

具有脉冲毒素输入的生态毒理动力学的函数优化方法

黄光球 徐晓龙 陆秋琴

(西安建筑科技大学管理学院 西安 710055)

摘要 为了解决某些函数优化问题,基于具有脉冲毒素输入的生态毒理动力学模型提出了可全局收敛的函数优化算法。在该算法中,令环境系统与优化问题的搜索空间相对应,该环境系统存在污染现象,污染源定期地向环境系统注入有毒污染物。有多种不同类型的种群生活在该环境系统中,不同类型的种群之间存在竞争关系和捕食-被捕食关系,每个种群对应着优化问题的一个试探解。将生态毒理动力学模型映射成对种群的特征的变化规律的描述,利用环境和种群以及种群与种群之间的相互作用构造种群的进化算子,这些算子从多种角度实现了种群与环境以及种群与种群之间的信息交换。结果表明:因环境污染影响的是种群的很少部分特征,当种群演化时,只涉及到很少一部分特征参与运算,故收敛速度可得到提升;环境系统脉冲式注入毒素,可以导致种群的特征状态值发生突然改变,这种特点有利于使搜索跳出局部最优解陷阱;使能够抵抗污染的强壮种群获得生长,而无法抵抗污染的虚弱种群则停止生长,此特点确保了该算法具有全局收敛性。测试结果表明:对某些函数优化问题的求解,本算法与已有的群智能优化算法相比,均具有较高的精度和性能。

关键词 函数优化,智能优化计算,生态毒理动力学,环境污染

中图分类号 TP18 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.08.054

Ecotoxicology Dynamics-based Optimization with Impulsive Toxicant Input

HUANG Guang-qiu XU Xiao-long LU Qiu-qin

(School of Management, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract To solve some function optimization problems, the optimization algorithm based on the impulsive toxicant input model of ecotoxicology dynamics was constructed. In the algorithm, an environment system corresponds to the search space of an optimization problem, and there is pollution in the environment system, and some pollution sources pour toxicant pollutants into the environment system impulsively and periodically. Many different classes of population live in the system, and there are competition and predatory-prey relation among different classes of population, and each population in a class of population is just an alternative solution of an optimization problem. The ecotoxicology dynamics model is mapped into describing the change of some features of a population. The interaction between environment and populations as well as among populations is used to construct evolution operators of populations, and these operators realize sufficient information exchange between environment and populations as well as among populations. The research results show that environment pollution gives influence on a very small part of features of a population, which means that only a very small part of features take part in computation. Then convergence speed of the algorithm can be substantially improved, and impulsively discharged toxicant pollutants result in fierce change of state value of a feature of the population, which enables a search to jump out from local optima easily. Strong populations who can endure pollution keep growing, while weak populations who can not endure pollution will stop growing, which ensures the algorithm to converge. The case study shows that for some function optimization problems the algorithm has higher speed of convergence and higher accuracy of global optima than the existed population-based intelligent optimization algorithms.

Keywords Function optimization, Intelligent optimization computation, Ecotoxicology dynamics, Environment pollution

1 引言

优化问题在工程中大量存在,然而由于所解决问题的复杂性,优化问题中的目标函数和约束条件往往不可微、有时连

函数表达式都无法明确表达,传统的基于函数连续性和可导性的非线性优化方法无法对这类优化问题进行求解。为了解决此类优化问题,人们已发展出了群智能优化算法,这类算法对目标函数和约束条件一般不需要特殊的限制条件,具有较

到稿日期:2013-09-19 返修日期:2014-02-17 本文受陕西省科学技术研究发展计划项目(2013K11-17),陕西省重点学科建设专项资金资助项目(E08001),陕西省教育厅科技计划项目(12JK0789)资助。

黄光球(1964-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为计算智能、函数优化、计算机仿真,E-mail: huangnan93@sohu.com;徐晓龙(1985-),男,硕士生,主要研究方向为计算智能、函数优化;陆秋琴(1966-),女,博士,教授,主要研究方向为计算智能、函数优化。

广泛的适用性。已有的群智能优化算法有：遗传算法(GA)^[1]、蚁群算法(ACA)^[2]、粒子群算法(PSO)^[3,4]、鱼群算法(AFS)^[5]、生物地理学算法(BBO)^[6]、差分进化算法(DE)^[7]、免疫算法(AIA)^[8,9]和进化策略算法(ES)^[10,11]等。

现实世界中大约存在 2 百万种自然的或人造的化学物品,生物种群通常暴露在这些化学物品存在的空间里,毒素的侵袭极易发生。特别是在当今工业污染的世界里,环境中毒素的存在已经影响到种群的出生率和环境对种群的承受能力。环境污染已经严重影响到种群的生理变化和生物多样性的发展。污染会给种群的生长带来多大的影响呢?目前,人们已提出各种数学模型来研究这个问题^[12,13]。尽管环境系统中存在污染现象,但是生活在其中的某些种群因能够抵抗污染带来的影响而继续生存,另外一些种群却因无法抵抗污染带来的影响而逐渐消亡。这就是优胜劣汰,适者生存的道理。

利用动力学方法建立数学模型来研究毒素环境中种群的生存状况及其变化规律,称之为生态毒理动力学。生态毒理动力学不仅是一门科学,而且是污染防治和种群数量控制中应用性很强的一种工具,该理论研究释放在环境中的毒素对种群、群落乃至生态系统本身的影响,其着眼点是种群^[12],研究方法是数学模型为基础,通常从毒素向环境的输入去研究其对种群的影响,从一个受毒素侵蚀的种群系统去研究另一个种群系统可能遭受的影响,发现毒物在环境中的传播过程以及受影响种群的变化规律。生态毒理动力学的最早研究始于 20 世纪 80 年代,当时 T. G. Hallam 等人假设种群的增长率线性地依赖种群对毒素的吸收率,建立了一个基本的生态毒理动力学模型,用以研究环境中的毒素对种群的影响^[14-16],为人们在数学领域内研究这一问题奠定了基础。用该理论研究毒素环境中种群的生存状况及其变化规律也随之成为数学生态学领域中的热点问题^[12,13]。

由于生态毒理动力学模型对毒物在环境中的传播过程及其对种群影响具有很好的描述,若我们把一个种群看成优化问题的一个试探解、种群可遭受环境污染毒害的特征(器官)看成是试探解中的变量,则该理论既有利于描述优化问题的众多试探解之间的信息交换,又能大幅降低变量处理数量。因此,将该理论用于复杂函数优化问题特别是高维函数优化问题的求解具有独到的优势。

污染源定期地向环境系统注入毒素,可以定期地突然改变环境系统中毒素的浓度,从而改变种群体内毒素的浓度,最后导致种群的特征状态值发生突变^[17]。在优化问题的搜索空间,此举相当于使试探解从一个位置猛烈跳到另外一个位置,这种性质有利于使搜索跳出局部最优解陷阱。

本文提出的基于生态毒理动力学的函数优化方法(Ecotoxicology Dynamics-based Optimization with Impulsive Toxicant Input, EDO_ITI)采用与现有群智能算法完全不同的设计思路,提出了将生态毒理动力学模型转化为能求解复杂优化问题的函数优化算法的一般方法;构造出的算子可以充分反映环境污染对种群的影响以及种群之间的相互作用关系,从而体现生态毒理动力学理论的基本思想;采用可归约随机矩阵的稳定性条件证明了该算法具有全局收敛性;通过对一些基准函数的实验研究,对 EDO_ITI 算法的性能进行了比较研究。

2 算法设计原理

设我们要求解的某些函数优化问题具有如下形式:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{X}) \\ \text{s. t. } \begin{cases} g_i(\mathbf{X}) \geq 0, i \in I \\ h_i(\mathbf{X}) = 0, i \in E \\ \mathbf{X} \in S \subset R^n \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式中, R^n 是 n 维欧氏空间; $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是一个 n 维决策向量; S 为搜索空间, 又称解空间; $f(\mathbf{X})$ 为目标函数; $g_i(\mathbf{X}) \geq 0$ 为第 i 个不等式约束条件, I 为不等式约束条件的集合; $h_i(\mathbf{X}) = 0$ 为第 i 个等式约束条件, E 为等式约束条件的集合。

计算时,若某试探解 \mathbf{X} 不满足约束条件,则令 $f(\mathbf{X}) = +\infty$ 。

2.1 算法场景设计

考虑一存在污染源的环境系统,其中生活有 M 类种群,其类别号分别为 $1, 2, \dots, M$; M 种类型的种群的数量分别为 N_1, N_2, \dots, N_M , 种群总数为 $N = \sum_{k=1}^M N_k$ 。类型为 k ($k=1, 2, \dots, M$) 的种群的集合为 $\{P_k^1, P_k^2, \dots, P_k^{N_k}\}$ 。第 1 类—第 $(M-1)$ 类种群以该环境系统中的相同资源为食,它们构成竞争关系;第 M 类种群以第 1 类—第 $(M-1)$ 类种群为食,它们构成捕食-被捕食关系。

污染源定期地向环境系统排放毒素,但其毒素排放量是随机的,即不同时期污染源向环境系统排放的毒素量是不一样的。环境系统中污染的消解方式有两种:一种是被环境系统自身吸收掉了;另一种是被环境系统中的种群吸收掉了。一方面,环境系统中生存的种群也向环境系统排放污染;另一方面,种群因吸收环境系统中的污染而对其自身的生长造成负面影响。

每种类型中的每个种群 $P_{i_k}^k$ ($i_k=1, 2, \dots, N_k; k=1, 2, \dots, M$) 用其特征表示就是 $P_{i_k}^k = (p_{i_k,1}^k, p_{i_k,2}^k, \dots, p_{i_k,n}^k)$, 其中 $p_{i_k,j}^k$ 就是种群 $P_{i_k}^k$ 的第 j 个特征, n 为每个类型种群的特征总数。环境系统中的毒素对每个种群的毒害就表现在对其特征的影响上,而且这种毒害是随时间变化的。也就是说,在某个时候,污染会对一个种群的某个特征造成影响;而在另外的某个时候,污染却对该种群的另外一个特征造成影响。总之,在某个时候,污染会对每个种群的哪个特征造成影响完全是随机的。种群被毒害后,其生长状态就发生了变化了,而且这种变化完全是随机的。

下面将上面的论述与优化问题式(1)全局最优解的求解过程关联起来。

在优化问题式(1)的搜索空间 S 中随机选择 M 种类型的试探解,即 $S = \{\mathbf{X}_k^1, \mathbf{X}_k^2, \dots, \mathbf{X}_k^{N_k} \mid k=1, 2, \dots, M\}$, 其中 $\mathbf{X}_k^i = (x_{i_k,1}^k, x_{i_k,2}^k, \dots, x_{i_k,n}^k)$ 。搜索空间 S 与环境系统相对应,该环境系统中 M 种类型中的每个种群就与优化问题式(1)的 M 种类型试探解中的每个试探解一一对应,即 $P_{i_k}^k$ 与 \mathbf{X}_k^i 一一对应, $i_k=1, 2, \dots, N_k; k=1, 2, \dots, M$ 。更进一步,种群 $P_{i_k}^k$ 的特征向量与优化问题试探解 \mathbf{X}_k^i 向量完全相对应,即种群 $P_{i_k}^k$ 的特征 $p_{i_k,j}^k$ 与试探解 \mathbf{X}_k^i 的变量 $x_{i_k,j}^k$ 相对应。

综上所述,种群与试探解在概念上完全等价,以后不再加以区分。种群 $P_{i_k}^k$ 受到毒害后,其生长状态会发生变化,将这种变化影射到优化问题的搜索空间 S , 就相当于试探解 \mathbf{X}_k^i 从

一个空间位置转移到另外一个空间位置。为简单起见,将一个空间位置称为一个状态,并用其下标表示。

假设种群 P_k^t 的当前状态为 i_k , 即种群在搜索空间 S 中所处的位置为 $X_{i_k}^t$ 。种群 P_k^t 受到毒害后从当前状态 i_k 变化到新状态 l_k , 相当于在搜索空间 S 中从当前所处的位置 $X_{i_k}^t$ 转移到新位置 $X_{l_k}^t$ 。按式(1)计算,若 $f(X_{l_k}^t) < f(X_{i_k}^t)$, 表明新位置 $X_{l_k}^t$ 比原位置 $X_{i_k}^t$ 更优(因新位置 $X_{l_k}^t$ 的目标函数值小), 则认为种群 P_k^t 的生长能力强。反之,若 $f(X_{l_k}^t) \geq f(X_{i_k}^t)$, 表明新位置 $X_{l_k}^t$ 比原位置 $X_{i_k}^t$ 更差(因新位置 $X_{l_k}^t$ 的目标函数值大), 或没有什么差别(因新位置 $X_{l_k}^t$ 与原位置的目标函数值相等), 则认为种群 P_k^t 的生长能力弱。生长能力强的种群可以以更高的概率继续生长; 而生长能力弱的种群则可能停止生长。

种群的体质强弱用种群体质指数 PPI (population physique index) 来表示, PPI 指数对应于优化问题式(1)的目标函数值。好的试探解对应应具有较高 PPI 指数的种群, 即体质强壮的种群, 差的试探解对应应具有较低 PPI 指数的种群, 即体质虚弱的种群。对于优化问题式(1), 种群 P_k^t 的 PPI 指数计算方法为:

$$PPI(X_{i_k}^t) = \begin{cases} \frac{1}{1+f(X_{i_k}^t)}, & \text{若 } f(X_{i_k}^t) > 0 \\ 1+|f(X_{i_k}^t)|, & \text{若 } f(X_{i_k}^t) \leq 0 \end{cases},$$

$$i_k = 1, 2, \dots, N_k, k = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

此外, 在环境系统中, 种群因相互争夺生存资源而存在相互影响, 这种影响必然也体现在种群特征间的相互作用上。这种相互影响影射到优化问题的搜索空间, 就是某试探解与其它若干试探解存在相互影响。

环境系统中随机生成的若干种群, 因各自特性不一样, 对污染毒素的承受能力当然也不会相同。由于不同时期污染源向环境系统注入的毒素是随机变化的, 使得种群的生长状态也随之发生变化。这种变化影射到搜索空间, 就相当于试探解的空间位置随时间的变化而不断发生移动。

EDO_ITI 算法就是采用上述这些搜索策略来实现对优化问题式(1)的全局最优解的搜索。

2.2 生态毒理动力学模型

种群会吸收环境的毒素, 但反过来种群的排泄物又会污染环境, 其机制如图 1 所示。

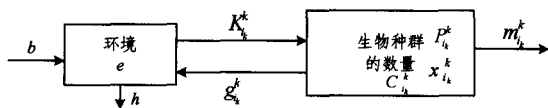


图 1 种群与环境的关系

图 1 中, b 为污染源定期向环境排放毒素的强度, 每隔 τ 个时期向环境系统集中排放一次毒素, $0 \leq b \leq 1$; g_k^t 为种群 P_k^t 向环境排泄毒素的效率, $0 \leq g_k^t \leq 1$; h 为毒素在环境中通过其它途径消除掉的部分, $0 \leq h \leq 1$; K_k^t 为环境污染种群 P_k^t 的效率, $0 \leq K_k^t \leq 1$; m_k^t 为种群 P_k^t 吸收、净化所消除的毒素的效率, $0 \leq m_k^t \leq 1$ 。关于环境毒素的浓度 $C_e(t)$ ($0 \leq C_e(t) \leq 1$)、种群 P_k^t 体内毒素的浓度 $C_k^t(t)$ ($0 \leq C_k^t(t) \leq 1$) 以及种群 P_k^t 的数量 $x_k^t(t)$ 随时间而变化的规律的数学模型为:

$$\left. \begin{cases} \frac{dx_k^t(t)}{dt} = x_k^t(t)(r_{k,0} - r_{k,1}C_k(t) - \sum_{j=1}^M a_{kj}x_j^t(t)) \\ \frac{dC_k(t)}{dt} = K_kC_e(t) - (g_k + m_k)C_k(t) \\ \frac{dC_e(t)}{dt} = -hC_e(t), t \neq s\tau, s = 1, 2, \dots \\ \Delta C_e(t) = b, t = s\tau, s = 1, 2, \dots \end{cases} \right\} k = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

式中, $r_{k,j}$ ($k = 1, 2, \dots, M, j = 0, 1$) 为类型为 k 的种群的内禀增长率 ($j = 0$ 时) 和对毒素的吸收率 ($j = 1$ 时), $0 \leq r_{k,j} \leq 1$; a_{kj} ($k, j = 1, 2, \dots, M$) 为类型为 k 的种群与类型为 j 的种群的相互作用系数, $0 \leq a_{kj} \leq 1$ 。 $x_k^t(t)$ 为时期 t 类型为 k 的种群 P_k^t 的数量, $i_k = 1, 2, \dots, N_k; k = 1, 2, \dots, M$; 类型 1, 类型 2, ..., 类型 $(M-1)$ 的种群为相互竞争的食饵种群, 类型 M 的种群是以类型 1, 类型 2, ..., 类型 $(M-1)$ 的种群为食的捕食种群。

不难看出, 式(3)是由 3 部分组成, 第一部分是描述种群数量变化规律的方程式, 即

$$\frac{dx_k^t(t)}{dt} = x_k^t(t)(r_{k,0} - r_{k,1}C_k(t) - \sum_{j=1}^M a_{kj}x_j^t(t)), k = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

第二部分是描述环境毒素浓度和种群体内毒素变化规律的方程式, 即

$$\begin{cases} \frac{dC_k(t)}{dt} = K_kC_e(t) - (g_k + m_k)C_k(t), k = 1, 2, \dots, M \\ \frac{dC_e(t)}{dt} = -hC_e(t), t \neq s\tau, s = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (5)$$

第三部分是描述污染源向环境进行脉冲排放有毒污染物的方程式, 即

$$\Delta C_e(t) = b, k = 1, 2, \dots, M; t = s\tau, s = 1, 2, \dots \quad (6)$$

由于 $x_k^t(t)$ 为类型为 k 的种群 P_k^t 中个体的数量, 显然 $x_k^t(t) \geq 0$ 。虽然式(3)描述的生态毒理动力学规律适用于种群 P_k^t 的数量, 但我们认为, 污染首先会对种群中个体的生理特征造成影响, 使得强壮的个体继续存活并生长, 而虚弱的个体则死亡, 从而影响到种群 P_k^t 中个体的数量。因此, 我们提出如下 4 个假设:

(1) 一个种群由 n 个特征描述(如 2.1 节所述), 这些特征是数值型的, 其定义域为 $(-\infty, +\infty)$;

(2) 种群的 n 个特征是其数量 x 的函数, 即 $x = P(p_1, p_2, \dots, p_n)$;

(3) 当种群其它特征的取值确定时, 其任一个特征 p_j ($p_j \in \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$) 的变化会导致种群数量的变化, 即 $x + \Delta x = P(p_j + \Delta p_j)$;

(4) 函数 P 是单调递增的, 即种群的任一个特征 p_j 递增 Δp_j , 则会导致其数量递增 Δx , $\Delta x = P(\Delta p_j)$ 。

由上述 4 个假设, 可知对于所有 $p_j \in \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, 有 $x = P(p_j)$ 。因 P 是单调递增函数, 故有 $p_j = P^{-1}(x)$ 。由于种群的特征 p_j 与试探解的变量 x_j 一一对应、完全等价, 令 Q_F 替代 P^{-1} , 因此有 $x_j = Q_F(x)$, Q_F 称为种群数量到特征的映射函数。

我们将式(3)所描述的生态毒理动力学规律映射到种群 P_k^t 的特征上, 种群 P_k^t 的数量 $x_k^t(t)$ 到其特征 $p_{k,j}^t$ 的映射函数为 $x_{k,j}^t(t) = Q_F(x_k^t(t))$; 而与种群 P_k^t 的数量 $x_k^t(t)$ 无关的量经 Q_F 映射后, 并不发生变化。经 Q_F 映射后, $x_k^t(t)$ 的

定义域被延拓为 $-\infty < x_k^k(t) < \infty$ 。

为了增强搜索的随机性和广泛性,我们随机选择种群 P_k^k 的一些特征来应用式(3)。也就是说,在优化问题式(1)的搜索空间时,我们将式(3)所描述的生态毒理动力学规律应用于从 $(x_{i_1}^k, x_{i_2}^k, \dots, x_{i_n}^k)$ 中随机选出的某些变量上。

将式(3)中与种群数量相关的部分即式(4)应用到种群 P_k^k 的特征 $p_{i_j}^k$ 上,即对方程式(4)两边的变量 $x_k^k(t)$ 进行 Q_F 映射,我们有

$$\frac{dQ_F(x_k^k(t))}{dt} = Q_F(x_k^k(t))(r_{k,0} - r_{k,1}C_k(t) - \sum_{j=1}^M a_{kj}Q_{-} F(x_j^k(t)))$$

$$k=1,2,\dots,M$$

用 $x_{i_j}^k(t) = Q_F(x_k^k(t))$ 进行替换,得

$$\frac{dx_{i_j}^k(t)}{dt} = x_{i_j}^k(t)(r_{k,0} - r_{k,1}C_k(t) - \sum_{j=1}^M a_{kj}x_{i_j}^k(t)), k=1, 2, \dots, M \quad (7)$$

上式表明,映射函数 Q_F 的作用是随机选择种群 P_k^k 的特征,并将种群的数量 $x_k^k(t)$ 变换成该种群的某个特征的状态值,该状态值的定义域被延拓为 $-\infty < x_k^k(t) < \infty$ 。而 Q_F 的具体函数形式我们无需关心。而式(5)和式(6)虽然与环境系统中的种群类型有关,但因与种群数量无关而无需进行 Q_F 映射。

2.3 种群演化算子设计

EDO_ITI 算法利用生态毒理动力学模型来构造演化算子,实现环境与种群、种群与种群之间的信息交换,进而实现对优化问题的解空间进行搜索。

(1) 污染算子。该算子描述的是环境与种群之间的关系。在环境污染下,种群 $P_{i_k}^k (i_k=1,2,\dots,N_k; k=1,2,\dots,M)$ 的特征 $p_{i_j}^k$ 因受到污染而导致该特征发生变化,使得种群生长发生变化。考虑到不同时期 $r_{k,j} (k=1,2,\dots,M, j=0,1)$ 和 $a_{kj} (k=1,2,\dots,M, j=1,2,\dots,M)$ 为时变的,由式(7)离散化后可得:

$$x_{i_j}^k(t) = x_{i_j}^k(t-1)(1+r_{k,0} - r_{k,1}C_k(t-1) - \sum_{j=1}^M a_{kj}x_{i_j}^k(t-1))$$

$$k=1,2,\dots,M \quad (8)$$

式中, $x_{i_j}^k(t)$ 和 $x_{i_j}^k(t-1)$ 分别为时期 t 和时期 $t-1$ 类型为 k 中的种群 $P_{i_k}^k$ 的特征 $p_{i_j}^k$ 的状态值。

同理,式(5)和式(6)经离散化后,可得

$$C_k(t) = K_k C_k(t-1) + (1-g_k - m_k)C_k(t-1), k=1,2, \dots, M \quad (9)$$

$$C_e(t) = (1-h')C_e(t-1), t \neq s\tau, s=1,2,\dots \quad (10)$$

$$C_e(t) = C_e(t-1) + b', t = s\tau, s=1,2,\dots \quad (11)$$

式(8)一式(11)各参数的含义及其取值方法参见表1。

表1的含义是:每个时期,每个参数的取值均在给定取值区间 $[0,1]$ 内随机产生。例如,在时期 t ,对于类型为 k 的种群的内禀增长率 $r_{k,0}$,计算时取 $r_{k,0} = Rand(0,1)$; $Rand(a,b)$ 表示在 $[a,b]$ 区间产生一个均匀分布的随机数。其它参数的取值方法类似。采用上述随机方法确定式(8)一式(11)中的各参数,既大幅减少了参数输入个数,又使模型更能表达实际情况(因为不同时期这些参数都是变化的)。

表1 生态毒理动力学模型的参数取值方法

参数名	参数含义	取值方法
$r_{k,0}, k=1,2,\dots,M$	时期 t 类型为 k 的种群的内禀增长率	$r_{k,0} = Rand(0,1)$
$r_{k,1}, k=1,2,\dots,M$	时期 t 类型为 k 的种群对毒素的吸收率	$r_{k,1} = Rand(0,1)$
$a_{kj}, k,j=1,2,\dots,M$	时期 t 类型为 k 的种群与类型为 j 的种群的相互作用系数	$a_{kj} = Rand(0,0.1)$
$C_k(0), k=1,2,\dots,M$	类型为 k 的种群体内毒素的浓度的初值	$C_k(0) = Rand(0,1)$
$C_e(0)$	环境毒素的浓度的初值	$C_e(0) = Rand(0,1)$
h'	时期 t 毒素在环境中通过其它途径消除掉的比例	$h' = Rand(0,1)$
$K_k^k, k=1,2,\dots,M$	时期 t 环境污染类型为 k 的种群的效率	$K_k^k = Rand(0,1)$
$g_k^k, k=1,2,\dots,M$	时期 t 类型为 k 的种群向环境排泄毒素的效率	$g_k^k = Rand(0,1)$
$m_k^k, k=1,2,\dots,M$	时期 t 类型为 k 的种群吸收、净化所消除的毒素的效率	$m_k^k = Rand(0,1)$
b'	时期 t 毒素排放强度	$b' = Rand(0,1)$

(2) 学习算子。该算子描述的是种群与种群之间的主动影响关系。在环境系统中,某个种群为了提升自身的生存能力,有可能向其它强壮的种群进行学习。学习对象包括同类型的种群和不同类型的种群。时期 t ,从类型为 $k (k=1,2,\dots,M)$ 的种群中随机挑选出 L 个其 PPI 指数高于当前种群 P_k^k 的 PPI 指数的种群,形成集合 $W_k = \{X_{s_1}^k(t), X_{s_2}^k(t), \dots, X_{s_L}^k(t)\}$, 让这 L 个强壮种群的特征 $p_{i_j}^k (s_l \in \{s_1, s_2, \dots, s_L\})$ 及其平均状态值传给种群 P_k^k 的对应特征 $p_{i_j}^k$,使其体质增强。对于当前种群 P_k^k ,进行学习的特征为 $p_{i_j}^k$,则

$$x_{i_j}^k(t) = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{|W_k^{-1}|} \sum_{s \in W_k^{-1}} x_{i_j}^k(s, t-1), & |W_k^{-1}| > 0 \\ x_{i_j}^k(t-1), & |W_k^{-1}| = 0 \end{array} \right\}, & 0 < Rand(0,1) \leq 1/2 \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{|W_m^{-1}|} \sum_{s \in W_m^{-1}} x_{i_j}^m(s, t-1), & |W_m^{-1}| > 0 \\ x_{i_j}^m(t-1), & |W_m^{-1}| = 0 \end{array} \right\}, & 1/2 < Rand(0,1) \leq 1 \end{cases} \quad (12)$$

式中, $k_m = Rand(1, M); \forall k_m, k \in \{1, 2, \dots, M\}, k \neq k_m$ 。

式(12)中,第1组公式描述的是同类型种群间相互学习;第2组公式描述的是不同类型种群间相互学习。这2种学习活是等概率发生的。

(3) 镶嵌算子。该算子描述的也是种群与种群之间的被动影响关系。在同一个环境系统生存的若干个种群,相互之间必存在潜移默化的作用,这种相互作用表现为:a)一些种群的某个特征会在某个种群的对应特征中出现;b)一些强壮种群的某个特征会与某个种群的对应特征产生叠加效应;一些虚弱种群的某个特征会与某个种群的对应特征产生叠减效应;c)随着时间的推移,一些虚弱种群的某个特征可能会退化掉,同时一些强壮种群的相应特征会发生侵入。镶嵌算子就是用于描述上述现象的算子。时期 t ,从类型为 $k (k=1,2,\dots,M)$ 的种群中分别随机挑选出 L 个强壮种群(其 IPI 指数高于当前种群的 IPI 指数)、 L 个虚弱种群(其 IPI 指数低于当前种群的 IPI 指数)和 L 个普通种群(其 IPI 指数与当前种群的 IPI 指数没有关系),分别形成:

强壮种群集合: $A_{k_m}^i = \{X_{u_1}^k(t), X_{u_2}^k(t), \dots, X_{u_L}^k(t)\}$

虚弱种群集合: $B_{k_m}^i = \{X_{v_1}^k(t), X_{v_2}^k(t), \dots, X_{v_L}^k(t)\}$

普通种群集合: $C_{k_m}^i = \{X_{w_1}^k(t), X_{w_2}^k(t), \dots, X_{w_L}^k(t)\}$

设当前种群为 P_i^k , 发生镶嵌的特征为 p_{ij}^k , 则:

$$v_{ij}^k(t) = \begin{cases} \sum_{s=1, w_s \in C_k^{-1}}^{L_k} \alpha_s x_{w_s, j}^k(t-1), & \text{对于 } j, \text{若 } 0 < \text{Rand}(0, 1) \leq 1/4 \\ \gamma_i x_{ij}^k(t-1) + \sum_{s=1, u_s \in A_k^{-1}}^{L_k} \beta_s x_{u_s, j}^k(t-1), & \text{对于 } j, \text{若 } 1/4 < \text{Rand}(0, 1) \leq 1/2 \\ \gamma_i x_{ij}^k(t-1) - \sum_{s=1, v_s \in B_k^{-1}}^{L_k} \beta_s x_{v_s, j}^k(t-1), & \text{对于 } j, \text{若 } 1/2 < \text{Rand}(0, 1) \leq 3/4 \\ \sum_{s=1, u_s \in A_k^{-1}}^{L_k} \delta_s^0 x_{u_s, j}^k(t-1) - \sum_{s=1, v_s \in B_k^{-1}}^{L_k} \delta_s^1 x_{v_s, j}^k(t-1), & \text{对于 } j, \text{若 } 3/4 < \text{Rand}(0, 1) \leq 1 \end{cases} \quad (13)$$

式中, $k_m = \text{Rand}(1, M)$; $\alpha_s, \beta_s, \delta_s^0$ 和 δ_s^1 为镶嵌常数, $0 \leq \alpha_s, \beta_s, \delta_s^0, \delta_s^1 \leq 1$, 计算时取 $\alpha_s = \text{Rand}(0, 1), \beta_s = \text{Rand}(0, 1), \delta_s^0 = \text{Rand}(0, 1), \delta_s^1 = \text{Rand}(0, 1)$; 第 1 式体现的是情形 a), 第 2 和第 3 式体现的是情形 b), 第 4 式体现的是情形 c); 这些情形是等概率发生的。

(4) 生长算子。该算子描述的是种群的生长, 即若种群 P_i^k 能承受环境污染对它的毒害, 则该种群将继续生长下去; 否则, 该种群将停止生长, 即

$$X_{i_k}^k(t) = \begin{cases} V_{i_k}^k(t), & \text{若 } PPI(V_{i_k}^k(t)) > PPI(X_{i_k}^k(t-1)) \\ X_{i_k}^k(t-1), & \text{其它} \end{cases}, \quad (14)$$

$i_k = 1, 2, \dots, N_k; k = 1, 2, \dots, M$

式中, $X_{i_k}^k = (x_{i_k, 1}^k, x_{i_k, 2}^k, \dots, x_{i_k, n}^k)$; $V_{i_k}^k = (v_{i_k, 1}^k, v_{i_k, 2}^k, \dots, v_{i_k, n}^k)$; $PPI()$ 函数由式(2)定义。

2.4 EDO_ITI 算法

(1) 初始化: a) 令 $t=0$; 按表 2 初始化 EDO_ITI 算法涉及到的所有参数; b) 随机确定 M 个类型的初始种群: $\{X_1^k(0), X_2^k(0), \dots, X_{N_k}^k(0)\}, k=1, 2, \dots, M$ 。

(2) 执行下列操作:

$C_e(0) = \text{Rand}(0, 1); C_k(0) = \text{Rand}(0, 1), k=1, 2, \dots, M$;

FOR $t=1$ TO G /* G 为演化最大时期数 */

$h^t = \text{Rand}(0, 1)$;

 IF $t \text{ Mod } \tau = 0$ THEN

$b^t = \text{Rand}(0, 1)$;

 ELSE

$b^t = 0$;

 END IF

 FOR $k=1$ TO M

$r_{k,0}^t = \text{Rand}(0, 1), r_{k,1}^t = \text{Rand}(0, 1)$;

$a_{kj}^t = \text{Rand}(0, 0.1), j=1, 2, \dots, M$;

$K_k^t = \text{Rand}(0, 1), g_k^t = \text{Rand}(0, 1), m_k^t = \text{Rand}(0, 1)$;

 执行式(9)计算 $C_k(t)$; /* 毒素对种群实施影响 */

 IF $t \text{ Mod } \tau \neq 0$ THEN

 执行式(10)计算 C_e^t ; /* 环境对毒素进行消解 */

 ELSE

 执行式(11)计算 C_e^t ; /* 向环境投放毒素 */

 END IF

 END FOR

 FOR $i=1$ TO $\max\{N_1, N_2, \dots, N_M\}$

 FOR $k=1$ TO M

 IF 种群相互关系采用固定搭配方式 THEN

 对于 j , 若 $0 < \text{Rand}(0, 1) \leq 1/4$

 对于 j , 若 $1/4 < \text{Rand}(0, 1) \leq 1/2$

 对于 j , 若 $1/2 < \text{Rand}(0, 1) \leq 3/4$

 对于 j , 若 $3/4 < \text{Rand}(0, 1) \leq 1$

$i_k = i; /*$ 类型 k 为 $1, 2, \dots, (M-1)$ 的种群 i 之间组成竞争关系, 类型为 M 的种群 i 与类型为 $1, 2, \dots, (M-1)$ 的种群 i 构成捕食-被食关系 */

ELSE IF 种群相互关系采用随机搭配方式 THEN

$i_k = \text{Rand}(1, N_k); /*$ 类型为 1 的种群 i_1 , 类型为 2 的种群 i_2, \dots , 类型为 $M-1$ 的种群 i_{M-1} 组成竞争关系, 类型为 M 的种群 i_M 与类型为 1 的种群 i_1 , 类型为 2 的种群 i_2, \dots , 类型为 $M-1$ 的种群 i_{M-1} 构成捕食-被食关系。 i_1, i_2, \dots, i_M 是随机选取的 */

END IF

FOR $j=1$ TO n

$p = \text{Rand}(0, 1); /*$ p 为特征因污染、学习和镶嵌而受到影响的实际概率 */

 IF $p < E_0$ THEN /* E_0 为特征因污染、学习和镶嵌而受到影响的最大概率 */

$q = \text{Rand}(0, 1); /*$ q 为污染算子、学习算子或镶嵌算子被执行的实际概率 */

 IF $q \leq WR_0$ THEN /* WR_0 为种群的特征被污染的最高概率, 称为最高污染概率 */

 按式(8)执行污染算子, 得到 $v_{ij}^k(t)$;

 ELSE IF $WR_0 < q \leq XT_0$ THEN /* XT_0 为种群间相互影响的最大概率, 称为最高学习概率 */

 按式(12)执行学习算子, 得到 $v_{ij}^k(t)$;

 ELSE IF $XT_0 < q \leq XQ_0$ THEN /* XQ_0 为种群的特征被侵入或淘汰的最高概率, 称为最高镶嵌概率 */

 按式(13)执行镶嵌算子, 得到 $v_{ij}^k(t)$;

 END IF

 ELSE // 特征未受到影响

$v_{ij}^k(t) = x_{ij}^k(t-1), k=1, 2, \dots, M$;

 END IF

END FOR

END FOR

按式(14)执行生长算子, 得到 $X_{i_k}^k(t), k=1, 2, \dots, M$ 。

END FOR

IF 新得到的全局最优解与已保存的当前全局最优解之间的误差满足最低要求 ϵ THEN

 转(3);

END IF

保存新得到的全局最优解;

END FOR

(3) 结束。

EDO_ITI 算法中的相关参数取值方法如表 2 所列。

表 2 参数的取值方法

参数名	取值方法
演化时期数 G	最大迭代时期数 G 的取值依据是为了防止迭代过程不满足收敛条件时出现无限迭代; G 越大, 获得全局最优解的概率就越高; 取值范围为 $G=8000\sim 60000$
最优解的最低误差要求 ϵ	$\epsilon > 0$, ϵ 越小, 所获得的最优解的精度越高, 但计算时间越长; 取值范围为 $\epsilon=10^{-5}\sim 10^{-10}$
变量数 n	由实际优化问题确定
种群类型数 M	$M \geq 2$, 建议 $M=2$ 或 3
各类型的种群数 $N_k, k=1, 2, \dots, M, N = \sum_{k=1}^M N_k$	尽管 N 取较大值可扩大搜索空间, 但算法总时间复杂度与 N 成正比, 因此, N 不能取得太大。若 N 取较小值, 则 G 应较大值; 若 N 取较大值, 则 G 可以取较小值。该参数的取值无需太高的精确性, 取值范围为 $N_1=N_2=\dots=N_M=50\sim 2000$
种群的特征因污染、学习和镶嵌而受到影响的最高概率 E_0	$0 \leq E_0 \leq 1$, 一般取 $E_0=1/200\sim 1/20$
参与信息交换的种群数 L	$L \geq 1$, 建议 $L=2$ 或 3
毒害向环境系统投放周期 τ	$\tau \geq 1$, 一般 $\tau=10\sim 100$
最高污染概率 WR_0 , 最高学习概率 XT_0 , 最高镶嵌概率 XQ_0	按污染、学习和镶嵌现象出现概率均等原则确定, 即 $WR_0=1/3, XT_0=2/3, XQ_0=1$
其它未列参数	由算法自动随机选取

2.5 EDO_ITI 算法的特性

EDO_ITI 算法的特点如下:

(1) 演化过程具有 Markov 特性。这从污染算子、学习算子和镶嵌算子的定义知, 任何一新试探解的生成只与该试探解的当前状态有关, 而与该试探解以前是如何演变到当前状态的历程无关。

(2) 演化过程具有“步步不差”特性。从生长算子的定义便知。

2.6 算法的时间复杂度

EDO_ITI 算法的时间复杂度计算过程如表 3 所列, 其时间复杂度与演化次数 G 、种群类型数 M 、参与信息交换的种群数 L 、种群总数 N 、种群的特征因污染、学习和镶嵌而受到影响的最高概率 E_0 、变量个数 n 、各算子的时间复杂度以及其他辅助操作相关。

表 3 EDO_ITI 时间复杂度计算表

操作	时间复杂度	最多循环次数
初始化	$O(n+6nN+3N)$	1
污染算子	$O((M+2)MnE_0/3)$	$(G+2M^2+3M+3)N$
学习算子	$O((4L+N/M+6+M/4)MnE_0/3)$	$(G+2M^2+3M+3)N$
镶嵌算子	$O((5L/2+N/M+5/2)MnE_0/3)$	$(G+2M^2+3M+3)N$
状态保持	$O(nM(1-E_0))$	$(G+2M^2+3M+3)N$
可行域检测	$O(nM)$	$(G+2M^2+3M+3)N$
目标函数计算	$O(3nM) \sim O(3Mn^2)$	$(G+2M^2+3M+3)N$
生长算子	$O(6nM)$	$(G+2M^2+3M+3)N$
结果输出	$O(n)$	1

3 EDO_ITI 算法的全局收敛性证明

由 EDO_ITI 算法知, 环境系统是一个离散的空间, 将其中的 M 个类型的种群 $\{X_1^k, X_2^k, \dots, X_M^k \mid k=1, 2, \dots, M\}$ 重新排列成 N 个种群, $N = \sum_{k=1}^M N_k$, 形成新的种群序列: X_1, X_2, \dots, X_N ; 每个种群 $X_i (i=1, 2, \dots, N)$ 是在连续的实数空间取值。每个种群即为优化问题式(1)的一个试探解, 其目标函数值为 $f(X_i)$ (按式(1)计算), 则所有种群的状态所形成的集合为:

$$F = \{f(X_i) \mid i=1, 2, \dots, N\}$$

进一步令

$$F = \{F_1, F_2, \dots, F_N\}, F_1 < F_2 < \dots < F_N \quad (15)$$

不失一般性, 令 F_1 即为我们所求的全局最优解。将式(15)的下标取出形成一个集合, 即

$$U = \{1, 2, \dots, N\}$$

集合 U 中的元素就是随机搜索时每个种群可能所处的状态。假设在某时期我们搜索到的最好目标函数值为 F_i , 其对应的状态为 i 。显然, 由式(15)知, 下一时期搜索时, 若向更优的状态 k 转移, 则应满足 $k < i$; 相反, 若向更差的状态 k 转移, 则应满足 $k > i$, 如图 2 所示。

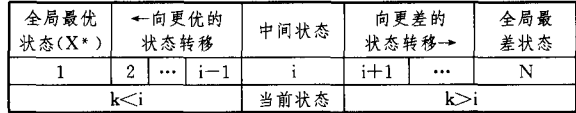


图 2 随机搜索时状态转移图

$\forall X \in S$ 有 $F_1 \leq f(X) \leq F_N$, 若将目标函数值相同的状态并入一个集合中, 则可将 S 划分为非空子集:

$$X_S^i = \{X \mid X \in S \text{ 且 } f(X) = F_i\}, i=1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{i=1}^N |X_S^i| = N$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}, X_S^i \neq \emptyset$$

$$\forall i \neq j, X_S^i \cap X_S^j = \emptyset, \bigcup_{i=1}^N X_S^i = S$$

显然, 在 X_S^i 中进行状态切换并不能改变目标函数值。

令 $X^{i,j} (i=1, 2, \dots, N, j=1, 2, \dots, |X_S^i|)$ 表示 X_S^i 中第 j 个状态。种群在进化过程中, 从一个状态 (i, j) 转移到另外的状态 (k, l) 可表示为 $X^{i,j} \rightarrow X^{k,l}$, 则假定: 从 $X^{i,j}$ 到 $X^{k,l}$ 的转移概率为 $p_{ij,kl}$, 从 $X^{i,j}$ 到 X_S^k 中任一状态的转移概率为 $p_{ij,k}$, 从 X_S^i 中任一状态到 X_S^k 中任一状态的转移概率为 $p_{i,k}$, 则有

$$p_{ij,k} = \sum_{l=1}^{|X_S^k|} p_{ij,kl}, \sum_{k=1}^N p_{ij,k} = 1, p_{i,k} \geq p_{ij,k}$$

因 $p_{i,k} \geq p_{ij,k} \rightarrow \sum_{k=1}^N p_{i,k} \geq \sum_{k=1}^N p_{ij,k} = 1$, 而 $0 \leq \sum_{k=1}^N p_{i,k} \leq 1$, 故有

$$\sum_{k=1}^N p_{i,k} = 1 \quad (16)$$

引理 1 在 EDO_ITI 优化算法中, $\forall X^{i,j} \in X_S^i, i=1, 2, \dots, N, j=1, 2, \dots, |X_S^i|$, 满足:

$$\forall k > i, p_{i,k} = 0 \quad (17)$$

$$\exists k < i, p_{i,k} > 0 \quad (18)$$

(1) 式(17)的证明。设状态 i 为时期 t 某种群 X^t 的状态, 该状态 i 当然就是该种群至今已达到的最好状态。在 EDO_ITI 优化算法中, 每次进行新的演化都总是对该种群当前状态 i 进一步向更好的状态进行更新, 即有

$$f(X^{t+1}) \leq f(X^t) \Rightarrow \forall k > i, p_{ij,kl} = 0 \Rightarrow$$

$$\forall k > i, p_{ij,k} = \sum_{l=1}^{|X_S^k|} p_{ij,kl} = 0 \Rightarrow \forall k > i, p_{i,k} = 0$$

上式的含义是: 若 i 为时期 t 某种群的状态 (也必是该种群已达到的最好状态), 在时期 $t+1$ 该种群的演化只会向更好的状态更新, 所以从 i 开始不可能转移到比 i 差的任何其它状态上去; 由式(15)知, 若要 $F_k > F_i$, 则比状态 i 差的状态 k 必满足 $k > i$, 也即最好状态要么保持原状、要么只能向更好的状态更新 (即做到步步不差), 如图 2 所示。

(2) 式(18)的证明。设某种群的当前状态为 i , 当然必是该种群迄今为止已达到的最好状态, 在时期 $t+1$, 该种群随机

选择污染算子、学习算子、镶嵌算子等操作进行演化以期转移到更好的状态 k 上。此时,有两种情况出现:

a)若 i 是全局最优状态,即 $i=1$,则下一步转移必选 $k=1$ (因不可能转移到比当前状态还差的状态上),即必以概率 $p_{1,1}=1$ 转移到该全局最优状态上。因 $p_{1,1}=1>0$,命题得证;

b)若 i 不是全局最优状态,则在全局最优状态 1 和当前状态 i 之间必至少存在一中间状态 k (见图 2),使得 $F_1 \leq F_k < F_i$,即 $1 \leq k < i$,此时当前状态 i 可以转移到状态 k 上(因为新状态 k 比当前状态 i 更优),也就是 $p_{i,k} > 0$,命题得证。

综合上述情况可得 $\exists k < i, p_{i,k} > 0$,证毕。

定理 1^[18] 设 P' 是一 n 阶可归约随机矩阵,也就是通过相同的行变换和列变换后可以得到 $P' = \begin{bmatrix} C & 0 \\ R & T \end{bmatrix}$,其中 C 是 m 阶本原随机矩阵; R 和 T 是 $n-m$ 阶矩阵,并且 $R \neq 0, T \neq 0$,则有

$$P'^{\infty} = \lim_{k \rightarrow \infty} P'^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} C^k & 0 \\ \sum_{i=1}^{k-1} T^i R C^{k-i} & T^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^{\infty} & 0 \\ R^{\infty} & 0 \end{bmatrix}$$

上述矩阵是一个稳定的随机矩阵且 $P'^{\infty} = 1' P'^{\infty}, P'^{\infty} = P'^0 P'^{\infty}$ 唯一确定并且与初始分布无关, P'^{∞} 满足如下条件:

$$P'^{\infty} = [p_{ij}]_{n \times n}, \begin{cases} p_{ij} > 0, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ p_{ij} = 0, 1 \leq i \leq n, m < j \leq n \end{cases}$$

定理 1 的证明过程非常复杂,具体证明过程可参见文献 [18]。

定理 2 EDO_ITI 优化算法具有全局收敛性。

证明:由 2.5 节知,EDO_ITI 算法的随机搜索过程具有 Markov 特性。对于每个 $X_i^s, i=1, 2, \dots, N$ 可看作是有限 Markov 链上的一个状态,根据引理 1 中式(17)的结论可得,该 Markov 链的转移矩阵为:

$$P' = \begin{bmatrix} p_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N,1} & p_{N,2} & \dots & p_{N,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ R & T \end{bmatrix}$$

由式(16)知, P' 矩阵中每行概率之和为 1。又根据引理 1 中式(18)结论得:

$$p_{2,1} > 0, P = (p_{2,1}, p_{3,1}, p_{4,1}, \dots, p_{N,1})^T$$

$$T = \begin{bmatrix} p_{2,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N,2} & \dots & p_{N,N} \end{bmatrix} \neq 0, C = (p_{1,1}) = (1) \neq 0$$

由以上可知 P' 是 N 阶可归约随机矩阵(Markov 概率矩阵),满足定理 1 的条件,所以下式成立:

$$P'^{\infty} = \lim_{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} C^k & 0 \\ \sum_{i=1}^{k-1} T^i R C^{k-i} & T^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^{\infty} & 0 \\ R^{\infty} & 0 \end{bmatrix}$$

因 $C^{\infty} = C = (1), T^{\infty} = 0$,故必有 $R^{\infty} = (1, 1, \dots, 1)^T$,这是因为 Markov 转移矩阵 P' 中每行的概率之和为 1。因此有

$$P'^{\infty} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \text{且为稳定的随机矩阵。}$$

上式表明,当 $k \rightarrow \infty$ 时,概率 $p_{i,1} = 1, i=1, 2, \dots, N$,也即无论初始状态如何,最后都能以概率 1 收敛到全局最优状态 1 上。于是得:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} p\{F(X_i^s) \rightarrow F(X^*)\} = 1, i=1, 2, \dots, N$$

因此,EDO_ITI 优化算法具有全局收敛性。证毕。

4 例子研究与对比分析

为了验证 EDO_ITI 算法的有效性,现选取 16 个著名的基准函数优化问题,如表 4 所列。这些基准函数优化问题是 $f_0(X) \sim f_{15}(X)$,其中包括 BUMP 函数优化问题 $f_{15}(X)$ 。 $f_0(X) \sim f_{15}(X)$ 形态极度复杂,能对算法的性能进行全面测试。这些函数优化问题的数学模型参见文献 [4]。 $f_0(X) \sim f_{14}(X)$ 中的绝大部分存在大量局部最优解,它们用于测试 EDO_ITI 算法发现极其复杂函数优化问题最优解的能力;BUMP 函数 $f_{15}(X)$ 是一个公认的极难求最优解的函数优化问题,它用于测试 EDO_ITI 算法发现极难求解的函数优化问题的最优解的能力。

表 4 16 个基准函数优化问题

基准函数优化问题	每个变量取值区间	理论全局最优解 $x_i, i=1, 2, \dots, n$	理论最优目标函数值	
$f_0(X)$	Michalewicz	$[0, \pi]$	未知	未知
$f_1(X)$	Rosenbrock	$[-5, 5]$	1	0
$f_2(X)$	Ackley	$[-600, 600]$	0	0
$f_3(X)$	Schaffer	$[-100, 100]$	0	-1
$f_4(X)$	Rastrigin	$[-600, 600]$	0	0
$f_5(X)$	Griewank	$[-600, 600]$	0	0
$f_6(X)$	Schwefel Problem 2.26	$[-500, 500]$	-420.9687	-418.9829n
$f_7(X)$	Schwefel Problem 1.2	$[-500, 500]$	0	0
$f_8(X)$	Schwefel Problem 2.21	$[-500, 500]$	0	0
$f_9(X)$	Schwefel Problem 2.22	$[-500, 500]$	0	0
$f_{10}(X)$	Sphere Model	$[-600, 600]$	0	0
$f_{11}(X)$	Quartic	$[-1.28, 1.28]$	0	随机数
$f_{12}(X)$	Step	$[-600, 600]$	0	0
$f_{13}(X)$	Penalized Function1	$[-600, 600]$	-1	0
$f_{14}(X)$	Penalized Function2	$[-600, 600]$	1	0
$f_{15}(X)$	BUMP	$(0, 10]$	未知	未知

4.1 用 EDO_ITI 算法求解基准函数优化问题

表 5 EDO_ITI 算法的求解结果

基准函数优化问题	最优目标函数值	计算时间 (s)	实际演化次数
$f_0(X)$	-49.6248248316091	919	38796
$f_1(X)$	1.79789523737921E-02	1271	39939
$f_2(X)$	9.71901901181127E-08	141	7108
$f_3(X)$	-873009481260691	1317	73463
$f_4(X)$	9.49062438065224E-08	98	4834
$f_5(X)$	9.01090672567528E-08	79	3501
$f_6(X)$	-20949.1443636107	105	7963
$f_7(X)$	9.7816032323809E-08	160	4503
$f_8(X)$.077240002770305	770	79618
$f_9(X)$	9.81756301728876E-08	64	5868
$f_{10}(X)$	8.93275830964214E-08	65	3745
$f_{11}(X)$	-22.131289492397	26	1188
$f_{12}(X)$	0	29	1758
$f_{13}(X)$	9.96812221239876E-08	142	4815
$f_{14}(X)$	9.60067824064055E-08	159	5381
$f_{15}(X)$	-822179730232259	3623	78075

首先,我们用 EDO_ITI 算法来求解 16 个基准函数优化问题,其结果如表 5 所列。计算时,依据表 2,EDO_ITI 算法的取值为:种群相互关系采用固定搭配方式, $G=60000$, $\epsilon=10^{-7}$, $n=50$, $M=3$, $N_1=N_2=N_3=300$, $L=2$, $E_0=0.01$, $WR_0=1/3$, $XT_0=2/3$, $XQ_0=1$, $\tau=10$ 。

4.2 用其它群智能优化算法求解基准函数优化问题

为了获得 EDO_ITI 算法与其它智能优化算法的性能对比,我们选取 8 个求解函数优化问题的常用群智能优化算法,即遗传算法(GA)、蚁群算法(ACA)、鱼群算法(AFSA)、粒子群算法(PSO)、生物地理学算法(BBO)、差分进化算法(DE)、免疫算法(AIA)和进化策略算法(ES)。计算时,这些算法的参数取值如表 6 所列。确定这些参数的文献已在表 6 中指明。

求解每个基准函数优化问题时,每个群智能优化算法的种群数等于表 5 中求解对应基准函数优化问题时的种群数,精英保持数为 2;每个基准函数优化问题的变量数 $n=50$, $N=200$ 。对于表 4 所列的每个基准函数优化问题,采用表 6 所列的参数取值,所获得的最优目标函数值如表 7 所列。

表 7 中的数据是按下列方法得到的:对于每个基准函数优化问题,分别用 8 个群智能优化算法对其进行求解,但计算时间不超过表 5 所列的 EDO_ITI 算法的计算时间。若一个算法在 EDO_ITI 算法的计算时间内未能获得全局最优解,则

记录其实际获得的目标函数值;若一个算法用少于 EDO_ITI 算法的计算时间就能获得同样或更高精度的全局最优解,则记录其实际获得的目标函数值和实际所用的计算时间。例如,对于 BUMP 函数优化问题,EDO_ITI 算法花了 3623 秒,迭代了 78075 次才获得全局最优目标函数值 -1.822179730232259 ,但 DE 算法只花 298 秒,迭代了 21192 次就能获得最优目标函数值 -1.8351 ,在表 7 中后者记录为 $-1.8351(298)$ 。

表 6 8 个群智能优化算法的参数取值

智能优化算法	参数取值
GA ^[1]	采用轮盘赌选择策略,单点交换概率=0.65,变异概率=0.01 信息素取值区间 $[\tau_{min}, \tau_{max}] = [0.1, 10]$,信息素更新常数 $Q=30$,搜索常数 $q_0=1$,全局信息素衰减速率 $\rho_g=0.8$,局部信息素衰减速率 $\rho_l=0.6$,信息素灵敏度 $\alpha=0.85$,可见灵敏度 $\beta=5.5$
ACA ^[2]	采用全局学习策略,惯性系数 $w=0.35$,认知系数 $c_1=1.2$,社会系数 $c_2=1.8$
PSO ^[4]	可视距离 $visual=2.5$,移动步距 $step=0.3$,拥挤因子 $\delta=0.618$
AFSA ^[5]	栖息地变化概率=1,迁徙概率区间= $[0, 1]$,每个栖息地的最大迁入和迁出概率=1,突变概率=0.01
BBO ^[6]	交换概率=0.17,变异概率=0.015,接种概率=0.12,疫苗更新概率=0.16
AIA ^[9]	加权因子 $F=0.5$,交换系数 $CR=0.5$
DE ^[7]	每代产生的后代数 $\lambda=300$,标准差 $\sigma=1.2$
ES ^[10]	

表 7 在 EDO_ITI 计算时间内 8 个群智能优化算法的求解结果

基准函数	GA	ACA	PSO	AFSA	BBO	AIA	DE	ES
$f_0(X)$	-44.3534	-15.7814	-34.6838	-14.2249	-41.5319	-40.4169	-29.2833	-20.4546
$f_1(X)$	3.3785E4	1.1291E6	78.9075	2.4939 E6	801.3048	2.1769E4	26.7823	1.2840E6
$f_2(X)$	20.6014	21.1194	20.0002	21.2191	-20.0000	20.5207	20.6976	21.0196
$f_3(X)$	-1.5008	-1.5001	-1.6879	-1.5000	-1.5075	-1.6382	-1.9628(436)	-1.50005
$f_4(X)$	2.3828E10	2.4757E6	8.4761E4	3.1108E6	1855.8221	3.2175E5	250.5239	3.4422E6
$f_5(X)$	128.1885	635.1435	.9001	851.1372	1.7774	291.7941	9.0058E-08(49)	918.7107
$f_6(X)$	-11337.9527	-6908.4212	-10736.0431	-4129.1167	-20854.0115	-10336.2457	-11581.4757	-4664.1721
$f_7(X)$	1.5349E8	1.0872E9	4.3811E5	1.8321E9	1.8493E5	2.1378E5	9.4099E-08(95)	2.0921E9
$f_8(X)$	277.3064	323.4459	40.8607	423.9880	2.8856	27.7571	7.6594E-02(140)	409.4384
$f_9(X)$	9.5489E11	1.0806E4	200.1639	1.9816E11	16.5517	8.4671E9	1.1114E-07	2.4313E11
$f_{10}(X)$	4.9684E5	2.3045E6	194.3528	3.5565E6	4505.8159	2.1524E4	8.4355E-08(44)	2.6852E6
$f_{11}(X)$	28.6767	141.9492	-24.0679	251.3174	-15.6699	1.5717	-14.6092	113.0448
$f_{12}(X)$	1354768	2789971	685	3331066	33842	42426	0(21)	3534463
$f_{13}(X)$	1.1863E12	2.7335E13	166.2303	4.5699E13	4.7797E4	2.5378E6	8.7286E-08(97)	5.7028E13
$f_{14}(X)$	1.2388E12	2.9963E13	3.1652E4	5.7703E13	1.1555E6	5.7156E6	4575.6138	5.6256E13
$f_{15}(X)$	-1.39606	-1.1966	-1.22644	-1.1348	-1.8250(805)	-1.48727	-1.8351(298)	-1.1967

为了评估 EDO_ITI 算法与 8 个群智能优化算法的性能,采用下列方法进行打分:对于每个基准函数优化问题,性能最好的算法记 9 分,性能最差的算法记 1 分。一个算法的性能差异定义如下:

(1)在相同的计算时间内,一个算法获得的最优解离理论全局最优解越近,其性能越好,得分也越高。

(2)一个算法获得全局最优解所花的时间越少,其性能越好,得分也越高。

表 8 EDO_ITI 算法和 8 个群智能优化算法求解每个基准函数优化问题的得分

基准函数	EDO_ITI	GA	ACA	PSO	AFSA	BBO	AIA	DE	ES
$f_0(X)$	9	8	2	5	1	7	6	4	3
$f_1(X)$	9	4	3	7	1	6	5	8	2
$f_2(X)$	9	5	2	7	1	8	6	4	3
$f_3(X)$	8	4	2	7	1	5	6	9	3
$f_4(X)$	9	1	4	6	3	7	5	8	2
$f_5(X)$	8	5	3	7	2	6	4	9	1
$f_6(X)$	9	6	3	5	1	8	4	7	2
$f_7(X)$	8	5	3	6	2	7	4	9	1
$f_8(X)$	8	4	3	5	1	7	6	9	2
$f_9(X)$	9	1	5	6	3	7	4	8	2
$f_{10}(X)$	8	4	3	7	1	6	5	9	2
$f_{11}(X)$	9	4	2	8	1	7	5	6	3
$f_{12}(X)$	8	4	3	7	2	6	5	9	1
$f_{13}(X)$	8	4	3	7	2	6	5	9	1
$f_{14}(X)$	9	4	3	7	1	6	5	8	2
$f_{15}(X)$	7	5	4	3	1	8	6	9	2
总分	135	68	48	100	24	107	81	125	32
平均分	8.4375	4.25	3	6.25	1.5	6.6875	5.0625	7.8125	2

根据上述两个规则,基于表 5 和表 7,EDO_ITI 算法和 8 个群智能优化算法求解每个基准函数优化问题的得分如表 8 所列。

从表 8 可以看出,EDO_ITI 算法和 8 个群智能优化算法的性能排序如下:

EDO_ITI>DE>BBO>PSO>AIA>GA>ACA>ES>AFSA

EDO_ITI 算法求解每个基准函数优化问题的平均得分为 8.4375 分。

结束语 EDO_ITI 算法的特点如下:

(1)EDO_ITI 算法中相关的算子是通过生态毒理动力学模型来进行构造的,不需要与要求解的实际优化问题相关。EDO_ITI 算法包括污染算子、学习算子和镶嵌算子,这些算子增加了其搜索能力。

(2)因生态毒理动力学模型不需要毒理知识的支持,故 EDO_ITI 算法也不需要毒理知识的支持,该特点有利于 EDO_ITI 算法的研究与改进。

(3)EDO_ITI 算法利用污染、学习和镶嵌算子从多种角度实现种群之间的交换信息,种群间信息交换充分,既促使了种群加速向最优解移动,又避免了种群陷入局部最优的概率,同时又扩大了搜索范围。

(4)因污染只对种群的很少部分特征有影响,当种群交换特征信息时,只涉及到很少一部分特征参与运算。由于被处理的特征数大幅减少,因此当求解复杂优化问题,特别是高维优化问题时,收敛速度可得到大幅提升。

(5)采用随机方法确定算法中各算子中的相关参数,既大幅减少了参数输入个数,又使模型更能表达实际情况。

(6)毒素的脉冲输入到环境系统相当于搜索空间的试探解从一个位置猛烈跳到另外一个位置,这种性质有利于使搜索跳出局部最优解陷阱。

(7)EDO_ITI 算法考虑到了不同类型的种群在竞争过程和捕食-被食过程中外界因素的不连续间断介入的现象。

(8)EDO_ITI 算法所涉及的竞争过程丰富多彩,体现出了生态系统中常见的不同类型的种群间的复杂连环捕食-被食关系。

(9)EDO_ITI 算法所涉及的竞争过程和捕食-被食过程充分体现了不同类型的种群的内在增长率、被毒死亡率、自然死亡率、捕食者的捕食率、捕食者食饵消化吸收后转化的增长率等参数的复杂变化情况。

(10)演化时,强壮的种群能继续生长,而虚弱的种群却停止生长。该特征可确保 EDO_ITI 算法具有全局收敛性。

- [1] Holland J. Adaptation in Natural and Artificial Systems [M]. Cambridge: MIT Press, 1992
- [2] Colomi A, Dorigo M. Distributed optimization by ant colonies [C]// Proceedings of the 1st Europe Conference on Artificial Life. 1991; 134-142
- [3] Eberhart R, Kennedy J. New optimizer using particle swarm theory [C]// MHS'95 Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science. IEEE, Piscataway, NJ, USA, 1995; 38-43
- [4] 崔志华, 曾建潮. 微粒群优化算法 [M]. 北京: 科学出版社, 2011
- [5] 李晓磊, 邵之江, 钱积. 一种基于动物自治体的寻优模式: 鱼群算法 [J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(11): 32-38
- [6] Simon D. Biogeography-based Optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(6): 702-713
- [7] Price K, Storn R. Differential evolution [J]. Dr. Dobb's Journal, 1997, 22(4): 18-24, 78
- [8] 王磊, 潘进, 焦李成. 免疫算法 [J]. 电子学报, 2000, 28(7): 74-78
- [9] 李茂军, 罗安, 童调生. 人工免疫算法及其应用研究 [J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 153-158
- [10] Beyer H. The Theory of Evolution Strategies [M]. New York: Springer, 2001
- [11] Mezura-Montes E, Coello C. A simple multimembered evolution strategy to solve constrained optimization problems [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2005, 9(2): 1-17
- [12] 陈兰荪, 孟新柱, 焦建军. 生物动力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2009
- [13] 王克. 随机生物数学模型进展 [M]. 北京: 科学出版社, 2010
- [14] Hallam T G, Clark C E, Lassiter R R. Effects of toxicant on population: A qualitative approach I; Equilibrium environmental exposure [J]. Ecology Modelling, 1983, 8: 291-304
- [15] Hallam T G, Clark C E, Jordan G S. Effects of toxicant on population: A qualitative approach II; First Order Kinetics [J]. Journal of Mathematical Biology, 1983, 18: 25-37
- [16] Hallam T G, Delua J T. Effects of toxicant on population: A qualitative approach III; Environmental and food chain pathways [J]. Journal of Theoretical Biology, 1984, 109: 411-429
- [17] Liu Yi-liang, Liu Qun, Liu Zhen-hai. Dynamical behaviors of a stochastic delay logistic system with impulsive toxicant input in a polluted environment [J]. Journal of Theoretical Biology, 2013, 329: 1-5
- [18] Iisufescu M. Finite Markov Processes and Their Applications [M]. Wiley: Chichester, 1980