

普适计算中定位单元布局研究

李海成¹ 张锐² 周艳¹

(辽东学院信息技术分院 丹东 118003)¹ (北京科技大学信息工程学院 北京 100083)²

摘要 普适计算环境中未知移动节点的位置信息是定位服务要解决的关键技术。在普适计算二维空间定位过程中,通过对三角形定位单元区域的误差分析,提出了定位单元布局(LUD)定理。在此基础上,对多个定位单元布局进行了研究,定义了一个新的描述定位单元中定位参考点覆盖效能的物理量——覆盖基,提出了在误差最小情况下定位单元布局的覆盖基定理。仿真实验表明定位单元布局定理能更好地满足对普适终端实时定位的需求,且具有较高的精度和最大覆盖效能。

关键词 普适计算,定位单元,定位单元布局,覆盖基

中图分类号 TP393 **文献标识码** A

Research on Deployment of Locating Unit in Ubiquitous Computing

LI Hai-cheng¹ ZHANG Rui² ZHOU Yan¹

(Information Technology College, Eastern Liaoning University, Dandong 118003, China)¹

(School of Information Engineering, University of Science & Technology, Beijing 100083, China)²

Abstract Getting location information of an unknown mobile node is a key point of locating service in the ubiquitous computing environment. The errors due to locating an triangular area was studied in the 2-D space as a pervasive computing environment. And the theorem of a locating unit deployment(LUD) was presented. Based on the finding, a new physical property parameter of coverage, coverage base, was defined and introduced for the first time. And, the deployment issue between locating units was also studied, as a result, the theorem of coverage base about locating units was proposed in minimum error condition. The simulation tests indicate that the locating unit deployment theorem can meet the requirement of ubiquitous terminal's real-time localization and possesses the preferable localization precision.

Keywords Ubiquitous computing, Locating unit, Locating unit deployment, Coverage base

未来的无线接入通信网络是一个普适计算(Pervasive / Ubiquitous Computing)的网络环境。所谓普适计算,指的是无所不在、随时随地可以进行计算的一种方式;无论何时何地,只要需要就可以通过某种设备访问到所需的信息^[1]。普适计算依赖于计算机硬件技术和无线通信技术的飞速发展,其目标在于提供面向客户的、统一的、自适应的网络服务。

对于无线通信网络而言,智能设备位置的确定是实现各种服务的前提,准确获取位置信息的定位方法也成为了当前普适计算研究的热点^[2-4]。在由大量设备组成的普适计算环境中,当移动对象要确定自己的位置时,需要由相应的定位单元为其提供定位服务^[5-7]。如何布置定位单元,使移动对象获取准确的定位信息,并使其定位误差最小、覆盖面积最大,是本文所要研究的主要内容。

1 定位单元布局分析

二维空间中的节点定位至少需要 3 个参考点,即一个定位单元才能唯一确定未知节点的位置。假设定位单元的 3

个不同的参考点 $p_i = (x_i, y_i) (i=1, 2, 3)$, 以及它们到未知节点 $p(x, y)$ 的距离分别为 d_1, d_2, d_3 , 根据 TOA 算法^[8-11], 存在下列公式:

$$\begin{cases} \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} = d_1 \\ \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} = d_2 \\ \sqrt{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2} = d_3 \end{cases}$$

求解方程组,经整理后得到:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\Delta^2} (2k_1(y_1 - y_3) - 2k_2(y_1 - y_2)) \\ y = \frac{1}{\Delta^2} (2k_2(x_1 - x_2) - 2k_1(x_1 - x_3)) \end{cases}$$

其中, $k_1 = d_2^2 - d_1^2 - x_2^2 + x_1^2 - y_2^2 + y_1^2$

$$k_2 = d_3^2 - d_1^2 - x_3^2 + x_1^2 - y_3^2 + y_1^2$$

$$\Delta^2 = 4((x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2))$$

Δ^2 称为定位算子,当 $\Delta^2 \neq 0$, 方程有唯一解;当 $\Delta^2 = 0$, 方程有无穷个解。

1.1 定位单元布局(LUD)定理

到稿日期:2009-02-27 返修日期:2009-05-11 本文受国家自然科学基金(69873007),辽宁省教育厅科学基金项目(2008212),辽东学院项目(2009-Z03,2007-Y06)资助。

李海成(1966—),男,硕士,副教授,主要研究方向为嵌入式系统和自动控制,E-mail:llhccgg@126.com;张锐(1987—),男,周艳(1968—),女,博士,副教授。

上述对于节点之间距离的计算是在假定距离测量是绝对准确的情况下进行的,然而测量误差是不可避免的,以下假定这个误差的范围在 $(0, \pm \epsilon)$ 之间,取 $\epsilon > 0$ 。即当两个节点之间的真实距离为 r 时,定位距离的测量值就在 $(r, r \pm \epsilon)$ 之间。在存在误差的情况下,3圆不再相交于一点,而是构成了一个小区域,如图1所示。图中3圆相交围成的小区域记为 C_p ,该区域的面积则表示定位误差的大小。

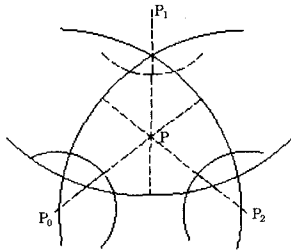


图1 存在距离测量误差时的定位误差区域

设定位点 p 的坐标为 (x, y) ,可对该点进行定位的定位单元的3个参考点 p_i 的坐标分别为 $(x_i, y_i), i=1, 2, 3$,与定位点的距离为 r_i ,距离测量误差为 ϵ_i ,可以得到如下表达式:

$$C_{P_i} = \{(x, y) | (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 \leq (r_i + \epsilon_i)^2, (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 \geq (r_i - \epsilon_i)^2\} \quad (1)$$

当式(1)中的 $\epsilon_i=0$ 时, $\bigcap_{i=1}^3 C_{P_i}$ 将汇聚一点;当 $\epsilon_i > 0$ 时, $\bigcap_{i=1}^3 C_{P_i}$ 将是一个正的小区域 C_p ,这个小区域也代表了定位误差的大小, S_p 是 C_p 内半径为 ϵ 的圆。

$$C_p = \{(x, y) | x \in \bigcap_{i=1}^3 C_{P_i}, y \in \bigcap_{i=1}^3 C_{P_i}\} \quad (2)$$

$$S_p = \{(x, y) | x^2 + y^2 = \epsilon^2, \epsilon > 0\} \quad (3)$$

由于定位单元各参考点的测量是独立的,为了简化分析,这里假定距离测量误差的大小是相等的,当 $\epsilon=0$ 时,式(2)中点集 C_p 将汇聚成为一个点;然而,当考虑误差时,也就是当 $\epsilon > 0$ 时, C_p 将是一个凸的小区域,这个小区域的面积代表了定位误差的大小。

设 l_{pp_i} 是过点 p 和 p_i 的直线,交式(3)中的圆 S_p 于两点 $q_{ij}, j=1, 2$ 。过 q_{ij} 做 S_p 的切线 $\tilde{l}_{q_{ij}}$,切线间相交成六边形,那么区域 \tilde{C}_p 将在直线 $\tilde{l}_{q_{11}}, \tilde{l}_{q_{12}}$ 之间,取 $\tilde{C}_p = \bigcap_{i=1}^3 \tilde{C}_{p_i}$,如图2所示。当测量误差 ϵ 较小时,边缘的区域可以被线性化,并且被估计为 \tilde{C}_p 。这样,下面的问题就转变为探讨定位单元3个参考点如何布置使得 \tilde{C}_p 区域的面积 $S(\tilde{C}_p)$ 最小化。

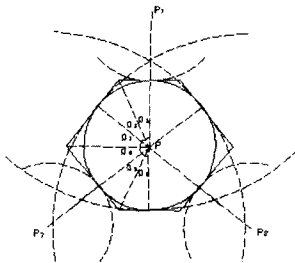


图2 定位单元的线性化定位误差区域

定义1 一个子集 $S \subseteq R^n$,如果对于任意两个不同点 $x_1 \in S$ 和 $x_2 \in S$,并且对于任意实数 λ ,具有 λ 满足取值在 $[0, 1]$ 之间,有 $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in S$ 成立,则 S 是凸集。

定义2 任意两个不同点 $x_1 \in S, x_2 \in S$,且对于任意实数 λ ,使 λ 取值在 $[0, 1]$ 之间,有 $f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq f(x_1) +$

$(1-\lambda)f(x_2)$ 成立,则 $f(x)$ 是定义在凸集 S 上的凸函数。

引理1 对于定义在凸集 $S \subseteq R^n$ 上的一个光滑函数 $f(x)$,对于在 S 上的 x 当且仅当 $f''(x) \geq 0$,则 $f(x)$ 是凸函数;当且仅当 $f''(x) > 0$ 时, $f(x)$ 是严格凸函数。

引理2 对于一个定义在子集 S 上的凸函数 $f(x)$,如果有 m 个点 x_1, x_2, \dots, x_m ,则有 $f(\frac{1}{m}(x_1+x_2+\dots+x_m)) \leq \frac{1}{m}(f(x_1)+f(x_2)+\dots+f(x_m))$ 成立,如果 $f(x)$ 是严格凸函数,那么它只有在 $x_1=x_2=\dots=x_m$ 时才成立。

定理1 设 α_{ij} 是向量 $\vec{pp_i}$ 与 $\vec{pp_j}$ 之间的夹角(锐角),当 $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{31} = \frac{\pi}{3}$ 时, $S(\tilde{C}_p)$ 达到最小值,即当定位单元是等边三角形时,定位点的定位误差最小。

证明:因为 \tilde{C}_p 构成的区域为圆的外切六边形,如图2所示,所以有以下表达式成立:

$$\alpha_{12} = 2\beta_1, \alpha_{23} = 2\beta_2, \alpha_{31} = 2\beta_3$$

$$S(\tilde{C}_p) = 2\epsilon^2 (\tan\beta_1 + \tan\beta_2 + \tan\beta_3) \quad (4)$$

而对于 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 来说,有如下关系式:

$$\beta_{12} + \beta_2 + \beta_3 = \frac{\pi}{2}$$

因为 $(\tan x)'' = 2 \tan x (1 + \tan^2 x) \geq 0$,所以当 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 时,应用引理1和引理2可以导出如下表达式:

$$S(\tilde{C}_p) = 6\epsilon^2 * \frac{1}{3} (\tan\beta_1 + \tan\beta_2 + \tan\beta_3) \geq 6\epsilon^2 * \tan \frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{6} = 6\epsilon^2 \tan \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

当 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \frac{\pi}{6}$ 时,等式成立。即当定位单元是等边三角形时,定位点的定位误差最小。同时,由于二维空间中,只有3个参考点才能唯一地进行定位,于是三角形定位单元是最小的定位单元。

1.2 定位单元误差分析

一般地,影响定位误差的可能因素主要有:①节点间距离测量误差;②参与定位的定位单元数量;③参考点间的相间相对几何位置。本节主要对由定位单元参考点相对位置所引入的误差进行定量分析,对比依据定位单元布局定理布置参考点(LUD)引入的定位误差和随机布置参考点引入的定位误差,以分析本文所提出的LUIS定理的性能。

首先,求解依据定位单元布局定理布置参考点所引入的定位误差。由定理1知,当定位单元呈等边三角形布置时,定位误差最小。由式(5)可以得出定位误差的最小值为:

$$S(\tilde{C}_{p_0}) = 2\sqrt{3}\epsilon^2$$

其次,求解随机布置参考点所引入的定位误差。这一误差与参考点所构成的三角形形状有关。这里采用求误差的数学期望值 $E[S(\tilde{C}_{p_0})]$,即平均的误差区域,将式(4)代入,得:

$$E[S(\tilde{C}_{p_0})] = 2\epsilon^2 E[\tan \frac{\alpha_{12}}{2} + \tan \frac{\alpha_{23}}{2} + \tan \frac{\alpha_{31}}{2}]$$

为了便于计算和推导,将上式中的 $\alpha_{12}, \alpha_{23}, \alpha_{31}$ 分别替换为 x, y, z ,则 x, y, z 满足 $x + y + z = \pi$,消去未知变元,则有:

$$E[S(\tilde{C}_{p_0})] = 2\epsilon^2 E[\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{y}{2} + \cot \frac{x+y}{2}]$$

由于变元 x, y 在区域 D 上服从均匀分布, $D = \{(x, y) | x > 0, y > 0, x + y < \pi\}$,因此 x, y 的联合概率密度函数为:

$$f(x, y) = \frac{2}{\pi^2}$$

代入上式中,得:

$$\begin{aligned} E[S(\tilde{C}_{\rho_0})] &= 2\epsilon^2 E\left[\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{y}{2} + \cot \frac{x+y}{2}\right] \\ &= \frac{4\epsilon^2}{\pi^2} \iint_D \left(\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{y}{2} + \cot \frac{x+y}{2}\right) dx dy \\ &= \frac{4\epsilon^2}{\pi^2} \left(\int_0^\pi \int_0^{\pi-x} \left(\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{y}{2} + \cot \frac{x+y}{2}\right) dy dx\right. \\ &\quad \left. - 4 \int_0^\pi \ln \sin \frac{x}{2} dx\right) \end{aligned} \quad (6)$$

通过对式(6)的前半部分的推导,有:

$$\begin{aligned} \int_0^\pi (\pi-x) \tan \frac{x}{2} dx &= -2 \left((\pi-x) \ln \cos \frac{x}{2} \Big|_0^\pi + \int_0^\pi \ln \cos \frac{x}{2} dx \right) \\ &= -2 \int_0^\pi \ln \cos \frac{x}{2} dx \end{aligned} \quad (7)$$

将式(7)的结果代入式(6)中,通过适当的变量替换和计算,可得:

$$\begin{aligned} E[S(\tilde{C}_{\rho_0})] &= \frac{4\epsilon^2}{\pi^2} \left(-2 \int_0^\pi \ln \cos \frac{x}{2} dx - 4 \int_0^\pi \ln \sin \frac{x}{2} dx\right) \\ &= \left(\frac{24}{\pi} \ln 2\right) \epsilon^2 \end{aligned} \quad (8)$$

最后,比较式(4)与式(8)的结果,当依据定位单元布局定理有针对性地布置参考点时,可以有效缩小定位误差,提高定位精度。以参数 β 表示提高定位精度的百分比,则 β 值为:

$$\beta = \frac{\left(\frac{24}{\pi} \ln 2\right) \epsilon^2 - 2\sqrt{3}\epsilon^2}{\left(\frac{24}{\pi} \ln 2\right) \epsilon^2} = 34.9\%$$

通过对定位误差的定量计算可知,当依据定位单元布局定理布置参考点时,利用初始等边三角形可使定位精度平均提高34.9%左右。通过多个等边三角形定位,可以进一步减小误差。以上分析是在假设距离测量误差均为 ϵ 的情况下得到的。实际定位中,由于存在各种不确定因素,实际得到的定位精度很难达到理想值。但通过有针对性地布置参考点,能较大程度地提高未知节点的定位精度。

2 定位单元覆盖基定理

通过分析三角形定位误差可知,当单个定位单元的3个定位参考点是等边三角形时误差最小。为了提高定位精度,初始布置定位单元的参考点时,应考虑采用正三角形。当有多个定位单元时,如何布局使定位单元在误差最小情况下具有最大的定位覆盖面积,是下面要研究的问题。

定义3 在多个参考点参与定位中,将三角形定位单元数与参考点的个数的比值称为定位参考点的覆盖基。

在无线通信中,一个区域的无线覆盖可能会很自然地想到用一个圆来表示一个参考点的覆盖范围。但是,相邻的圆不可能没有间隙或没有重叠地覆盖整个区域。因此,当考虑要覆盖整个区域而没有重叠和间隙的几何形状时,只有3种可能:正方形、等边三角形和正六边形。如果多边形中心与它的边界上最远点之间的距离是确定的,那么六边形在3种几何中具有最大的面积,而正三角形可以无缝拼接成正六边形。同样的覆盖面积,单独使用正三角形比正六边形需要的参考

点数目更多,因此正六边形可以获得最大覆盖基。

定理2 当有 $n(n \geq 7)$ 个参考点参与定位计算时,将定位单元以正三角形为单位拼接成正六边形,随着 n 的增大,定位参考点的覆盖基也增大;当 n 无限增加,趋于无穷大时,参考点的覆盖基趋于恒定值2。

证明:用 m 表示正六边形层数, n 表示参考点个数, s 表示定位单元个数。

(1)当 $m=1$ 时,需要7参考点, $n=7=1+6=1+6 \times 1=1+6 \times m$;形成6个定位单元, $s=6=6 \times 1^2=6 \times m^2$,此时参考点覆盖基是 $\frac{6}{7}$ 。在最坏情况下,6个三角形定位单元需要18个定位参考点,覆盖基是 $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ 。

(2)当 $m=2$ 时,通过等边三角形特性和定理2简单推导可知,第2层上的参考点是第一层的2倍,如图3所示,第2层需要参考点为 $n=2 \times 6=12$,2层共需要参考点个数为第1层加上第2层,即 $n=1+6+2 \times 6=19$;第2层产生的三角形个数是第1层的3倍,两层共产生 $s=6+3 \times 6=6 \times 2^2=6 \times m^2=24$ 个三角形,参考点覆盖基为 $\frac{24}{19}$ 。

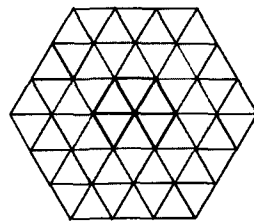


图3 定位单元参考点的正六边形布置

(3)依此类推,当 $m=k$ 时,如图3所示,需要参考点 $n=(1+6+2 \times 6+3 \times 6+\dots+(k-1) \times 6)+k \times 6$,产生等边三角形个数是 $s=1+6+3 \times 6+\dots+(2k-1) \times 6=6 \times k^2$,可以推导出:

$$n=1+6+2 \times 6+3 \times 6+\dots+k \times 6=6 \frac{(1+k)k}{2} + 1 =$$

$$1+3k(k+1) \quad (k > 0), k \text{ 为整数}$$

当参考点个数趋于无穷大时,取极限值得到:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{6 \times k^2}{1+3k(k+1)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{\frac{1}{k^2} + 3 + \frac{1}{k}} \right) = 2 \quad (9)$$

式(9)中,覆盖基为2的物理意义是在误差最小的情况下,当有无限多个定位参考点参与定位时,将定位参考点分布成正六边形,每1个定位单元覆盖面积相当于两个三角形定位单元。

3 仿真实验及算法评价

对于本文提出的定位单元布局定理进行测试,利用MATLAB7.0计算定位误差,通过加入距离测量误差等噪声或干扰因素以验证本文提出的LUD定理的性能。

3.1 LUD定理验证

节点间距离测量误差 ϵ 、参与定位的定位单元数目 n 都会对定位点的定位误差有影响。借助于MATLAB,计算了当 ϵ 和 n 分别取不同值时对定位误差的影响。由于室内节点间距离测量误差大约在几厘米至几十厘米不等,图4给出了当距离测量误差分别为30cm,25cm,20cm及15cm的4种情况。

由图 4 可知,距离测量误差对定位误差区域大小影响很大,二者成平方关系。当实际进行定位计算时,应尽可能地提高距离测量精度。定位单元的数目、对定位误差也有较大影响,随着定位单元数目增多,定位误差呈幂率衰减。当定位单元的数目大于 4 时,对定位误差的影响越来越小,趋于恒定值。

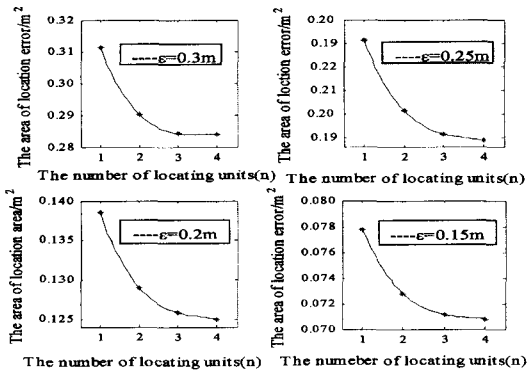


图 4 距离测量误差 ϵ 、定位单元个数 n 对定位误差的影响

3.2 定位误差比较

利用 MATLAB7.0 建立一个 $20\text{m} \times 20\text{m}$ 仿真环境。参考点布置方法分别采用定位单元布局定理的方法和随机布点的方式进行摆放。定位误差与定位单元的数目关系如图 5 所示。

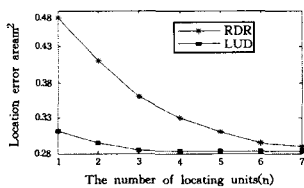


图 5 两种定位单元初始布局定位误差区域的比较

由图 5 可以看出,定位单元布局定理定位误差面积明显小于随机布放参考点。随着定位单元数目的增多,两种布局对未知节点的定位误差都逐渐减小,但开始时定位误差下降的速度较快,后来下降的速度趋缓。从图中可以看出定位单元大于 7 时定位误差差距很小。在实际中,如果随机布放定位参考点,要减少定位误差可以通过增加定位单元的数目来实现。

3.3 覆盖性能比较

在 MATLAB 仿真环境中,将参考点分别布置成如图 3 所示的正六边形和随机摆放两种,初始节点为 7 个,然后每次增加一个定位单元,即 3 个参考点,通过未知节点在定位参考点间移动来计算定位单元覆盖区域,得到如图 6 所示的数据。

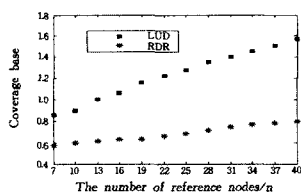


图 6 定位单元两种布局的覆盖效能的比较

从图 6 中可以看出,定位单元采用 LUD 布局,随着参考点数目增加,定位参考点和定位单元的关系接近直线关系,斜率趋近于 2。即当参考点无限增加时,1 个参考点定位区域趋近于 2 个定位参考点的定位区域。

结束语 位置信息是普适计算中首先要解决的一个关键问题。首先,本文对如何缩小定位误差进行了分析,提出并证明了定位单元布局定理,为在二维空间中的定位单元初始布局问题提供了理论依据。其次,结合 LUD 定理,对多个定位单元布局进行分析,提出了定位单元参考点覆盖定理,为多个定位单元能获得最大定位区域提供了理论依据。最后,通过仿真实验对本文提出的定位单元两个定理及定位参考点误差进行了分析与验证。

参考文献

- [1] Gu H L, Shi Y C, Xu G Y, et al. A core model supporting location-aware computing in smart classroom[A] // Proceedings of the 4th International Conference on Web-based Learning[C]. Hong Kong, July-August, 2005; 1-13
- [2] Ichiro S. Location-aware communication in smart spaces[A] // Proceedings of 2007 International Conference on Multimedia and Ubiquitous Engineering(MUE 2007)[C]. Seoul, South Korea, Apr. 2007; 1027-1034
- [3] Lee D L, Xu J L, Zheng B H, et al. Data management in location-dependent information services[J]. IEEE Pervasive Computing, 2002, 1(3): 65-72
- [4] Suo Y, Miyata N, Ishida T, et al. Open smart classroom; Extensible and scalable smart space using Web service technology[A] // Proceedings of The 6th International Conference on Advances in Web Based Learning (ICWL 2007) [C]. Edinburgh, United Kingdom, Aug. 2007; 428-439
- [5] Mcneff J G. The global positioning system[J]. IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, 2002, 50(3): 645-652
- [6] An X L, Prasad R V, Wang J, et al. OPT-online person tracking system for context-awareness in wireless personal network[A] // Proceedings of The 2nd International Workshop on Multi-hop Ad Hoc Networks; From Theory to Reality[C]. Florence, Italy, May 2006; 47-54
- [7] Chan L W, Chang J R, Chen Y C, et al. Collaborative localization: Enhancing WiFi-based position estimation with neighborhood links in clusters[A] // Proceedings of The 4th International Conference on Pervasive Computing [C]. Dublin, Ireland, May 2006; 50-66
- [8] Gu H, Shi Y, Chen Y, et al. Cicada: A highly-precise easy-embedded and omni-directional indoor location sensing system[A] // Proceedings of The First International Conference on Grid and Pervasive Computing[C]. Taichung, Taiwan, May 2006; 385-394
- [9] Roy W, Andy H, Veronica F, et al. The active badge location system[J]. ACM Transaction on Information Systems, 1992, 10(1): 91-102
- [10] Harter A, Hopper A, Steggles P. The anatomy of a context-aware application[J]. Wireless Networks, 2002, 8(3): 187-189
- [11] Bahl P, Padmanabhan V N. RADAR: An in-building RF-based user location and tracking system[A] // Proceedings of the 19th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communication Societies (INFOCOM 2000)[C]. Tel Aviv, Israel, March 2000; 775-784