基于正交小波变换的心冲击图自适应去噪方法

金晶晶 王 旭 于艳波 蒋芳芳

(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110004)

摘 要 研究了心冲击图的正交小波变换最小均方自适应去嗓;阐述了基于正交小波变换的最小均方自适应去嗓原 理;利用径向高斯核函数对心冲击图进行自适应时频联合分析,得到了中心频率并确定了小波分解尺度;提出了通过 选择小波基函数和输入信号长度确定自适应滤波器阶数的方法;从矩阵角度给出了算法的实现步骤,并分析了正交小 波变换提高最小均方算法收敛速度的原因。实验结果表明,正交小波变换最小均方算法使自适应去嗓后的心冲击图 更快达到稳态,随心动周期的变化趋势更加明显。比较去嗓前后心冲击图的功率谱密度可知,正交小波变换最小均方 算法在保留心冲击图特征的同时自适应地去除了其中的时变噪声,获得了良好的去嗓效果。 关键词 心冲击图,正交小波变换,时频联合分析,最小均方,自适应去嗓 中图法分类号 TP274+.2 文献标识码 A

Adaptive De-noising Method of Ballistocardiogram Based on Orthogonal Wavelet Transform

JIN Jing-jing WANG Xu YU Yan-bo JIANG Fang-fang (School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract The ballistocardiogram least mean square adaptive de-noising method based on orthogonal wavelet transform was researched. The principal of least mean square adaptive de-noising method based on orthogonal wavelet transform was analyzed. The decomposition scale was confirmed by central frequency of ballistocardiogram gained from joint time-frequency analysis based on adaptive radial gauss kernel function, and the level confirmed approach for adaptive filter was proposed by choosing and choosing the wavelet base and the length of input signal. The realization approach was described from the view of matrix, and the reason why orthogonal wavelet transform could improve convergence speed of least mean square algorithm was explained. The experiment results show that, by using least mean square adaptive de-noising method based on orthogonal wavelet transform, the adaptive denoised ballistocardiogram becomes steady more quickly and its wave changing along with cardiac cycle is clearer. Compared with power spectrum density of before and after denoised signal, least mean square adaptive de-noising method based on orthogonal wavelet transform holds the characters of ballistocardiogram while denoising time variable noise, and gains better denoising results.

Keywords Ballistocardiogram, Orthogonal wavelet transform, Joint time-frequency analysis, Least mean square, Adaptive de-noising

人体在血液循环过程中,心脏跳动和血液流动会使身体 在脊椎轴方向上先由头到脚、再由脚到头产生运动。这种运 动可在与人体紧密贴合的支撑物体的纵轴上测量得到,称为 心冲击图(Ballistocardiogram, BCG)^[1]。BCG 与心脏机械收 缩过程中血液的运动密切相关,反映了心脏的工作状态且与 心脏周期同步,是实时监测和评价心脏功能的有效工具^[2]。 BCG 作为一种非平稳的生物信号,具有信号弱、干扰强、频率 低的特点,对其去噪往往采用时域平均以及小波去噪方 法^[3,4]。自适应滤波器可在输入过程统计量未知或统计特性 变化时调整其权系数,以达到某种最佳准则的要求,实现实时 消除待分析信号中噪声的目的^[5]。最小均方(Least Mean Square,LMS)算法,结构简单,运算量小,便于实时处理,但其 收敛速度易受输入信号自相关矩阵条件数的影响。正交小波 变换具有去相关能力,将其应用于自适应滤波器,可减少输入 信号自相关矩阵的条件数,提高LMS算法的收敛速度^[6]。本 文分析了正交小波变换自适应去噪原理,提出了一种根据心 冲击图的自适应时频联合分析结果确定信号的中心频率和小 波分解层数,再选择小波基函数与输入信号的长度,进而确定 出各级自适应滤波器的阶数的方法,从矩阵角度给出了基于 正交小波变换的LMS算法的实现步骤,并分析了正交小波变 换提高LMS算法收敛速度的原因。

1 正交小波变换自适应去噪原理

正交小波变换自适应去噪的原理如图1所示。主通道为 有用信号 s 和干扰采样 r。的叠加,参考通道为干扰的采样 r。 r 和 r。来自同一噪声源但传送路径不同,所以 r 和 r。不同但

到稿日期:2009-09-04 返修日期:2009-12-02 本文受国家自然科学基金项目(50477015)资助。

金晶晶(1981-),女,博士生,主要研究方向为生物信息技术,E-mail;dovejin@126.com;王 旭(1956-),男,教授,博士生导师,主要研究方向 为生物信息技术等;于艳波(1981-),女,硕士生,主要研究方向为生物信号检测;蒋芳芳(1983-),女,博士生,主要研究方向为微弱信号检测。

相关,且与有用信号无关,满足自适应滤波的条件。系统的输 出取自误差信号 e。



图 1 基于正交小波变换的自适应去噪原理

如图 2 所示,自适应滤波器 n 时刻的输出 y(n)可表示为 参考通道输入信号 x(n)和滤波器权系数 w(n)的卷积:

M-1

$$y(n) = \sum_{n=1}^{m} x(n-m)w(m)$$
⁽²⁾

式中,M为滤波器阶数。自适应滤波器一般为 FIR 结构,由 小波理论,在有限尺度下,w(n)可表示为

$$w(n) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=0}^{k_j-1} u_{j,k} \Psi_{j,k}(n) + \sum_{k=0}^{k_J-1} v_{J,k} \Phi_{J,k}(n)$$
(3)
将式(3)代人式(2),可得

$$\begin{split} y(n) &= \sum_{m=0}^{M-1} x(n-m) w(m) \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} x(n-m) \left[\sum_{j=1}^{l} \sum_{k=0}^{k_j-1} u_{j,k} \Psi_{j,k}(m) + \sum_{k=0}^{k_j-1} v_{j,k} \Phi_{j,k}(m) \right] \\ &= \sum_{j=1}^{l} \sum_{k=0}^{k_j-1} u_{j,k} \langle x(n), \Psi_{j,k}(n) \rangle + \sum_{k=0}^{k_j-1} v_{j,k} \langle x(n), \Phi_{j,k}(n) \rangle \\ &= \sum_{j=1}^{l} \sum_{k=0}^{k_j-1} u_{j,k} r_{j,k}(n) + \sum_{j=1}^{k_j-1} v_{j,k} s_{j,k}(n) \end{split}$$

式中, $\Psi_{j,k}(n)$,j=1,2,...,J为小波函数, $\Phi_{J,k}(n)$ 为尺度函数, $k_j=2^{-j}M$ 为第j尺度下小波函数的最大平移,J为小波分解层数。式(4)可看作是对输入信号 x(n)做正交小波变换,此时自适应滤波器的权系数 w(n)由 $u_{j,k}$ 和 $v_{J,k}$ 表示,w(n)的长度与小波系数 $r_{j,k}$ 和尺度系数 $s_{J,k}$ 的长度之和相同。



图 2 自适应滤波器结构

2 自适应滤波器阶数的确定

要实现对主通道信号的自适应滤波,首先要对参考通道 的输入进行正交小波变换,得到小波系数和尺度系数后再通 过自适应滤波器。此过程中需要选择小波基函数,确定小波 分解尺度和自适应滤波器阶数,三者的选择相互联系且与自 适应滤波器输入信号特征相关。基于此,本文首先根据信号 的自适应时频联合分析结果确定信号的中心频率和小波分解 尺度,再提出一种选择小波基函数和输入信号长度后确定各 级自适应滤波器阶数的方法。

2.1 自适应时频联合分析及小波分解尺度的确定

非平稳信号可以用时间和频率的联合函数来表示,称为 时频联合分析,其结果可看作是信号能量在时域和频域中的 分布。在模糊域,信号的自主项通过模糊域的原点,交叉项远 离原点,计算中使用的核函数相当于在模糊域采用低通滤波 器。如果核函数是基于信号自适应变化的,那么对于任意信 号都能使其时频分布结果最大程度地聚集自主项,抑制交叉 项。径向高斯函数是光滑递减的,离原点越远,值越小,在任 意径向方向上,保证了核函数能够聚集自主项抑制交叉项^[7]。 基于信号特征的自适应径向高斯核函数为

$$g(\theta,\tau) = \exp\left(-\frac{\theta^2 + \tau^2}{2\sigma^2(\phi)}\right)$$
(5)

令 $r = \sqrt{\theta^2 + \tau^2}$,则式(5)的极坐标形式为

$$g(r,\phi) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2(\phi)}\right) \tag{6}$$

式中, ϕ =arctan(τ/θ)是原点与点(θ,τ)之间径向连线与 θ 轴的夹角, $\sigma(\phi)$ 为分布函数。由式(6)可知, $0 \leq g(r,\phi) \leq 1$ 。

对于给定信号及其模糊函数 $A_{\epsilon}(\theta, \tau)$,计算最优核函数 $g(\theta, \tau)$ 相当于求解

$$\max_{g} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |A_{z}(\theta,\tau)g(\theta,\tau)|^{2} d\theta d\tau$$
(7)
约束条件为

$$g(0,0)=1$$

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |g(\theta,\tau)|^2 \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\tau \leqslant \alpha \tag{9}$$

(8)

将式(6)代入式(9),约束条件简化为

$$\int_{0}^{\pi} \sigma^{2}(\phi) d\phi \leqslant 4\pi^{2} \alpha \tag{10}$$

这样,式(7)、式(8)和式(10)构成了新的优化问题。求解 这一优化问题即可获得信号的基于自适应径向高斯核函数的 最优时频联合分布。

若待分析信号的长度为 N,采样频率为 f,,通过计算时 频联合分布所得的中心频率为 f,,则根据 MALLAT 算法,小 波分解的最大尺度为

$$J_{\max} = \min\left\{ \left\lceil \log_2 \frac{f_s}{f_c} - 1 \right\rceil, \lfloor \log_2 N \rfloor \right\}$$
(11)

式中、「・」、」、分别表示向上、向下取整。

2.2 自适应滤波器阶数的确定

对长度为 N 的离散信号 x(n)进行 J 尺度小波分解可表 示为

$$R = \begin{bmatrix} R_{1} \\ R_{2} \\ \vdots \\ R_{J} \\ S_{J} \end{bmatrix} = T \cdot x(n) = \begin{bmatrix} G_{0} \\ G_{1}H_{0} \\ \vdots \\ G_{J-1}H_{J-2}\cdots H_{1}H_{0} \\ H_{J-1}H_{J-2}\cdots H_{1}H_{0} \end{bmatrix} \cdot x(n)$$
(12)

式中, H_j 和 G_j 分别是共轭正交镜像低通滤波器系数和高通 滤波器系数,长度均为 L_i , $R_j = [r_{j_0}, r_{j_1}, \dots, r_{j,nom_j-1}]^{T}$ 为细节 系数, $S_j = [s_{j_0}, s_{j_1}, \dots, s_{j,nom_j-1}]^{T}$ 为概貌系数; num_j 为细节 系数或概貌系数的个数, $j = 1, 2, \dots, J_o$ 式(12)中包含了二抽 取环节。

根据 MALLAT 算法,对信号的小波分解相当于将输入 信号分别与高通和低通滤波器进行圆卷积且下采样,所以每 层分解后的信号长度都是原始输入信号长度的¹/₂。由于自 适应滤波器通过多次迭代调整权系数达到消除主通道噪声信 号的目的,输入信号越短,迭代的次数越多,滤波效果越好,因 此在输入信号长度的选择上,能够使有限长度内的信号在进 行第 J 尺度小波分解前的长度为L 即可。综上所述,若要对 输入信号进行 J 尺度正交小波变换,则进行第 j 尺度正交小 波变换的输入信号长度为

$$M_j = 2^{(J-j)} \cdot L \tag{13}$$

式中, $i=1,2,\dots,J$ 。根据式(12),各级自适应滤波器阶数可 确定为

$$num_{j} = 2^{(J-j-1)} \cdot L$$
 (14)
自适应滤波器的个数为
 $N = I + 1$ (15)

3 正交小波变换 LMS 自适应滤波

令参考通道输入信号

 $X(n) = [x(n), x(n-1), \cdots, x(n-M+1)]^{\mathrm{T}}$ (16)根据式(12),自话应滤波器的权系数为

$$W(n) = [U_1, \cdots, U_I, V_J]^T$$

$$= \begin{bmatrix} u_{10}(n), \dots, u_{1,nam_1-1}(n), \dots, u_{J,0}(n), \dots, \\ u_{J,nam_1-1}(n), v_{J0}(n), \dots, v_{J,nam_1-1}(n) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(17)

٦Т

$$N = \begin{bmatrix} \mu_1, \dots, \mu_1 \\ \dots, \mu_j \end{bmatrix}, \dots, \underbrace{\mu_J, \dots, \mu_J, \mu_{J+1}, \dots, \mu_{J+1}}_{n \omega m_J \uparrow} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(18)

$$\begin{cases} R(n) = T \cdot X(n) \\ y(n) = W^{T}(n) \cdot R(n) \\ e(n) = d(n) - y(n) \\ W(n+1) = W(n) + 2 \cdot e(n)N \cdot * R(n) \end{cases}$$
(19)

式中,•*表示同维向量对应量相乘, $n=N_L$,…,N-2,N- $1, N, N_L = num_1 + \dots + 2 \cdot num_l$

设参考通道输入信号 x(n)的自相关矩阵为 R(n),对其 进行第 j 层正交小波变换后,信号 $T_{ix}(n)$ 的自相关矩阵为 \tilde{R} (n)。R(n), $\tilde{R}(n)$ 均为特征值为正实数的实对称矩阵,特征值 归一化后分别构成酉矩阵 Q 和 Q, 使得

$$\begin{aligned} &R(n) = Q \Lambda Q^{-1} \\ &\tilde{R}(n) = \tilde{Q} \tilde{\Lambda} \tilde{Q}^{-1} \end{aligned}$$
(20)

式中, $\Lambda \to \tilde{\Lambda}$ 分别是 $R(n) \to \tilde{R}(n)$ 的特征值构成的对角阵, 即

$$\begin{split} &\tilde{\Lambda} = \operatorname{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_M] \\ &\tilde{\Lambda} = \operatorname{diag}[\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \cdots, \tilde{\lambda}_M] \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$(21)$$

根据自相关矩阵的定义

$$\widetilde{R}(n) = \widetilde{Q}\widetilde{\Lambda}\widetilde{Q}^{-1} = E[(T_jx(n))(T_jx(n))^{\mathsf{T}}]$$

= $T_jE[x(n)x(n)^{\mathsf{T}}]T_j^{\mathsf{T}} = T_jR(n)T_j^{\mathsf{T}}$

$$=T_j Q \Lambda Q^{-1} T_j^{\mathrm{T}}$$
(22)

酉矩阵的自身求逆相当于共轭转置,对于一个实值酉矩 阵自身求逆等同于转置。所以由式(22)得

$$\widetilde{\Lambda} = \widetilde{Q}^{-1} \widetilde{R} \widetilde{Q} = \widetilde{Q}^{-1} T_j Q \Lambda Q^{-1} T_j^{\mathsf{T}} \widetilde{Q} = (\widetilde{Q}^{-1} T_j Q) \Lambda (\widetilde{Q}^{-1} T_j Q)^{\mathsf{T}} = C \Lambda C^{-1}$$
(23)

$$\tilde{\lambda}_k = \sum_{i=1}^{M} c_{ki}^2 \lambda_i \tag{24}$$

式中, $k=1,2,\dots,M,c_k$ 为矩阵C中的第(k,i)个元素。因为 $\Lambda \, \pi \, \tilde{\Lambda} \, \mu$ 均为正数,由式(24)得

$$0 \leqslant \lambda_{\min} \sum_{i=1}^{M} c_{ki}^2 \leqslant \tilde{\lambda}_{\min} \leqslant \tilde{\lambda}_{\max} \leqslant \lambda_{\max} \sum_{i=1}^{M} c_{ki}^2$$
(25)

$$\frac{\underline{\lambda}_{\max}}{\lambda_{\min}} \leqslant \frac{\underline{\lambda}_{\max}}{\lambda_{\min}}$$
(26)

即 $cond(\tilde{R}) \leq cond(R)$,所以正交小波变换后信号的条件数小 于变换前的条件数,LMS算法的收敛速度得到提高^[8]。

实验结果与分析 4

本文將4个称重传感器接成全桥电路,置于普通家居座 椅的椅子腿下。受试者坐在椅子上,身上无需粘贴任何电极 或传感器。血液循环时产生的身体运动就传递到椅子上,并 通过称重传感器转化为电信号,将其记录下来便成为 BCG。 采集系统设计方法见文献[9]。为了评价测量的准确性,实验 中同步采集一路单通道的心电信号(Electrocardiogram, ECG)作为时间基准,如图 3 所示。BCG 与 ECG 的采样频率 均为500Hz,采样点数均为2048。由图可见 BCG 含有大量噪 声,但其随心动周期都呈现出一定的变化规律。



图 3 同步采集的单通道 ECG 与 BCG(a) ECG; (b) BCG

利用高斯径向核函数对所采集的 BCG 进行自适应时频 联合分析, $p_{\alpha}=1.2$ 时所得结果利用等高线表示, 如图 4 所 示。由图可知, BCG 的中心频率约为 12.5Hz, 在 0.6~20Hz 的范围内, 目分布具有一定周期性, 与心动周期相似^[10]。根 据式(11),由待分析信号的中心频率确定的小波分解尺度为



图 4 基于自适应径向高斯核函数的 BCG 时频分布

将 BCG 作为主通道信号,采用相同的采集电路同步采集 一路噪声信号作为参考通道的输入,分别进行时域 LMS 和正 交小波变换 LMS 自适应滤波。虽然参考通道信号为噪声,小 波分解尺度 J仍然利用式(27)进行限制,对于长度 N=2048 的带噪 BCG 信号,小波分解的最大尺度为 J=5。在基于正 交小波变换的自适应滤波中,正交小波变换的主要作用为去 除信号的相关性,因此选择支撑长度短的正交小波基可以减 少运算时间,提高自适应滤波器的迭代次数,使自适应滤波器 的权值能够充分进行调整,从而达到更好的自适应去噪效果。 通过大量实验发现,小波分解尺度越高,自适应滤波器越容易 产生振荡,从而不能体现出正交小波变换自适应滤波的优点。 因此本文选择支撑长度为4的db2小波基。根据式(13),选 定输入信号的长度 M=8、小波分解尺度 J=2,则共有 3 个自 适应滤波器,其阶数分别为4,2,2。为了描述正交小波变换 LMS 对自适应滤波器条件数的影响,选取 8 阶时域 LMS 自

• 234 •

适应滤波器作为对比,其结果如表1所列。可见经过正交小 波变换,自适应滤波器输入信号的条件数明显下降。

表1 正交小波变换前后自适应滤波器的输入信号的条件数

自适应滤波器参数	时域 LMS	 正交小波变换 LMS		
		R ₁	R ₂	S_2
阶数	8	4	2	2
条件数	2.9303	1.1447	1,0385	1.7668

时域 LMS 和正交小波变换 LMS 对 BCG 的自适应去噪 结果分别如图 5(a)、(b)所示。与原始 BCG 对比,两种方法都 可以去除 BCG 中的噪声,但正交小波变换 LMS 自适应去噪 方法使去噪后的 BCG 更快达到稳态,波形更平滑。所以,正 交小波变换 LMS 自适应算法可较迅速地去除 BCG 中的时 变、不确定噪声。



图 5 时域 LMS 和正交小波变换 LMS 对 BCG 自适应去噪结果 ((a)时域 LMS;(b)正交小波变换 LMS)

将正交小波变换 LMS 自适应去噪后的 BCG 与同步采集 的单通道 ECG 对比后可以看出,BCG 在每个心动周期中都 出现一个最大的单调上升幅度。这个最大单调上升幅度所对 应的最小和最大幅值分别被称为 *I* 波和 *J* 波,如图 6(b)所 示。*I* 波和*J* 波是在心脏的收缩期产生的,是判断体震信号 是否正常的重要特征^[10]。去噪后 BCG 的这种特征更明显地 反映出来,为进一步分析提供了条件。



图 6 同步的 ECG 与正交小波变换 LMS 自适应去噪的 BCG ((a) ECG; (b) 自适应去操后的 BCG)



图 7 正交小波变换 LMS 自适应去噪前后 BOG 的自相关功率谱密度 ((a)去噪前;(b)去噪后)

由于没有纯净的 BCG,因此不能通过信噪比以及最大均 方根误差等参数来评价去噪效果。本文通过对比自相关法求 得的原始 BCG 与正交小波变换 LMS 自适应去噪后 BCG 的 功率谱密度来评价去噪效果,分别如图 7(a)、(b)所示。通过 对比可以看出,去噪后 BCG 的功率谱在高频部分较去噪前平 滑,且低频部分的幅度衰减不大,所以正交小波变换 LMS 去 噪方法在保留 BCG 特征的同时自适应去除了时变噪声,获得 了良好的效果。

结束语 本文分析了正交小波变换最小均方 LMS 自适应去噪原理,所采集的原始 BCG 信号利用径向高斯核函数进行自适应时频联合分析。分析结果显示,BCG 的中心频率为 12.5Hz。根据本文提出的自适应滤波器阶数的确定方法,经过大量实验后,选择 db2 小波基对长度为 8 的自适应滤波器的输入信号进行 2 尺度分解,利用阶数分别为 4,2,2 的自适应滤波器实现了对原始 BCG 的正交小波变换 LMS 的自适应 去噪。实验结果表明,正交小波变换后自适应滤波器输入信号的条件数较变换前明显降低,使滤波后的 BCG 更快达到稳态。其自相关功率谱估计较原始 BCG 在高频部分明显平滑, 且低频成分幅度衰减不大,在去除噪声的同时很好地保留了 BCG 的特征。与同步采集的 ECG 对比,去噪后 BCG 随心动 周期的变化规律更明显,为后续的分析创造了条件。

参考文献

- Trefny Z, Trojan S, Toman V, et al. New trends in balistocardiography [J]. Measure Science Review, 2003, 3(2): 45-48
- [2] Sakari J, Alireza A, Laurentiu C, et al. A Wireless Ballistocardiographic Chair [C]// 28th Annual International Conference of IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. New York City: IEEE, 2006: 5932-5936
- [3] Zanrtti J M, Poliac M O, Crow R S. Seismocardiography: waveform indentification and noise analysis [C]// Computers in Cardiology. Venice: IEEE, 1991:49-52
- [4] Smrcka P, Jirina M, Trefny Z, et al. New methods for precise detection of systolic complexes in the signal acquired from quantitative seismocardiograph [C]// IEEE International Workshop on Intelligent Signal Processing. Faro; IEEE, 2005; 375-380
- [5] 曹亚丽. 自适应滤波器中 LMS 算法的应用[J]. 仪器仪表学报, 2005,26(8):452-454
- [6] Erdol N, Basbug F. Wavelet transform based adaptive filters: analysis and new results [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(9):2163-2171
- [7] Stevenson N, Mesbah M, Boashash B, et al. A joint time-frequency empirical mode decomposition for nonstationary signal separation [C]//9th International Symposium Signal Processing and Its Applications. Sharjah, IEEE, 2007, 1-4
- [8] Erdol N, Basbug F. Performance of wavelet transform based adaptive filters [C] // IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Minneapolis: IEEE, 1993: 500-503
- [9] 金晶晶,王旭,杨丹.基于体震信号的心率测量方法[J].东北大 学学报:自然科学版,2009,30(2):176-179
- [10] Castiqlioni P, Faini A, Parati G, et al. Wearable Seismocardiography [C]//29th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Lyon: IEEE, 2007;3954-3957