

基于最小圆柱区域的锥束 CT 快速图像重建

张顺利^{1,2} 张定华² 李明君² 郭新明¹

(咸阳师范学院图形图像处理研究所 咸阳 712000)¹

(西北工业大学现代设计与集成制造技术教育部重点实验室 西安 710072)²

摘要 传统锥束 CT 通常选取立方体或其内切圆柱作为图像重建的区域,因此考虑到工业 CT 重建目标尺寸差异较大的特点,提出了一种基于最小圆柱区域的快速三维图像重建方法。首先由不同视角下的锥束投影数据通过直线扫描转换算法构建重建目标的最小区域包络图;然后通过区域填充方法来进一步确定最小区域包络;在此基础上,采用中点圆算法得到最小圆柱区域的半径。该方法能够根据重建目标的尺寸自适应地确定最小圆柱重建区域,从而减少了不必要的计算。实验结果表明,该方法有效地提高了 ART 算法的重建速度,同时取得了较好的重建质量。

关键词 锥束 CT, 图像重建, 重建区域, ART 算法

中图分类号 TP391.75 文献标识码 A

Fast Image Reconstruction for Cone-beam CT Based on Minimal Cylindrical Reconstruction Region

ZHANG Shun-li^{1,2} ZHANG Ding-hua² LI Ming-jun² GUO Xin-ming^{1,2}

(Institute of Graphics and Image Processing, Xianyang Normal University, Xianyang 712000, China)¹

(Key Laboratory of Contemporary Design & Integrated Manufacturing Technology, Ministry of Education, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)²

Abstract Conventional image reconstruction of cone-beam CT usually assumes a cube or its inscribed cylinder as the reconstruction region, considering the characteristic of large difference of reconstruction objects of industrial CT in size, a fast image reconstruction method based on minimal cylindrical reconstruction region was proposed. Firstly, the envelope diagram of minimal region of reconstruction object was obtained by line scan conversion algorithm from cone-beam projection data of different view. Then, the envelope of minimal region was determined by region filling algorithm. On this basis, the radius of minimal cylinder was obtained by midpoint circle algorithm. This method can adaptively determine the reconstruction region of minimal cylinder according to the size of reconstruction object, thus unnecessary computation is reduced. Experimental results show that the proposed method can effectively improve the reconstruction speed of algebraic reconstruction technique and obtain better reconstruction quality simultaneously.

Keywords Cone-beam CT, Image reconstruction, Reconstruction region, Algebraic reconstruction technique

1 引言

计算机断层成像 (computerized tomography, CT) 是计算机技术与放射性技术相结合而形成的一种先进的成像技术,被广泛应用于医疗诊断、工业制造及无损探伤等领域。近年来,随着计算机技术的飞速发展和面阵探测器件的出现,锥束 CT (cone-beam CT, CBCT) 以其扫描速度快、射线利用率高及空间分辨率各向同性等诸多优势,成为当今国际 CT 研究领域最活跃的前沿课题之一。

目前, CBCT 图像重建方法大致分为两类: 解析算法和迭代算法。解析算法中以 FDK (Feldkamp, Davis and Kress) 算法^[1] 为代表, 该算法原理简单, 重建速度较快, 当锥角较小时

能够得到比较好的重建质量。FDK 算法的缺点是对投影数据的完备性要求较高, 且数据应均匀分布, 这使得被检工件的几何尺寸受到限制。迭代算法中以 ART (algebraic reconstruction techniques) 算法^[2] 为代表。该算法把图像重建问题转化为求解重建图像各体素值和投影之间关系的代数方程组, 并能利用某些先验知识, 尤其适合于不完全投影数据的图像重建。ART 算法的缺点是重建速度慢, 这在很长一段时间内限制了其应用。

在 CBCT 系统中, 由于重建数据量大, 运算复杂度高, 重建速度一直是制约其实际应用的瓶颈。为此众多学者进行了大量的研究工作, 提出了很多提高重建速度的方法, 主要包括算法的改进、并行处理和图形硬件加速技术等^[3-7]。上述方法

到稿日期: 2009-11-30 返修日期: 2010-02-21 本文受国家自然科学基金 (50375126), 陕西省自然科学基金 (2009JQ8017), 陕西省教育厅专项基金 (09JK810, 09JK811) 资助。

张顺利 (1973-), 男, 副教授, 主要研究方向为工业 CT、计算机图形图像处理, E-mail: slmmzhang@sina.com; 张定华 (1958-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为 CAD/CAM、工业 CT 和计算机图形图像处理等; 李明君 (1982-), 男, 博士生, 主要研究方向为工业 CT、计算机图形图像处理; 郭新明 (1979-), 男, 硕士, 主要研究方向为计算机应用。

在实现过程中,通常将重建区域限定在一个固定的立方体区域或该立方体的内切圆柱中,没有充分利用重建目标的先验信息,因而造成了大量不必要的计算。工业 CT 的一个显著特点在于被检测目标的尺寸差异较大,因此重建过程中要考虑到重建目标的实际情况。文献[8]针对二维 CT 提出了一种基于最小区域的图像重建方法,取得了良好的加速效果。本文将在上述工作的基础上,以 ART 算法的快速重建为目标,针对 CBCT 提出一种基于最小圆柱区域的三维图像重建方法,该方法能够根据重建目标的不同自适应地将重建区域限定在包含重建目标的最小圆柱区域中,从而减少不必要的计算,有效提高 ART 算法的重建速度。

2 ART 算法原理

2.1 问题描述

设重建目标的线性衰减系数分布为 $f(x, y, z)$, 它可以看作是由 $N=n \times n \times n$ 个离散的小立方体(体素)组成的, 在每个体素内部线性衰减系数被视为常数, 表示为 $f_j (1 \leq j \leq N)$ 。射线看作是没有宽度的, 对应于射线 i 的投影记为 p_i , 根据 Beer-Lambert 衰减定律, 锥束射线投影与重建体素之间满足以下关系:

$$p_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j, i=1, 2, \dots, M \quad (1)$$

式中, M 为投影总数, N 为体素总数; w_{ij} 为权因子, 在数值上等于第 i 条射线穿过第 j 个体素的长度, 它反映了体素对射线投影值的贡献。式(1)用矩阵表示为:

$$P = WF \quad (2)$$

式中, P 为 M 维投影数据向量, F 为 N 维图像向量, W 为 $M \times N$ 维权因子矩阵。这样图像重建问题就转化为高维线性方程组的求解。

2.2 问题求解

理论上可以根据体素布置与射线的几何结构预先计算出权因子矩阵 W , 然后采用矩阵求逆的方法来求解方程组(2)。但实际中, 由于 M 和 N 都非常大, 存储权因子矩阵 W 需要海量的硬盘空间, 而且频繁的访问硬盘所造成的时间耗费也很大, 因此用常规矩阵理论来求方程组(2)是不现实的。作为一种经典的图像重建技术, ART 算法采用迭代法来求解方程组(2)。其迭代公式为:

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \lambda \frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} f_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}^2} w_{ij} \quad (3)$$

式中, k 为迭代序号, $1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N, \lambda$ 为松弛因子 ($0 < \lambda < 2$)。式(3)的具体计算步骤如下:

Step1 初始化。通常置所有体素值 $f_j(x, y, z)$ 为 0。

Step2 计算图像投影。任取一条射线 l_i , 对应的投影数据(射线和)为 p_i , 对重建图像沿射线 l_i 做投影运算, 得到伪射线和 $\tilde{p}_i = \sum_{n=1}^N w_{in} f_n^{(k)}$ 。

Step3 计算图像校正。校正值 $\Delta p_i = p_i - \tilde{p}_i$, 并将校正值加权得到 $\Delta p_i = \lambda \Delta p_i / \sum_{n=1}^N w_{in}^2$ 。

Step4 反投影。将加权后的投影校正值沿射线 l_i 反投影于该射线经过的诸体素去校正这些体素值, 即 $f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \Delta p_i w_{ij}$, 重复 Step2 - Step4, 直到计算完所有的射线, 从而完成一次迭代。

Step5 判断迭代是否满足预定收敛条件, 若满足收敛条件则结束; 否则转 Step2, 进行下一次迭代。

3 最小圆柱区域及其确定

传统图像重建方法通常将重建区域限定在一个包含重建目标的立方体区域中, 该区域的中心在原点, 由 $n \times n \times n$ 个离散的体素组成, 体素大小为 δ , 区域高为 h , 其中 $h = n \times \delta$ 。下面给出本文方法中涉及到的几个相关定义。

3.1 相关定义

定义 1 最小区域。 将重建目标沿旋转轴向水平面投影, 得到一个平面区域, 称为包含重建目标的最小区域, 如图 1(a) 所示。该最小区域可由重建目标任意一层的横截面区域的并集所产生。

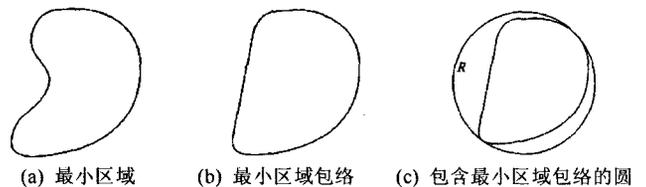


图 1 相关定义示意图

定义 2 最小区域包络。 由最小区域的包络线所围成的最小凸区域称为最小区域包络, 如图 1(b) 所示。实际扫描中只能获取有限的投影数据, 因而只能得到该区域的一个近似。

定义 3 最小圆柱区域。 由最小区域包络可以确定一个圆心在原点、半径为 R 的圆, 该圆恰好包含最小区域包络, 如图 1(c) 所示。则以 R 为半径, 以立方体区域的高 h 为高, 中心在原点的圆柱体区域称为包含重建目标的最小圆柱区域, 如图 2 所示。

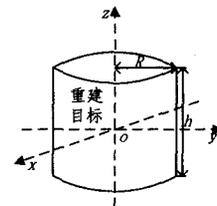


图 2 最小圆柱区域示意图

可以看出, 最小圆柱区域恰好包含重建目标, 若以此为重建区域, 可以大幅减少计算量, 从而提高重建速度。下面具体讨论如何由实际扫描到的锥束投影数据获取到最小圆柱区域的半径 R 。

3.2 最小区域包络的确定

如果已知重建目标的最小区域, 便可通过图形学的相关知识得到其最小区域包络, 但欲重建目标的内部信息是未知的, 因此无法预先获取其最小区域。事实上投影数据反映了射线与重建物体相交的情况, 若射线与物体相交, 则投影值大于 0; 否则为 0。根据这一特性, 我们首先获取某一视角下的投影数据, 分别沿探测器平面最左侧和最右侧的两列依次向内遍历, 一旦某一列中出现非零投影数据, 则停止遍历, 此时该列所在的任意一条射线在 xoy 平面上的投影即为最小区域的一条包络线。沿两侧遍历结束后可获取该视角下最小区域的两条包络线, 这两条包络线恰好将重建目标包夹在中间。用同样的方法获取其他视角下的包络线, 最后由这些包络线经直线生成算法即可得到最小区域包络图。

设某一视角下探测器平面上的投影数据为 $projection[i][j]$, 其中 i 为探测器平面的行标, j 为列标, 且有 $0 \leq i, j \leq n$ 。定义数组 $region[i][j]$ ($0 \leq i, j \leq n$) 来标记最小区域包络, 具体定义为: 当像素位于最小区域包络内时, $region[i][j]=1$; 当像素位于包络线上时, $region[i][j]=-1$; 其他位置, $region[i][j]=0$ 。在遍历过程中左右两条包络线在探测器平面上的列标分别用 $left$ 和 $right$ 来表示。下面给出确定某一视角下包络线的算法。

Step1 初始化 $region[i][j]=0$ 。
 Step2 确定左侧包络线所在的列标 $left$
 for $i=0$ to $n-1$ do
 for $j=0$ to $n-1$ do
 if $projection[j][i]>0$
 $left=i$
 goto Step3
 endif
 endifor
 endifor

Step3 确定右侧包络线所在的列标 $right$
 for $i=n-1$ to 0 do
 for $j=0$ to $n-1$ do
 if $projection[j][i]>0$
 $right=i$
 goto Step4
 endif
 endifor
 endifor

Step4 得到两条包络线在探测器平面上的列标 $left$ 和 $right$ 后, 由锥束 CT 的扫描几何结构即可确定该列射线在 xoy 平面上的投影与探测器平面的交点, 分别记为 $E(E_x, E_y)$ 和 $F(F_x, F_y)$ 。

Step5 由射线源 S 和 E 、 S 和 F 分别在 xoy 平面上通过直线扫描转换算法生成两条包络线, 并置直线所经过像素的 $region[i][j]$ 为 -1 。

按照上述方法, 计算其他视角下的包络线, 这样会得到一个最小区域包络图。在此基础上, 通过文献[8]中所提出的快速区域填充方法来进一步得到最小区域包络, 最终数组 $region[i][j]$ 中所有值为 1 的像素形成了最小区域包络。

3.3 最小圆柱区域半径 R 的确定

为了确定最小圆柱区域的半径 R , 给出了一个初始半径值 r , 以原点为中心, 以 r 为半径通过圆的生成算法得到圆上的一系列像素。如果存在圆上某个像素所对应的 $region[i][j]$ 值为 1, 说明圆与最小区域包络相交, 则扩充 r , 生成新的圆进行判断, 直至圆周上所有像素对应的 $region[i][j]$ 值不为 1。在圆的生成算法中, 中点画圆算法^[9] 是一种得到广泛应用的算法, 该算法采用了递推公式, 使整个处理过程变得简单, 而且像素位置与圆轨迹的逼近程度也较高, 因此这里采用中点画圆算法。

考虑到运算效率, 在给出半径初始值时, 可以由原点 o 分别沿 x 轴和 y 轴向两侧计算最小区域包络的半径, 如图 3 中的 a, b, c 和 d 所示, 取这些半径中的最大值为初始半径 r , 即 $r = \max\{a, b, c, d\}$ 。具体算法如下:

Step1 $r = \max\{a, b, c, d\}$ 。
 Step2 $r \leftarrow r+1, x \leftarrow 0, y \leftarrow r$ 。

Step3 $d \leftarrow 5/4 - r$ 。

Step4 $i \leftarrow n/2 - 1 - y, j \leftarrow x + n/2$ 。

Step5 如果 $region[i][j], region[n-1-i][j], region[i][n-1-j], region[n-1-i][n-1-j], region[n-1-j][n-1-i], region[n-1-j][i], region[j][n-1-i]$ 和 $region[j][i]$ 中至少有一个值为 1, 转 Step2。

Step6 如果 $d < 0$, 则 $d \leftarrow d + 2x + 3, x \leftarrow x + 1$; 否则 $d \leftarrow d + 2(x - y) + 5, x \leftarrow x + 1, y \leftarrow y - 1$ 。

Step7 重复 Step4—Step6, 直至 $x \geq y$ 。

Step8 $R = r$, 结束。

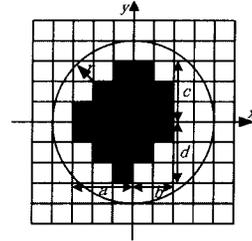


图 3 确定最小圆柱半径示意图

3.4 基于最小圆柱区域的重建

确定最小圆柱区域的半径 R 后, 图像重建过程即可限定在最小圆柱区域中进行。对于 FDK 算法, 只需判断重建体素是否属于最小圆柱区域, 若属于则重建; 否则不需重建。而对于锥束 ART 算法, 还需计算三维射线穿过最小圆柱区域的体素索引和权因子。文献[6]提出了一种快速三维前向投影算法, 将三维射线分别向水平面和垂直面进行投影, 通过计算两条投影线与各自投影面的相交情况来确定射线穿过重建区域的体素索引及权因子。由于最小圆柱区域和立方体区域的高度相同, 因此三维射线在垂直面上的投影没有变化, 下面考虑三维射线在水平面上的投影。

设三维射线 SE 穿过立方体重建区域, 其在重建区域底面的投影线为 $S'E'$, 如图 4 所示。 $S'E'$ 与圆柱底面圆相交于 P, Q 两点, 这两点可以通过圆与直线的求交得到, 然后确定 P, Q 两点所在的像素索引, 进而利用文献[6]中的二维射线与像素的遍历和求交算法来计算出 P, Q 之间的像素索引和权因子, 最后结合垂直投影面上的相交情况来最终得到三维射线在最小圆柱区域中的体素索引和权因子, 这样图像重建过程即可在最小圆柱区域中进行。

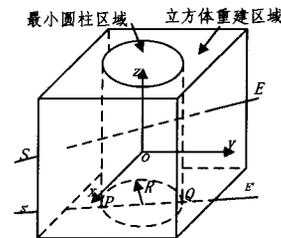


图 4 三维射线投影示意图

4 实验结果及分析

为了验证本文所提方法的有效性, 分别采用传统的立方体区域、内切圆柱区域和本文的最小圆柱区域来实现 ART 算法的重建, 重建模型选用经典的 3D Shepp-Logan 头模型^[10]。实验平台为 P IV3.0 GHz CPU, 512MB 内存, 操作系统为 Microsoft Windows XP, 开发工具采用 VC++6.0。仿

真实实验参数如表 1 所列。

扫描轨迹及方式	单圆轨迹
投影角度采样间隔	1°
扫描投影数	360 幅
圆轨迹扫描半径	780mm
射线源与探测器的距离	1560mm
平板探测器阵列	128×128
探测器像元尺寸	0.512mm
三维图像重建大小	128×128×128
重建体素尺寸	$N_x = N_y = N_z = 0.256\text{mm}$

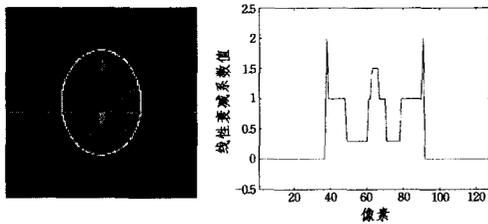
实验中将原始头模型分别压缩到 2/3 尺寸(压缩模型 1)和 1/2 尺寸(压缩模型 2),以模拟不同尺寸大小的重建目标。取松弛因子 $\lambda=0.2$,三维图像初值为 0。迭代 1 次后的重建时间对比如表 2 所列。

表 2 3 种区域重建时间对比

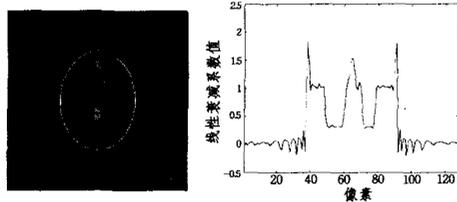
重建模型	立方体区域	内切圆柱区域	最小圆柱区域
原始模型	72.578	59.172	42.406
压缩模型 1	72.531	59.403	21.672
压缩模型 2	72.528	59.323	15.062

由表 2 可以看出,对于 3 种模型,用传统的立方体区域的重建时间几乎相同,采用内切圆柱区域后重建时间均节省了约 13 秒,这两种区域的重建时间与重建目标的尺寸大小无关。采用本文的最小圆柱区域重建后,重建速度得到显著提升。与立方体区域相比,原始模型的重建加速比约为 1.7 倍,压缩模型 1 的重建加速比约为 3.3 倍,压缩模型 2 的重建加速比更是达到约 4.8 倍,重建速度与重建目标的尺寸有很大的关系,从而体现出了本文方法较高的灵活性。

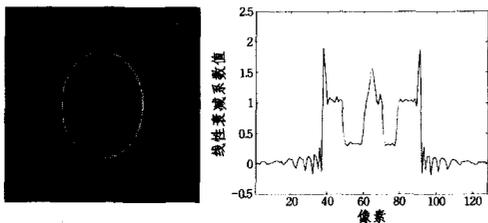
为了比较几种重建区域的重建精度,图 5 给出了压缩模型 2 第 59 层的原始图像及采用不同重建区域迭代 3 次后的重建图像,其中左侧分别为原始图像和重建图像,右侧为相应图像第 70 行的线性衰减系数曲线图,该曲线可以定量地反映重建精度。



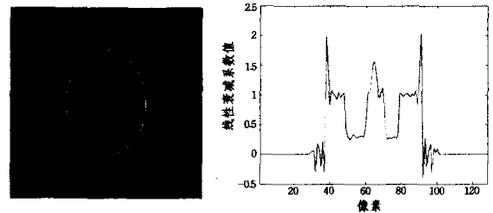
(a)原始图像



(b)立方体区域重建结果



(c)内切圆柱区域重建结果



(d)最小圆柱区域重建结果

图 5 原始模型及采用不同重建区域的重建结果

由图 5 可以看出,本文方法在大幅提高重建速度的同时,与传统方法的重建精度几乎保持一致。比较图 5(a)–5(d)右侧的曲线图不难发现,传统方法在重建对象所覆盖的区域外均存在不同程度的伪影,而本文方法将重建区域限定在包含重建目标的最小圆柱区域中,消除了重建目标外大部分区域的伪影,使得重建图像的质量得到明显改善。

结束语 针对锥束 CT 重建速度慢的问题,本文提出了一种基于最小圆柱区域的快速三维图像重建方法。其特点在于能够根据重建目标的尺寸大小灵活地选择重建区域,避免了传统重建区域所造成的不必要的计算。文中给出了最小圆柱区域的定义及其构建方法,讨论了锥束 ART 算法的具体实现,并与传统重建区域进行了比较。结果表明,本文方法不仅显著提高了重建速度而且改善了重建质量。下一步的工作是构建以最小区域包络为截面的柱体重建区域,从而最大限度地减少计算量。

参考文献

- [1] Turbell H. Cone-beam reconstruction using filtered backprojection [D]. Linkoping: Linkopings University, 2001
- [2] Muller K. Fast and accurate three-dimensional reconstruction from cone-beam projection data using algebraic methods [D]. USA: The Ohio State University, 1998
- [3] Xu F, Mueller K. Accelerating popular tomographic reconstruction algorithms on commodity PC graphics hardware [J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2005, 52(3): 654-663
- [4] Mueller K, Yagel R, Wheller J. Fast implementations of algebraic methods for the 3D reconstruction from cone-beam data [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1999, 18(6): 538-547
- [5] Yan Guorui, Tian Jie, Zhu Shouping, et al. Fast cone-beam CT image reconstruction using GPU hardware [J]. Journal of X-Ray Science and Technology, 2008, 16: 225-234
- [6] 张顺利,张定华,黄魁东,等. 锥束 ART 算法快速图像重建[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(4): 885-892
- [7] Mueller K, Yagel R. Rapid 3-D cone-beam reconstruction with the simultaneous algebraic reconstruction technique(SART) using 2-D texture mapping hardware [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2000, 19(12): 1227-1237
- [8] 张顺利,张定华,赵敬波,等. 基于最小区域的快速 CT 图像重建[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2009, 21(2): 160-164
- [9] 孙家广,等. 计算机图形学(第三版)[M]. 北京:清华大学出版社, 2002
- [10] Yang J S, Guo X H, Kong Q, et al. Parallel implementation of Katsevich's FBP algorithm [J]. International Journal of Biomedical Imaging, 2006