

基于 FFT 的三维 CAD 模型形状描述

王彦伟 黄正东 马露杰

(华中科技大学国家 CAD 支撑软件工程技术研究中心 武汉 430074)

摘要 针对三维 CAD 模型,以快速傅立叶变换为基础,建立了一种 CAD 模型几何形状描述方法。首先,在对模型几何面进行统一表示的基础上,根据模型边界表示中的面片邻接信息,采用完全图旅行商回路算法建立模型的面片序列,并由参考模型保证面片序列的一致性;然后,根据面片序列将模型几何信息转换为 5 个一维离散信号,并对信号进行采样和幅度缩放,通过快速傅立叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)将信号转换到频域,以频域振幅作为三维 CAD 模型几何形状的描述。如果忽略面片序列引起的偏差,该方法描述模型几何形状的能力与 FFT 描述离散信号的能力类似。通过实例阐述了描述方法的直观可解释性。

关键词 形状描述,几何造型,快速傅立叶变换,旅行商问题,信号处理
中图分类号 TP391 文献标识码 A

Shape Description of 3D CAD Models Using FFT

WANG Yan-wei HUANG Zheng-dong MA Lu-jie

(CAD Center, Huazhong Univ. of Sci. & Tech., Wuhan 430074, China)

Abstract A Fast Fourier-Transform based shape description method for 3D CAD models was presented. First, based on uniform representation of geometric facet and according to the facet adjacency relation in the CAD model, a facet sequence was achieved with the TSP(Traveling Salesman Problem) algorithm for complete graphs, and the consistency of the facet sequence was ensured by adopting a reference CAD model. Then, according to the facet sequence, the geometric information was transformed into five 1D discrete signals. After sampling and amplification, the discrete signals were transformed into frequency domain with FFT and the description of the CAD model was composed of the magnitudes in frequency domain. If ignoring the deviation caused by facet sequence, describing geometric shapes of CAD models with the method presented in this paper is similar to describing discrete signals with FFT. Experiments were elaborated for physical interpretability too.

Keywords Shape description, Geometric modeling, Fast fourier transform, Traveling sales man problem, Signal processing

1 引言

几何造型技术经过多年发展,形成以边界表示(B-rep)和构造实体几何(CSG)为代表的成熟的三维形体计算机存储和表示方法。然而,几何造型中这些方法并不能回答一个根本的问题,即如何度量三维形状的差别。度量三维形状的差别本质上是三维形状描述问题。三维形状描述是几何造型领域一个基本问题,它的解决有着广泛的应用。虽然大量基于几何造型技术的商品化 CAD 软件已在诸如设计、制造等各个领域得到广泛应用,然而迄今为止三维形状描述问题仍未完全解决。目前学术研究和工程应用中尚缺乏完备、一致、高效地反映三维形状本质属性的描述方法^[1]。

2 相关研究综述

将形体映射到统一的规范参数化域进行表示,无疑是三

维形状描述的基本方法,在三维形体参数化方面已有着众多的研究^[2,3]。三维形体参数化研究主要集中在网格模型的参数化上。目前的网格参数化研究尚难以保证对于相似的网格模型仍能够得到相似的参数化结果,参数化结果的不一致性极大地限制了参数化技术在三维形状描述中的应用。

基于特征量的方法也是应用广泛的形体描述方法^[4-9]。但特征量往往无法完备地描述形状,两个差异很大的模型可能其描述差异并不大^[10]。

亦有很多学者采用基于拓扑结构信息的方法描述模型^[11,12]。其中,Reeb 图能够很好地描述形体的拓扑信息,但对形体几何信息的描述能力较弱。

M. Reuter 等^[1]基于 Laplace-Beltrami 算子的形状描述方法非常引人注目。他们同时提出了对形状描述方法的要求,概括来说有以下 3 方面。

1)一致性:形状相似的形体其描述结果亦接近而,且描述

到稿日期:2009-08-19 返修日期:2009-11-09 本文受“863”基金(2007AA04Z136)和国家自然科学基金(60573178)资助。

王彦伟(1975-),男,博士,副教授,主要研究方向为特征造型、数字几何处理,E-mail: ywwang_cad@gmail.com;黄正东(1961-),男,博士,教授,主要研究方向为曲面造型、CAD 模型搜索、优化设计;马露杰(1981-),男,博士生,主要研究方向为 CAD 模型搜索、曲面造型。

结果的接近程度与形状相似程度呈正比。

2)完备性:描述结果可以完备、无遗漏地反映形状的几何特性。理想情况下,可以从描述结果重构原几何形状。

3)直观可解释性:描述方法对形状的描述结果能够在几何形状上得到直观的解释,体现形状的几何或物理属性。

本文面向 CAD 应用领域,研究边界表示的三维 CAD 模型描述。针对形状描述方法的要求,提出了一种基于 FFT 对边界表示的 CAD 模型进行描述的方法。本文首先采用主元分析将 CAD 模型变换至规范坐标系下;在将构成 CAD 模型的几何面进行统一表示的基础上,基于模型的面邻接图采用完全图旅行商回路算法生成模型的面片序列;以该序列为参数,通过 FFT 将模型表征模型各面片的系数变换至频域,以频域振幅作为三维 CAD 模型几何形状的描述。

3 基于 FFT 的三维 CAD 模型几何形状描述

3.1 方法框架

本文描述方法的框架如图 1 所示。

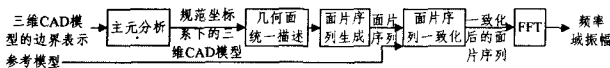


图 1 基于 FFT 的三维 CAD 模型形状描述方法框架

3.2 主元分析

本文使用主元分析(Principal Component Analysis, PCA)达成描述方法的旋转不变性。使用三维 CAD 模型包含的拓扑顶点集合作为主元分析的输入,将顶点相关性矩阵的 3 个特征向量作为规范坐标系的坐标轴。

3.3 几何面统一表达

考虑到工程应用中大部分三维 CAD 模型由相对简单的初等几何面(如平面、柱面等)构成,本文以由初等几何面构成的 CAD 模型为研究对象,并称构成模型的每个几何面为面

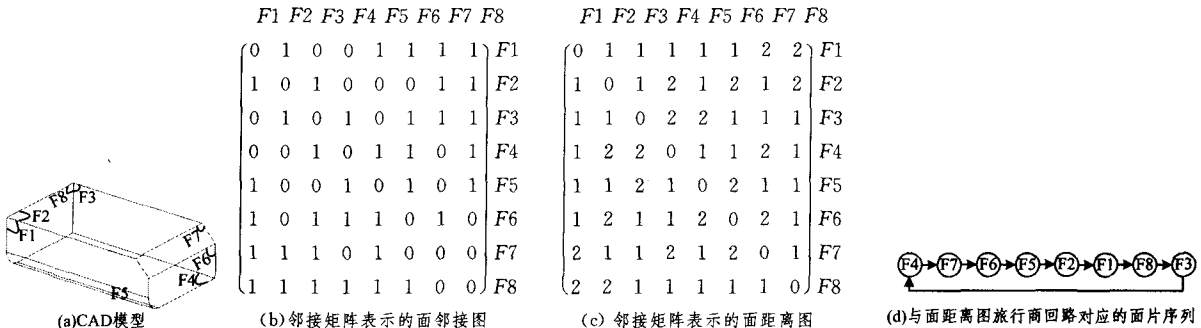


图 2 面片序列生成过程

由以上生成面片序列的过程可以看出:

①工程应用中除极少数特殊的具有很强对称性的 CAD 模型外,算法 1 可以保证根据模型生成的面片序列是唯一的。

②算法 1 可以保证对于拓扑相同的模型生成的面片序列是一致的。这是因为根据面邻接图定义,对于两个拓扑相同的模型 M_1, M_2 ,其面邻接图 $FAG(M_1)$ 与 $FAG(M_2)$ 同构;所以根据算法 1,由 $FAG(M_1)$ 与 $FAG(M_2)$ 生成的 M_1 和 M_2 的面距离图 $FDG(M_1)$ 和 $FDG(M_2)$ 也同构。 $FDG(M_1)$ 和 $FDG(M_2)$ 同构使得定义于其上的旅行商回路保持一致。

以上两点使得本文方法对拓扑相同的 CAD 模型具有很强的描述能力。

3.5 面片序列的一致化

片。初等几何面可以分为平面和二次参数曲面,它们可以使用参数方程统一表示为

$$f(x, y, z) = A^T X + b = 0 \quad (1)$$

式中, $A^T = (a_1, a_2, \dots, a_9)$, $X^T = (x^2, y^2, z^2, xy, xz, yz, x, y, z)$ 且 $\|A\|_2 = 1$ 。每个面片可以通过 A^T 和 b 共 10 个系数表示。

在几何面统一表示基础上,本文首先根据模型的边界表示形成一个面片序列;通过该序列将原本无序的 CAD 模型上的面片集合转换为有序的一维离散信号;通过 FFT 将离散信号变换至频域,完成对 CAD 模型描述。

3.4 几何面序列生成

定义 1 模型 M 的面邻接图 (Face Adjacent Graph, FAG) 定义如下:

$G(V, E)$ V 为 M 的面片集合;

$E = \{(f_i, f_j) | f_i \in V, f_j \in V \text{ 且 } f_i, f_j \text{ 邻接}\}$

为保证面片序列的唯一性,基于面邻接图使用带权完全图的旅行商回路算法生成模型的面片序列。具体过程如算法 1 所示。

算法 1 模型面片序列的生成

- 1) 以模型边界来表示基础生成模型 M 的面邻接图, $FAG(M)$;
- 2) 在 $FAG(M)$ 上计算每对顶点之间的最短距离;
- 3) 以 $FAG(M)$ 中的顶点为顶点,以第 2) 步计算得到的最短距离为边的权,构建一个带权完全图,称为面距离图 (Facet Distance Graph, FDG);
- 4) 使用文献[13]中处理大规模旅行商问题的分支定界算法在面距离图上计算长度最短的旅行商回路;
- 5) 按照面距离图的旅行商回路中的结点顺序排列模型的面片,以形成面片序列。

图 2 给出了由一个三维模型生成面片序列的过程。

然而,实际应用中不同 CAD 模型的拓扑结构一般并不相同,此时算法 1 生成的不同模型的面片序列便不一致。为了达成形状描述的一致性,即由相似的形状生成相似的描述,首先需要保证从相似模型生成的面片序列是相似的。

本文使用参考模型来解决保证面片序列一致的问题。与参考模型对应,将当前相对参考模型需要进行描述模型称为当前模型。将当前模型相对参考模型面片序列的相似程度定义为参考模型面片序列中的面片顺序在当前模型面片序列中被保持的程度。

图 3 给出了一个参考模型和当前模型的面片序列。假设参考模型中各面片依次与当前模型相同编号的面片对应,则图 3(c) 所示序列的相似程度高于图 3(b) 所示的序列,因为在

图 3(c)中,与参考模型对应的面片的顺序并未改变;而图 3(b)中,面片 F5 位于面片 F4 之前,这与参考模型面片序列中面片 F4 与 F5 的顺序相反。

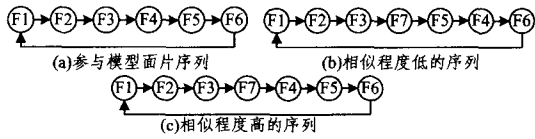


图 3 面片序列的相似程度

从当前模型上生成与参考模型相似面片序列的过程分为两步:①建立当前模型与参考模型的面片对应关系;②以参考模型面片序列作参考,生成当前模型的面片序列。

3.5.1 建立模型面片对应关系

定义 2 面片的 k 环邻域边集合

面片 f 的 k 环邻域边集合定义: $E_k = \{(f_i, f_j) | d(f, f_i) \leq k \text{ 且 } d(f, f_j) \leq k\}$, 其中, $d(f, f_i)$ 表示在面邻接图上代表面片 f 和面片 f_i 结点之间的最短距离。

图 4 给出了一个 CAD 模型面邻接图 2 环邻域边集合的例子,其中细线内为 F1 的 1 环邻域边集合,粗线内为 F1 的 2 环邻域边集合。

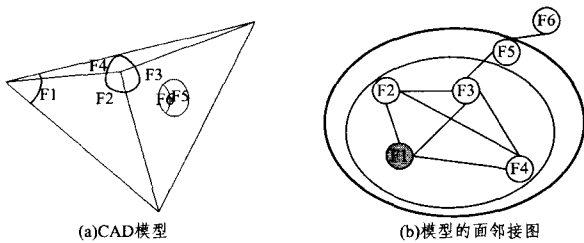


图 4 一个模型的 2 环邻域边集合

定义 3 凸边与凹边

对于边 e , 假设其邻面为 f_1, f_2 , 如果 f_1, f_2 夹角大于 180° , 称边 e 为凸边, 否则称为凹边。

在定义 2 和定义 3 的基础上, 本文使用 k 环邻域凸边率建立参考模型与当前模型面片的对应关系。面片 f 的 k 环邻域凸边率计算公式如下:

$$\eta = \frac{n_1}{n} \quad (2)$$

式中, n 为面片 f 的 k 环邻域边总数; n_1 为其中凸边数目。

图 4(a)模型的各个面片的 1 环与 2 环邻域凸边率如表 1 所列。

表 1 图 4(a)模型的 1 环和 2 环邻域凸边率

| 面片 | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | F6 |
|----------|----|----|-----|----|-----|-----|
| 1 环邻域凸边率 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1/2 | 0 |
| 2 环邻域凸边率 | 1 | 1 | 7/8 | 1 | 7/8 | 1/2 |

建立当前模型与参考模型面片对应关系的过程可以用算法 2 来描述。

算法 2 面片对应关系的建立

1) 设置 k 值, 计算当前模型和参考模型 k 环邻域凸边率, 设置当前模型和参考模型所有面片状态为待匹配;

2) 对当前模型未匹配面片 f_i , 在参考模型中搜索 k 环邻域凸边率最近的面片 f_j , 设置面片 f_i, f_j 状态为已匹配;

3) 重复 2) 至参考模型的所有面片获得匹配。

3.5.2 生成当前模型的面片序列

在得到参考模型面片序列并建立参考模型和当前模型面

片对应关系后, 本文将根据参考模型建立当前模型面片序列的过程转换为一个多出发点多旅行商问题, 当前模型上与参考模型对应的面片设置为出发点。在使用文献[14]中的方法将该多出发点多旅行商问题转换为传统旅行商问题后, 仍采用文献[13]中求解大规模旅行商问题的分支定界算法求取当前模型的面片序列。具体过程如算法 3 所示。

算法 3 当前模型面片序列的生成

1) 调用算法 1, 计算参考模型面片序列;

2) 调用算法 2, 建立当前模型与参考模型的面片对应关系;

3) 设置当前模型上与参考模型对应的面片为出发点, 并将该多出发点多旅行商问题转换为传统旅行商问题;

4) 使用文献[13]中求解大规模旅行商问题的分支定界算法求取第 3) 步建立的传统旅行商问题的最短回路, 记录每个旅行商经过的除出发点外的路径: $SubPath(i), i=1, 2, \dots, m, m$ 为参考模型上的面片数目。

5) 根据参考模型面片序列中的面片顺序依次连接 $SubPath(i)$, 即为当前模型上的面片序列。

3.6 FFT 过程

在获得三维 CAD 模型的面片序列后, 本文将由式(1)得来的表征面片的系数根据面片序列表示为一维离散信号, 而后采用 FFT 将信号变换至频域, 以频域振幅作为 CAD 模型几何形状的描述。

假设由 3.4 节、3.5 节建立的 CAD 模型的面片序列为:

$$S(n) = i \quad (3)$$

式中, $0 \leq n \leq N-1, 0 \leq i \leq N-1$; 且 $S(n_1) \neq S(n_2)$ if $n_1 \neq n_2$ 。

由于面片序列 $s(i)$ 来自最短旅行商回路, 为使信号的频域振幅与回路起始结点无关, 将表征模型 N 个面片的 $10N$ 个系数按照式(4)组成 5 个一维复数离散信号:

$$\begin{cases} z_p(s, n) = a_p(s(n)) + i \cdot a_{p-1}(s(n)), p=2, 4, 6, 8 \\ z_5(s, n) = a_5(s(n)) + i \cdot b(s(n)) \end{cases} \quad (4)$$

称该信号为初始信号。

初始信号 $z(n)$ 的描述即频域振幅与生成面片序列时旅行商回路中起始结点选择无关。原因如下:

假设选择旅行商回路中第 m 个结点作为面片序列的起始点, 此时面片序列为 $s'(n) = s((n+m) \bmod N)$, 与 s' 对应的信号为 $z(s', n) = z(s((n+m) \bmod N), n)$ 。

根据离散傅立叶变换公式有:

$$Z(s, k) = \sum_{n=0}^{N-1} z(s, n) \exp\left(\frac{-i2\pi kn}{N}\right)$$

$$Z(s', k) = \sum_{n=0}^{N-1} z(s', n) \exp\left(\frac{-i2\pi kn}{N}\right)$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} z(s((n+m) \bmod N), n) \exp\left(\frac{-i2\pi kn}{N}\right)$$

$$= Z(s, k) \cdot e^{i2\pi mk/N}$$

可推出 $|Z(s', k)| = |Z(s, k)|$ 。所以信号 $z(s', n)$ 和 $z(s, n)$ 有着相同的频域振幅。

3.6.1 采样方法

由于不同 CAD 模型包含的面片数目往往并不相同, 为了能够在频域比较模型, 首先需要将初始信号转换为长度相同的离散信号。假设初始信号 z 长度为 N , 按照式(5)将其转换为长度为 N' 的离散信号 z' :

$$z'(k) = z\left\lfloor k \frac{N}{N'} \right\rfloor, k=0, \dots, N'-1 \quad (5)$$

式中, N' 为 N 的整数倍。

3.6.2 幅度缩放

在按式(5)对信号进行采样后,为使频域系数能够直观地反映对几何形状的视觉观察效果,本文使用面积作为面片重要程度标志。按照面片在 CAD 模型上的重要程度,对信号中的每位按式(6)进行幅度缩放,得到信号 z'' :

$$z''(i) = \frac{A_i}{A_M} z'(i), i=0, \dots, N'-1 \quad (6)$$

式中, A_i 为与第 i 位信号对应的面片的面积; A_M 为模型的表面积。

图 5 给出了一个复数信号的采样和幅度缩放过程,其中假设根据式(5)采样时 $N'=3N$ 。图中只给出了该信号实部的采样和振幅缩放过程;虚部处理与实部相同,在图中不再画出。

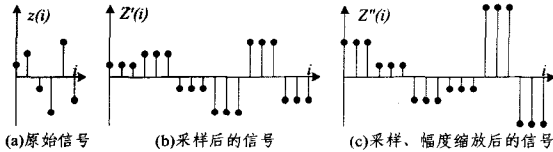


图 5 信号的采样与幅度缩放

4 实例与结果分析

利用本文方法,构建了以 ACIS 为几何平台、以 HOOPS 为显示核心的原型系统;并对大量 CAD 模型进行了形状描述实验。接下来,以图 6 所示典型的拓扑相同 CAD 模型和图 7 所示典型的拓扑不同 CAD 模型为对象对本文方法进行分析。

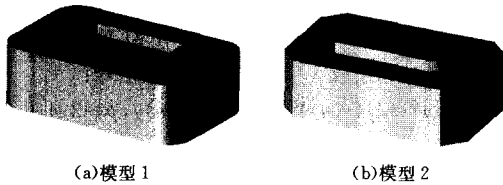


图 6 拓扑相同的模型

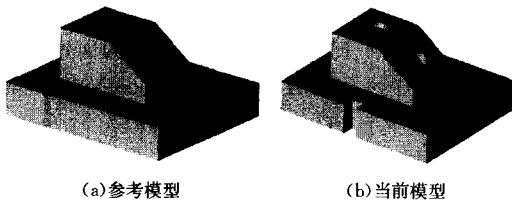


图 7 拓扑不同的模型

4.1 拓扑相同的模型

对图中的两个模型,本文方法分别生成 5 条频域描述曲线。图 8 给出了其中第 4 条和第 5 条曲线。图中红色虚线为模型 1 对应的描述曲线;绿色实线为模型 2 对应的描述曲线。

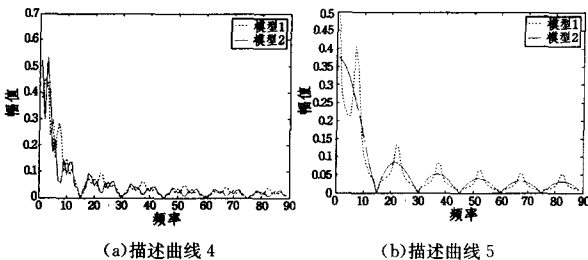


图 8 图 6 所示模型的描述曲线

从图 8 所示曲线可以看出,不同模型的描述曲线相同之

处在于:构成曲线的数据点在频率轴的投影是相同的,即不同模型的描述曲线没有沿频率轴移动,没有发生“频移”现象。不同模型的描述曲线的不同之处在于:在同一个频率处,信号幅值不同。

发生这种现象的原因在于:本文面片序列生成算法仅使用模型的拓扑信息,与模型的几何信息无关,因而相同拓扑的不同模型生成的面片序列是完全一致的。完全一致的面片序列使得不同模型的描述曲线在频域占据着相同的频率位置,因而不同模型的描述曲线不会发生“频移”现象。而模型几何信息的不同则导致 FFT 变换为频域信号幅值的差别。

4.2 拓扑不同的模型

图 9 给出了图 7 所示模型的第 4 条和第 5 条频域描述曲线。其中红色虚线为参考模型的描述曲线;绿色实线为当前模型的描述曲线。将图 9 中频率在 $[1, 20]$ 之间的信号视为低频部分,按照式(7)计算不同模型的频域描述曲线中低频信号能量占信号总能量的比例,结果如表 2 所列。

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^k |Z(i)|^2}{\sum_{i=1}^n |Z(i)|^2} \quad (7)$$

式中, η 为低频信号能量占全部信号能量的百分比; k 代表低频数据点数目; n 代表数据点总数。

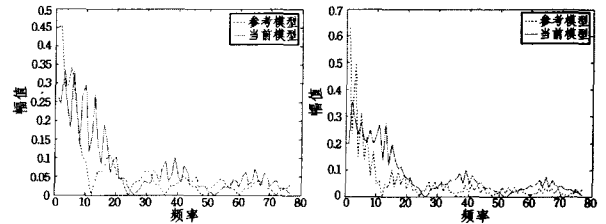


图 9 图 8 所示模型的描述曲线

表 2 描述曲线中低频信号能量所占比例

| 描述曲线 4 | | 描述曲线 5 | |
|--------|--------|--------|--------|
| 参考模型 | 当前模型 | 参考模型 | 当前模型 |
| 0.9471 | 0.8991 | 0.9560 | 0.8956 |

由图 9 和表 2 可以看出,绿色实线(当前模型的描述曲线)相对红色虚线(参考模型的描述曲线)发生明显的“频移”现象,即绿色实线相对红色虚线总体上沿频率轴右移、由低频区向高频区移动;同时相对红色虚线而言,绿色实线低频信号能量占总能量的比例明显偏低。

发生这种现象的原因在于:在模型的频域描述曲线上,低频部分对应模型的大致形状,高频部分对应模型的细节形状。相对拓扑简单的模型,拓扑复杂的模型具有更丰富的细节。因而在其描述曲线上,与细节形状对应的高频部分将占据更多的能量,导致其低频部分能量占信号总能量的比例下降,同时频域曲线由低频区向高频区移动。

结束语 总体而言,本文描述三维 CAD 模型形状的方法具有如下特点:

1) 忽略面片序列导致的偏差,本文方法描述形状的能力和 FFT 方法描述一维离散信号的能力相似,因而可以在很大程度上保证形状描述的一致性和完备性。

2) 本文方法对 CAD 模型形状的描述具有直观可解释性,体现为:①对于拓扑相同的模型,其描述曲线不发生“频移”现象,模型几何形状的差异体现为频域信号幅值的不同;

(下转第 259 页)

度比单一的指纹识别方法要慢。由于4种方法的特征提取过程中包含了一些相同的步骤,因此表2中基于融合的3种方法识别一枚指纹的时间比4种方法识别时间的总和要短一些。

结束语 本文针对基于细节点特征的指纹识别方法和基于图像特征的指纹识别方法各自存在的问题,提出了一种基于多种特征融合的指纹识别方法。将基于方向场特征、基于灰度共生矩阵的纹理特征、基于LBP算子的纹理特征的方法和基于细节点特征的方法进行融合,弥补了各个方法的不足,提高了匹配的准确性。实验结果表明,本文提出的基于多种特征融合的指纹识别算法好于任意单个的指纹匹配方法,从而有效地提高了指纹识别系统的准确性。

参 考 文 献

[1] Maltoni D, Maio D, Jain A K, et al. Handbook of Fingerprint Recognition [M]. USA: Springer-Verlag, 2003

[2] Jain A K, Prabhakar S, Hong L, et al. FingerCode: A Filterbank for Fingerprint Representation and Matching[C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 1999). 1999(2):187-193

[3] Lee C-J, Wang S-D. Fingerprint Feature Extraction Using Gabor Filters [J]. Electronics Letters, 1999, 35(4):288-290

[4] Tico M, Rämö P, Kuosmanen P, et al. Fingerprint Recognition using Wavelet Features[C]//Proceedings of The IEEE International Symposium on Circuits and Systems(ISCAS-2001). 2001: 21-24

[5] Ross A, Reisman J, Jain A K. Fingerprint Matching Using Fea-

ture Space Correlation [C]//Proceedings of the International ECCV 2002 Workshop Copenhagen on Biometric Authentication. 2002:48-57

[6] 叶学义, 庄镇泉, 张云超, 等. 基于多模板特征点融合的指纹识别[J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(2):170-174

[7] 董火明, 高隼, 胡良梅. 多分类器融合的指纹全局特征协同识别[J]. 电路与系统学报, 2005, (3)

[8] 张云超, 庄镇泉, 简兵, 等. 多印痕指纹识别的数据融合技术[J]. 计算机工程与应用, 2003, (31)

[9] 于东亮, 苏光大. 人脸指纹综合识别系统的实现[J]. 计算机工程与应用, 2002, (16)

[10] 韩智. 指纹识别的应用性研究[D]. 北京: 中科院自动化研究所, 2006

[11] 韩智, 刘昌平. 一种鲁棒的指纹奇异点检测方法[J]. 计算机工程, 2006, 32(20):30-32

[12] Kass M, Witkin A. Analyzing Oriented Patterns [J]. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 1987, 37(3):362-385

[13] Haralick R M. Textural Features for Image Classification [J]. IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, 1973, 3(6):610-621

[14] Ojala T, Pietikainen M, Harwood D. A Comparative Study of Texture Measures with Classification Based on Feature Distributions [J]. Pattern Recognition, 1996(29):51-59

[15] Ojala T, Pietikainen M, Maenpaa T. Multiresolution Gray-scale and Rotation Invariant Texture Classification with Local Binary Patterns [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(7):971-987

(上接第254页)

②相对拓扑简单的模型, 拓扑复杂模型的描述曲线由低频区向高频区移动, 同时低频信号占信号总能量的比例下降。这两方面与从视觉角度对模型观察一致。

本文方法的不足之处在于:

1) 由于本文采用完全图的准确最短旅行商回路算法寻找模型的面片序列, 而旅行商问题是 NP 问题, 因此本文方法难以处理面片数量很多的复杂 CAD 模型。下一步, 我们准备尝试以近似最短旅行商回路算法提高本文方法所能处理的模型的规模。

2) 本文在面片序列一致化过程中需要使用参考模型来生成当前模型的面片序列; 而实际应用中, 很多时候难以找到这样的参考模型。下一步, 我们拟研究如何进一步挖掘模型的结构和几何属性, 使生成面片序列的过程仅由模型本身决定, 从而避免使用参考模型。

参 考 文 献

[1] Reuter M, Wolter F E, Peinecke N. Laplace-Beltrami spectra as "Shape-DNA" of surfaces and solids[J]. Computer-Aided Design, 2006, 38(4):342-366

[2] Floater M S, Hormann K. Surface parameterization: A tutorial and survey [M]. Advances in Multiresolution for Geometric Modeling, 2005:157-186

[3] 彭群生, 胡国飞. 三角网格的参数化[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(6):731-739

[4] Osada R, Funkhouser T, Chazelle B, et al. Shape Distributions [J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(4):807-832

[5] Johnson A E, Hebert M. Using spin images for efficient object

recognition in cluttered 3D scenes [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(5):433-449

[6] Mokhtarian F, Abbasi S, Kittler J. Efficient and robust retrieval by shape content through curvature scale space [C]//Proceedings of the International Workshop Image DataBases and MultiMedia Search. 1996:35-42

[7] Kazhdan M, Funkhouser T, Rusinkiewicz S. Rotation invariant spherical harmonic representation of 3D shape descriptors[C]//Symposium on Geometry Processing. 2003:167-175

[8] 辛谷雨, 查红彬. 一种基于旋转不变量的三维形状描述子[J]. 北京大学学报, 2007, 43(5):428-433

[9] Vranic D, Saupe D. 3D shape descriptor based on 3D Fourier transform [C]//Proceedings of the EURASIP Conference on Digital Signal Processing for Multimedia Communications and Services. Budapest, Hungary, 2001:271-274

[10] Doug C, Jonathan C, Frank M, et al. Benchmarking shape signatures against human perceptions of geometric similarity [J]. Computer-Aided Design, 2006, 38(9):1038-1051

[11] Hilaga M, Shinagawa Y, Kohmura T, et al. Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes [C]//Proceedings of ACM SIGGRAPH. Los Angeles, USA, 2001:203-212

[12] 潘翔, 张三元, 张引, 等. 一种基于拓扑连接图的三维模型检索方法[J]. 计算机学报, 2004, 27(9):1250-1255

[13] Carpaneto G, Dell'Amico M, Toth P. Algorithm 750: CDT: A Subroutine for the Exact Solution of Large-scale, Asymmetric Traveling Salesman Problems [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1995, 21(4):410-415

[14] 杨国兴. 一种多出发点多旅行商问题到旅行商问题的转换[J]. 系统工程理论方法应用, 1993, 2(3):66-69