参数值为当前最优的 $\hat{Q}^*, \hat{R}^*$ 。

3.2 二级倒立摆实时控制

实际系统中,将表1中的参数代入二级倒立摆线性化模型式(2)。取采样周期为0.05s,式(12)中 $\beta_0=0.5$,其终止条件取 $\beta_n \leq 10^{-3}$, $\gamma=0.002$,综合性能式(8)中 $a=0.2, b=0.3, c=0.5$;给定各输出:摆1为 $\theta_1=-3.14(\text{rad})$,摆2为 $\theta_2=-3.14(\text{rad})$,小车位移 $r=0(\text{m})$ 。混沌细搜索共进行6213步,在158步得到系统全局最优的权矩阵 Q, R ,进而得到系统的最佳动态性能的负反馈增益矩阵 K :

$$K = \begin{bmatrix} 17.3312 & 116.5826 & -194.6134 & 18.5759 \\ 3.5457 & -31.4390 \end{bmatrix}$$

使用以上混沌优化权矩阵参数的LQ控制器。

通过搭建二级倒立摆控制系统的模块,选择采样时间5ms,实现了直线式二级倒立摆系统的稳定控制。二级倒立摆系统LQ实时控制结果如图2—图4所示。

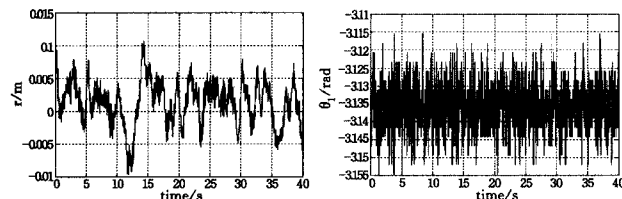


图2 小车位置的实时控制曲线

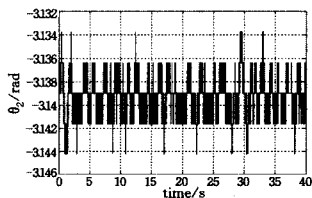


图3 摆1角度的实时控制曲线

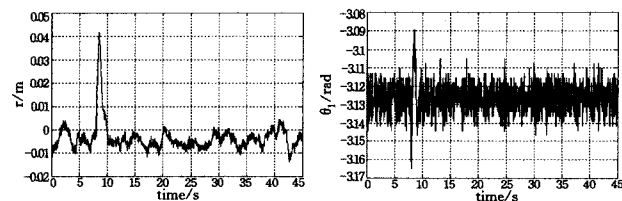


图4 摆2角度的实时控制曲线

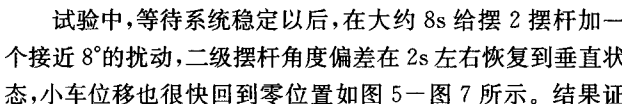


图5 加扰动后小车位移曲线

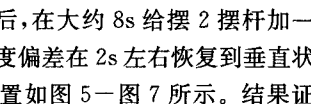


图6 加扰动后摆1角度曲线

试验中,等待系统稳定以后,在大约8s给摆2摆杆加一个接近 8° 的扰动,二级摆杆角度偏差在2s左右恢复到垂直状态,小车位移也很快回到零位置如图5—图7所示。结果证

明,文中所提的控制策略不仅能稳定控制二级倒立摆系统,而且具有很强的抗干扰能力。

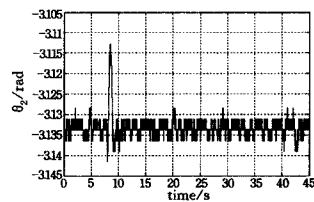


图7 加扰动后摆2角度曲线

结束语 (1) 本文在综合考虑小车位移、下摆角度、上摆角度的重要程度,引入一种与系统动态性能、稳定性密切相关的性能指标基础上,采用混沌全局粗搜索和局部细搜索相结合优化LQ控制器,实现了二级倒立摆的实时控制。(2) 它不但使系统具有良好的稳定性,而且抗干扰能力强,为具有快速、强非线性、绝对不稳定系统的控制问题提供通用的方法。

参考文献

- [1] 张葛祥,金炜东,胡来招.多变量系统控制器的参数满意优化设计[J].控制理论与应用,2004,21(3):362-366
- [2] 刘丽,何华灿.倒立摆系统稳定控制之研究[J].计算机科学,2007,33(5):214-219
- [3] Rubi J, Rubio A, Avello A. Swing-up control problem for a self-recting double inverted pendulum[J]. IEE Proceedings-control Theory and Application, 2002, 142(2): 167-175
- [4] 岳大志,吴刚.基于视频的倒立摆摆起控制[J].计算机科学,2007,34(7):214-216
- [5] Cheng F Y, ZHong G M, Li Y S. Fuzzy control of a double inverted pendulum[J]. Fuzzy Set and Systems, 1996, 76(3): 315-321
- [6] 李明爱,阮晓刚.基于连续Hopfield网络的多变量时变系统最优控制[J].控制与决策,2005,20(9):1038-1044
- [7] 王仲民,孙建军,岳宏.基于LQR的倒立摆最优控制系统研究[J].工业仪表与自动化装置,2005,3:6-8
- [8] 黄卫忠,高国琴.基于遗传算法的最优控制加权阵的设计[J].计算机测量与控制,2003,11(10):761-763
- [9] 邓莉,鲁瑞华.一种改进的抑制早熟的模糊遗传算法[J].计算机科学,2007,34(11):150-153
- [10] 李献礼.利用遗传算法解决非线性系统优化问题[J].计算机科学,2003,34(10):217-219
- [11] 李生权,张绍德.基于混沌变量的LQR控制器权矩阵优化设计[J].传感器与微系统,2007,12(26):88-90
- [12] <http://www.googletech.com.cn/Web/chi/main.jsp#>

(上接第145页)

- [2] 张远林.论中国电子政务的发展[D].武汉:华中师范大学,2004
- [3] 王西点,吴琦.电子政务中实现授权及访问控制的研究[J].计算机与通信,2004(7)
- [4] 李成锴,詹永照,茅兵,等.基于角色的CSCW系统访问控制模型[J].软件学报,2004,11(7):931-937
- [5] 刘婷婷,王惠芬,张友良.支持授权的基于角色的访问控制模型及实现[J].计算机辅助设计与图形学学报,2004(4):39-41
- [6] 于森,王延章.基于角色网络模型的电子政务系统框架的研究与实现[J].计算机工程与应用,2003,12(31):31-35

- [7] 蔡立辉.电子政务:信息时代的政府再造[M].北京:中国社会科学出版社,2004:56-57
- [8] 林培光,徐如志.一种新的电子政务“一站式服务”框架[J].微电子与计算机,2008(6):119-122
- [9] Wilkens M, Feriti S, Sanna A, et al. A context-related authorization and access control method based on RBAC[C]//Seventh AMC Symposium on Access Control Models and Technologies. Monterey, California, 2002: 117-124
- [10] 向宏,艾鹏,刘嘉伟.电子政务系统安全域的划分与等级保护[J].重庆工学院学报:自然科学版,2008,22(2):99-103