非线性稀疏表示理论及其应用

栾悉道[1] 王卫威[2] 谢毓湘[2] 张 芯[2] 李 琛[2]
(长沙学院信息与计算科学系 长沙 410022)[1] (国防科学技术大学信息系统与管理学院 长沙 410073)[2]

摘 要 在分析与总结现有稀疏表示方法局限与待解决问题的基础上,提出非线性稀疏表示理论,主要包括:构造单目标非线性稀疏表示模型,分析模型性质与设计求解算法,突破现有稀疏表示理论的线性局限,扩展应用范围;构造多目标非线性稀疏表示模型并设计求解算法,改变现有稀疏表示理论只能处理单一目标的局限,并解决现有模型处理性能存在不确定性的问题;将处理目标与非线性稀疏表示模型求解过程相结合,研究模型超参数的自适应求解方法,设计模型最优性能的求解过程。探讨了航天测控资源优化配置问题的非线性稀疏表示模型的构造方法。

关键词 非线性,稀疏表示,多目标,自适应,最优性能
中图法分类号 TP391.4 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.08.003

Non-linear Sparse Representation Theory and its Applications

LUAN Xi-dao[1] WANG Wei-wei[2] XIE Yu-xiang[2] ZHANG Xin[2] LI Chen[2]
(Department of Information and Computing Science, Changsha University, Changsha 410022, China)[1]
(College of Information System and Management, National University of Denfense Technology, Changsha 410073, China)[2]

Abstract The theory frame of non-linear sparse representation was proposed, based on analysis and conclusion of the limitation and problems to be solved of existing sparse representation method. The main contents include contructing the single objective non-linear sparse representation model, analyzing the solution characteristics and designing the solving algorithms to break through the linearity limitations of sparse representation theory in existence and extend its application domains; constructing the multi-objective non-linear sparse representation model and designing the solving algorithms to make up the shortage of current sparse representation theory which can only deal with single-objective and to solve the problem of processing performance uncertainty in current model; combining the objective and solving procedure of non-linear sparse representation model to study the self-adaptive solving method for the model with unknown hyper-parameters and design the solving procedure for optimal performance of the model. The applying method was discussed taking the optimal configuration problem of TT&C resources.

Keywords Nonlinear, Sparse representation, Multi-objective, Self-adaptive, Optimal performance

1 引言

近年来,对信号处理研究的一个热点是信号在冗余字典下的稀疏分解或表示[1]。这是一种全新的信号表示理论:用超完备的冗余函数库代替基函数,称之为冗余字典,字典中的元素被称为原子。从冗余字典中找到具有最佳线性组合的较少项原子来表示一个信号,称作信号的稀疏逼近或信号的稀疏表示。

稀疏表示研究的热点包括模型的近似表示[2]、模型解的唯一性与稳定性[3]、稀疏表示的性能分析[4]、模型求解算法[5]、字典学习算法[6]、稀疏表示的具体应用[7]以及紧密联系的压缩传感[8]等方面。其中,具体的应用包括:图像处理(如压缩、增强与超分辨)、音频处理(如盲源分离)与模式识别(如人脸与手势识别)等。从实用角度看,具有针对性的灵活模型、计算速度、自适应以及高性能表示结果是稀疏表示方法在应用领域发挥其优势的关键问题。虽然信号稀疏表示在国内外得到广泛研究,但其存在局限,亟待深入研究。其中比较重要的一点就是现有的稀疏表示方法建立的模型是线性的,目的是找到信号关于待估稀疏向量的线性组合,即信号分量由稀疏向量的加权求和来得到。而且,待估向量各分量之间是独立的,这对自然信号形成的图像、声音及其相关处理领域是适用的,但若要应用在其它领域则需要分析或对模型进行修改。此外,信号稀疏表示模型中的超参数需人工确定、模型求解性能的不确定性等问题也是制约稀疏表示理论在很多领域中广泛、深入应用的因素。

信号稀疏表示的思想是在变换域上用尽量少的基函数来表示原始信号,寻求信号在某一特定空间下某种基的最优逼近。事实上,稀疏表示的本质与理念可以理解为,用尽可能少

到稿日期:2013-09-05 返修日期:2014-01-07 本文受国家自然科学基金项目(61201337),省重点学科建设项目和长沙市科技计划项目(K1205045-11)资助。

栾悉道(1976—),男,博士,副教授,主要研究方向为图像与视频信号处理,E-mail:xidaoluan@sina.com;王卫威(1979—),男,博士,讲师,主要研究方向为数据融合与图像数据处理;谢毓湘(1976—),女,博士,副教授,主要研究方向为多媒体信息系统。

的代价或成本达到既定目标(在该角度上,抛开物理背景,可以将稀疏表示看作一个目标优化问题),或找到占主导地位的关键因素,这与很多领域的需求相符,也是很多问题迫切需要达到的目标。实际上在很多学科与领域,都存在与稀疏表示异曲同工的理念与思想。例如,对于基于参数模型的数据处理问题而言,一个好的模型,除最大限度地准确挖掘、提取测量数据中的信息之外,还应该具有较为简单的形式,即模型的待估参数较少,具有稀疏性或节省性;在管理学中存在帕累托原理,该原理是19世纪意大利经济学家在分析社会财富的分布情况时发现的[9]:国家财富的80%掌握在20%的人手中,即"关键的少数和次要的多数"的关系,这里的"20%"相对全体人群来讲地位很重要,但数量较少,具有稀疏性;在模式识别领域,也存在用主成分分析方法实现获取目标或对象主要特征的目的,其中得到的主成分相对于所有成分(模式或特征)所占比例较小,但却具有较强的表征对象的能力。

但是,很多领域的应用问题的输入与输出并非呈简单的线性关系。例如,在航天测控资源优化配置中,由于政治、经济与技术因素的限制,需要利用尽可能少的测控资源实现既定的测控任务,但配置方案与任务需求之间并不呈现简单的线性关系,相似的问题包括空间选址、物资采购等;在描述SAR成像的属性散射中心模型中,需要找到关键的或重要的散射中心,这些散射中心相对图像大小是非常稀疏的,但描述散射中心的参数与图像值并非呈直接线性关系。这就意味着,稀疏表示思想可以应用于很多领域,但必须要对原稀疏表示模型与理论进行扩展。

综上所述,稀疏表示的思想可以应用到图像处理中的非线性问题以及除此之外的很多领域,但这些领域的非线性特点使得现有的模型与方法不能直接应用,需要对现有稀疏表示理论进行扩展与创新。本文在分析现有稀疏表示方法局限性与待解决问题的基础上,突破现有稀疏表示方法多应用于自然信号形成的图像、音频等处理领域的限制,研究并构建非线性稀疏表示理论框架:建立非线性稀疏表示理论框架,其中包括基本理论与方法以及扩展理论与方法,并研究超参数自适应选取方法以及模型最优性能的求解方法,最后结合不同的应用检验该理论的有效性。该方面的研究可极大地扩展稀疏表示理论的应用范围,而且现有的稀疏表示理论与方法在某种程度上可以看作非线性稀疏表示理论的特例。

2 信号稀疏表示简介

超完备信号稀疏表示方法始于20世纪90年代。Mallat与Zhang[10]于1993年首先提出了信号在超完备字典上分解的思想。目前,国外对信号稀疏表示理论研究较为深入的是以Donoho[3]为主的研究团队,包括Candes、Elad、Bruckstein、Tao等。国内众多研究者,如徐宗本[11]、尹忠科[12]、谢胜利[13]、王正明[14]、郁文贤[15]、焦李成[16]、杨静宇[17]、韦志辉[18]等,也纷纷展开了对稀疏表示相关问题的研究。下面对现有的稀疏表示理论、方法与应用情况进行简要介绍。

2.1 信号稀疏表示理论

在理论上,对信号稀疏表示的研究可分为以下几方面:

(1)稀疏表示模型

现有稀疏表示模型一般形式如下:

$$\hat{\boldsymbol{x}}=\arg\min_{\boldsymbol{x}} \|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}\|_2^2+\lambda\|\boldsymbol{x}\|_k^k \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{y}$为观测数据,$\boldsymbol{D}$为字典,$\boldsymbol{x}$为待估稀疏向量,λ为正则参数,$k(1\leqslant k<2)$为稀疏度量。其中,λ与k未知,需要预先确定(虽然通常取$k=1$,但$k<1$时模型更加灵活)。对该模型的理论研究,主要包括模型解与l_0范数最小化解的逼近程度、稀疏表示模型解的唯一性与稳定性等。但是,在一些具体的应用如图像增强与测控资源优化配置中,稀疏度量并不是唯一且最重要的指标。

(2)模型求解算法

上述模型的求解划分为基于数学模型的求解算法,如基追踪、FOCUSS、Shrinkage等,以及不考虑数学模型的求解算法,如匹配追踪算法族等。但现有的算法多存在一个待解决问题,即需预先确定正则参数λ与表征稀疏度的参数k,然后进行求解。若解未达到要求,则重新调整两个参数的值,直至得到满意解。这使得模型在应用中不能达到自动化的程度,限制了稀疏表示方法的应用。

(3)字典学习算法

最初在稀疏表示研究领域,一般假定字典已知,仅求解未知稀疏向量。现已有学者研究字典的选择与学习方法用于字典未知的情况。现有的字典学习方法可分为两种类型:基于训练样本与基于参数化字典[19,20]。其中,后者较为困难,需深入分析所研究的信号的特点与描述方法。对字典学习的过程一般采用两步法,与稀疏表示模型求解相结合。

2.2 信号稀疏表示应用

目前,稀疏表示的应用范围基本为自然信号形成的图像、音频以及文本等,对于非自然信号或数据的应用尚未有文献涉及。在应用方面,可大体划分为两类:

(1)基于重构的应用

此类应用有图像去噪[21]、压缩与超分辨[22]、SAR成像[23]、缺失图像重构[24]以及音频修复[25]等。这些应用主要将目标的特征用若干参数来表示,这些特征构成稀疏向量,利用稀疏表示方法得到稀疏向量,根据数学模型进行数据或图像重构。在这些应用中,观测数据一般含有噪声。

(2)基于分类的应用

这类应用的本质是模式识别[26],将表征对象主要的或本质的特征构造稀疏向量,这些特征具有类间的强区分性。利用稀疏表示方法得到这些特征的值,并根据稀疏向量与某类标准值的距离,或稀疏向量间的距离判别完成模式识别或分类过程,例如盲源分离[27]、音乐表示与分类[28]、人脸识别[29]、文本检测[30]等。

3 信号稀疏表示方法局限与待解决问题

信号稀疏表示虽然得到广泛研究,但尚存在很多问题需要继续深入挖掘。主要包括:

(1)构造更为灵活的稀疏表示模型

在现有稀疏表示模型中,存在一个目标函数与约束函数,

其中，目标函数一般为在假定观测信号具有线性模型形式以及含有高斯白噪声情况下使得噪声的能量最小；约束函数一般指稀疏约束项。这种目标函数一方面将稀疏分量同等对待；另一方面忽视了不同应用中还有其它目标的存在，因为如果单单从表示的角度来看，并不一定要求最稀疏的解是唯一的或最稀疏的解并不是最理想的。例如，在图像重构的过程中，仅仅考虑稀疏解，得到的最稀疏解有可能会造成丢失目标的现象发生。因此，需要构造多目标以及变正则参数的稀疏表示模型，以满足更多应用问题的特点与需要。

(2)确定模型超参数的取值

在上述稀疏表示模型中，主要待估参数为稀疏向量 x，但模型中还存在两个超参数：正则参数 λ 以及表征稀疏程度的参数 k。在现有文献中，大多利用人工预先确定的方法来对两个超参数赋值。确定其值后，进行求解，然后将求解结果与目标需求进行比较。如果不满足要求，再调整参数。这必然造成了求解过程的非适应性或非自动化，也限制了稀疏表示方法在一些自动化程度要求较高的领域的应用。为此需研究稀疏表示模型的自适应求解问题，构造超参数与观测信号和稀疏向量之间的函数关系。

(3)降低稀疏表示模型求解的不确定性

信号稀疏表示理论研究的最终目的是将其应用于各领域，但现有的模型在实际应用中存在处理性能的不确定性问题：一方面，模型中的目标与实际问题处理目标没有形成闭合环；另一方面，稀疏表示模型求解通常从抽象的数学角度进行设计，一般需要借助于迭代优化方法，迭代过程一般以相邻两次估计值的 2 范数满足一定要求作为收敛准则，这意味着收敛准则并没有与应用问题的需求联系起来，造成了处理性能的不确定性。例如，在图像去噪或高分辨率重构处理中，在求解稀疏表示模型后，需要利用人眼视觉主观观察以及其它若干客观定量指标来评估处理性能，而这些评估指标在稀疏表示模型中并未得到体现。

所以，稀疏表示模型的构造需要与具体应用结合起来，其中应用的性能可以用指标(集)来衡量。因此，可以考虑在信号稀疏表示理论中引入处理目标，以便一方面保证处理结果的性能最优，降低处理结果的不确定性；另一方面确定模型中的超参数，如正则参数、优化算法的迭代方向等。这里，将该方法称为目标导向的信号稀疏表示方法。对该方面的研究在模型、算法上可望得到突破，并提高稀疏表示应用的实用性。

(4)稀疏表示模型的线性局限

现有的稀疏表示理论其目的是构造线性模型 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}$，其中 $\boldsymbol{x}$ 为稀疏向量，其大部分元素为 0，或扩展到大部分元素模接近于 0。令 S 为向量 $\boldsymbol{x}$ 的支撑，即非零元素的集合，那么稀疏表示最终的结果模型为：

$$y_i=\sum_{x_j\in S}D_{ij}x_j \tag{2}$$

其中，y_i 表示 $\boldsymbol{y}$ 的第 i 个元素，D_{ij} 表示 $\boldsymbol{D}$ 中第 i 行第 j 列的元素，x_j 表示 $\boldsymbol{x}$ 中第 j 个元素(非零)。可以看到，传统的稀疏表示理论最终是要得到观测信号 y 的线性组合，这里可将其称为线性稀疏表示方法。该方法对于自然信号，如图像、声音等数据适用。事实上，稀疏表示理论的目标可以概括为用尽可能少的成本或费用达到既定的目标，这是很多领域孜孜追求的目标。这就意味着稀疏表示理论可以在更广泛的领域应用，但需要对其进行改进。

综上所述，从实用角度看，具有针对性与适用性的稀疏表示模型、自适应求解以及高性能表示结果是稀疏表示方法在应用领域发挥其优势的关键问题。通过研究非线性稀疏表示理论，将以上涉及的待解决问题都包含在一个理论框架中，是对现有稀疏表示理论与方法的扩展与完善，在理论与实际中都具有极其重要的意义。

4 非线性稀疏表示理论框架

现有的稀疏表示理论包括建模、解的性质分析、模型求解算法以及应用等几个部分；类似地，非线性稀疏表示理论也包括相同内容，包含的问题如图 1 所示。可以看到，非线性稀疏表示理论分为基本理论与方法以及扩展理论与方法两个层面。下面对相关内容进行说明。

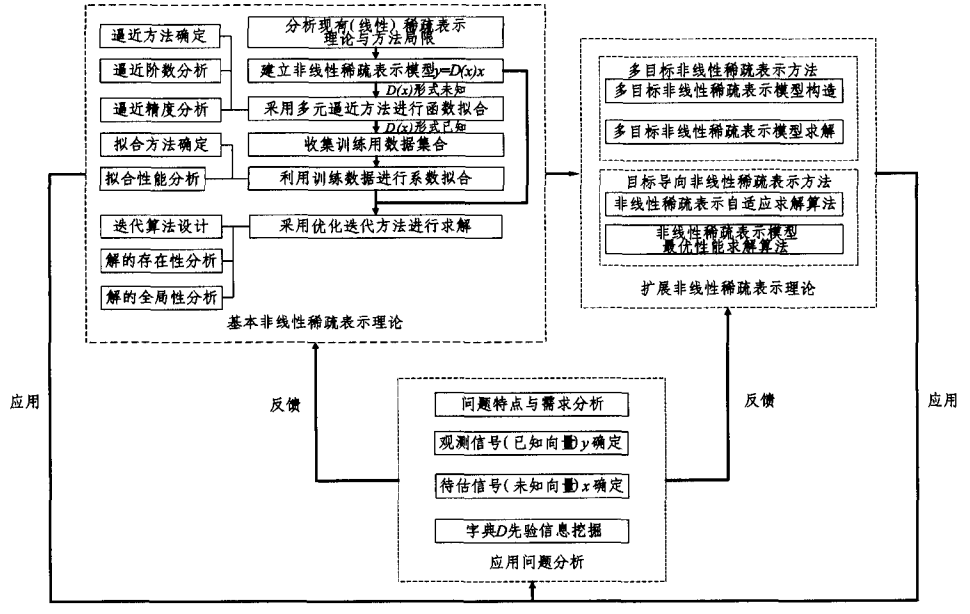

图 1 非线性稀疏表示理论研究框架

4.1 基本非线性稀疏表示理论

基本非线性稀疏表示理论又可称为单目标非线性稀疏表示理论，是从现有的稀疏表示理论框架发展而来，包括单目标非线性稀疏表示建模、多元逼近与逼近函数参数拟合、模型求解与解的性质分析等内容。

(1)单目标非线性稀疏表示建模

模型是整个理论框架的基础。为突破现有的稀疏表示理论方法的线性局限，将原模型中的字典看作稀疏向量的函数。这里的单目标模型包括一个目标函数与一个约束函数，与现有的稀疏表示模型性质相同。目标函数一般指误差拟合项取值最小，即 $\| \boldsymbol{y}-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x} \|_2^2$ 最小；约束函数主要指稀疏约束项，即 $\| \boldsymbol{x} \|_k^k \leqslant \eta$。考虑噪声影响，非线性稀疏表示理论的模型可以写为：

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}+\boldsymbol{w} \tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{w}$ 假定为高斯白噪声，$\boldsymbol{w} \sim N(0,\sigma^2)$。相应的优化模型为：

$$\min \| \boldsymbol{y}-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x} \|_2^2, \text{subject to } \| \boldsymbol{x} \|_0 \leqslant \varepsilon \tag{4}$$

其中，ε 为一较小常数。或利用拉格朗日乘因子，写为含有正则项的形式：

$$\hat{\boldsymbol{x}}=\arg\min_{\boldsymbol{x}} \| \boldsymbol{y}-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x} \|_2^2+\lambda \| \boldsymbol{x} \|_0 \tag{5}$$

其中，λ 为正则参数。由于求解上述 l_0 范数最小化问题为 NP 问题，故此采用常用的 l_k 范数进行逼近，即

$$\hat{\boldsymbol{x}}=\arg\min_{\boldsymbol{x}} \| \boldsymbol{y}-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x} \|_2^2+\lambda \| \boldsymbol{x} \|_k^k \tag{6}$$

现有文献中将 k 设定为 $1 \leqslant k < 2$ 以保证求解问题为凸优化问题，即存在全局最小值解。而事实上，将其取值范围扩大为 $0 < k < 2$ 可能得到更为满足需求的稀疏解。为了使得模型更加灵活，有利于得到更加满足需求的稀疏解，构造变正则参数非线性稀疏表示模型：

$$\hat{\boldsymbol{x}}=\arg\min_{\boldsymbol{x}} \| \boldsymbol{y}-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x} \|_2^2+\| \boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{x} \|_k^k \tag{7}$$

此时，$\boldsymbol{\lambda}$ 不再为一标量，而是一对角阵，即对稀疏向量中的每一个元素都赋予一个权重。在该模型基础上研究求解算法与解的性质。

需要注意的是，这里字典 $\boldsymbol{D}$ 并非固定元素值的字典，而是稀疏向量 $\boldsymbol{x}$ 的函数。最一般的情况为 $\boldsymbol{D}$ 的所有元素 $D_{ij}(x)$ 均为 $\boldsymbol{x}$ 的函数。该字典元素分为两种形式：元素函数形式已知和元素函数形式未知。在第一种情况下，未知参数为稀疏向量；在第二种情况下，未知参数为稀疏向量以及函数形式。与现有稀疏表示模型的不同造成了后续求解与应用上的区别。

(2)字典函数的多元逼近与函数参数拟合

当字典元素函数形式未知时，必须在有限的先验信息基础上将该函数形式具体化，否则在函数抽象、不明确的情况下难以进行下一步求解工作。一个直接的想法就是假定该函数是连续的，利用多元逼近的方法对函数形式进行逼近，那么待估参数将扩大为稀疏向量与逼近表达式中的系数。这时，需要借助于训练集数据对表达式中的系数进行拟合。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}(x) & D_{12}(x) & \cdots & D_{1n}(x) \\ D_{21}(x) & D_{22}(x) & \cdots & D_{2n}(x) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{m1}(x) & D_{m2}(x) & \cdots & D_{mn}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{8}$$

相比线性稀疏表示理论，难点在于字典 D 并非固定而是待估稀疏向量的函数，本质上不再为线性组合的权重。这样，就大大扩展了原稀疏表示理论的应用范围，也使得解的形式更加多样。而且，线性稀疏表示理论为非线性稀疏表示理论的特例，即字典中稀疏向量的幂次为 0。在选择多元逼近方法后，还应研究多项式的阶数与逼近精度之间的关系，以便后续应用。此外，在对字典元素函数进行多元逼近后，存在大量待定的多项式系数。通过收集训练用数据集合，对现有的参数拟合与估计方法进行分析比较，选择其中最恰当的方法对这些待定系数进行估计。此外，需要对拟合与估计精度进行分析，研究精度对稀疏表示性能的影响。

(3)单目标非线性稀疏表示模型迭代求解

非线性稀疏表示模型本质上为具有稀疏约束的非线性方程组，求解过程为一个优化问题，为此需要进行迭代求解。那么首先需要分析该解的性质，即是否存在解，如果存在解，分析是全局最优解还是局部最优解。单目标非线性稀疏表示模型本质上可看作一具有稀疏约束的非线性多元方程组，难以得到明确的解析解，故需采用优化方法进行迭代求解。在理论层面，需要分析模型解的存在性以及解的全局性。

4.2 扩展非线性稀疏表示理论

扩展非线性稀疏表示理论，又称为多目标非线性稀疏表示理论，是引入多目标处理对非线性稀疏表示理论的进一步深化。根据不同的应用，将原优化目标范围扩大。研究该问题的出发点在于很多应用中不仅仅需要进行稀疏表示，还需要其它一些目标最优。一般目标包括两个方面：一是处理性能上的最优；二是时间耗费与空间存储上的最优。这里针对第一个方面进行研究。

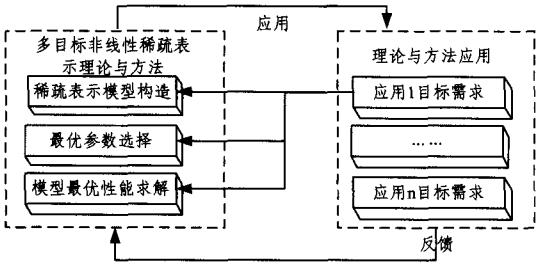

图 2 处理目标与非线性稀疏表示结合方法

目标需求与信号稀疏表示模型、求解的结合方式有以下 3 种：目标需求与模型的结合旨在降低处理性能的不确定性，目标需求与参数确定过程的结合旨在确定最优模型参数，以及目标需求与模型求解过程的结合旨在达到模型参数确定情况下的最优处理性能。相应地，研究内容也包括多目标非线性稀疏表示理论建模与求解、模型最优参数选择以及模型最优性能求解 3 部分(如图 2 所示)。需要说明的是，该方面相关方法也可直接应用于线性稀疏表示方法中。

(1)多目标非线性稀疏表示理论建模与求解

现有的稀疏表示模型一般以待估向量稀疏以及噪声能量最小为目标，但这仅仅是数学意义上的目标形式。通常在求解后再利用相应的指标对处理性能进行评估。如果指标未达到要求，则需重新调整参数进行处理，这表示现有模型存在处理性能的不确定性。为避免该情况，可以采用把具有实际意义的处理目标或指标与稀疏表示模型结合起来的方法来解决

该问题。

在一些处理应用中，存在若干性能评价指标。这些指标很难同时达到最优，而且指标之间可能是相互制约、相互冲突的。分析指标间的相关性分析，找出恰当的指标子集构造优化目标，建立多目标稀疏表示模型。在建立多目标稀疏表示模型后，研究具有针对性的多目标优化方法。一般情况下，不存在所有目标函数共同的极大点，使决策者满意的非劣解为最终解。对众多非劣解中进行分析，通过建立恰当的综合评价准则，可最终从中得到满足要求的最优解。

(2)目标导向的非线性稀疏表示模型最优参数选择

现有的模型需要人工预先确定模型超参数。模型超参数不能自适应选取的原因在于，求解方法假定超参数与待估稀疏向量是相互独立的，没有建立待估参数与稀疏向量之间的联系。最优模型参数的确定是在一定的准则下进行并得到的，可通过对处理效果及性能的需求来建立相关准则，从而反推最优模型参数值。考虑通过引入处理目标函数来建立处理目标与观测数据、待估参数、模型参数之间的联系或函数，如 $f(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},\Theta)$。在具体求解过程中，若指标为待估向量的解析表达式，建立最优参数优选准则，通过理论推导，得到模型参数的确定方法，从而实现一体化计算。

(3)目标导向的非线性稀疏表示模型最优求解性能

现有的稀疏表示模型求解算法通常从抽象的数学角度进行设计，如以数学意义上的收敛、稳定为目标，这造成了处理的不确定性。为此，可将处理目标与求解过程相结合，以处理性能(目标)最优作为迭代求解方向，起到“指挥棒”的作用，从而对求解过程进行优化，限制求解迭代方向。那么，处理后的结果即为希望的结果。

5 航天测控资源优化配置的模型构造

本文以航天测控资源优化配置问题为例，给出非线性稀疏表示模型的构造方法(具体求解过程与结果在今后的研究中予以解决)。

目前，世界各国正在大力发展航天领域的研究，而测控是保证航天飞行任务圆满完成的重要环节。考虑未来卫星测控需求，如何合理利用现有的测控资源，以及在未来规划中尽可能地少布站，以最少的测控站(船)以及中继星等测控资源完成既定航天测控任务，已成为测控网总体设计面临的最大挑战。

现有的航天测控资源配置方法研究，主要是指测控资源时间窗口的分配问题或测控资源调度问题。它建立在给定测控资源与任务想定的基础上。该领域的研究主要集中在调度模型的构建和调度算法的设计两个方面。相关模型主要包括规划模型[31]、约束满足问题(CSP)模型[32]、Petri 网模型[33]以及启发式模型[34]等，调度模型的求解方法有智能优化算法、启发式算法等[35]。但是，测控资源调度问题，本质上是不同于测控资源优化配置问题的，其不足在于：

(1)此类方法对所有给定的测控资源都加以考虑，对测控资源性质未加以判断。例如，给定一资源配置方案，其中可能包括规划中待建设的资源，现有的算法对其不加区分就进行调度或充分运用，而忽略了对已建设的测控资源的重点利用(这一点可通过构建变正则参数非线性稀疏表示模型来解决)。

(2)此类方法得到的最优解并不意味着对应的资源配置方案最优，它可能仅对某种任务需求或想定是最优的，不能由其直接推知对于其它任务需求的最优配置方案。在其它任务想定情况下，仍需重新运行调度算法，进行复杂、耗时的运算过程(可通过建立相关的非线性稀疏表示元模型达到直接预测的目的)。

(3)此类方法只能回答给定资源情况下测控任务的满足情况，因为它是以最优化测控任务为目标的，而不能回答给定任务需求下测控资源如何分配的问题。即，不能双向求解。究其原因在于测控资源调度是一个非线性且需要优化求解的问题(该问题可以通过对非线性稀疏表示元模型求解来解决)。

研究测控资源优化配置问题的主要目的是，通过合理地配置测控资源，实现既能较好地满足卫星测控任务需求又能合理地利用测控资源的目标，即测控资源规模适当、布局合理，以较少的投入或测控资源获得较大的效益。那么，该问题可以看作一个稀疏表示问题。可以将测控资源看作稀疏向量，测控需求看作观测数据与信号，从而构成非线性稀疏表示模型。

设需要考虑的全体测控资源数量为 n 个(这里的测控资源包括已建设与规划中的资源)。以天线为例，第 i 个资源上配置的天线数或相应的标识为 x_i，则 $\boldsymbol{x}=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]^{\mathrm{T}}$ 就构成了测控资源配置的一种组合。研究的目标是利用该组合中较少的资源来完成测控任务。$\boldsymbol{x}$ 构成一稀疏向量。

在给定的卫星测控任务需求情况下，利用调度算法对测控资源配置 $\boldsymbol{x}$ 进行调度。由调度结果可知，根据评估指标体系可得到唯一的综合评价值集 $\boldsymbol{S}$。对于测控资源的所有可能组合，若进行全部调度计算，则可以组成有限个数对 $\{\boldsymbol{x},\boldsymbol{S}\}$。根据所有的数对 $\{\boldsymbol{x},\boldsymbol{S}\}$，考虑拟合误差，可以建立测控资源配置 $\boldsymbol{x}$ 和综合评价值 $\boldsymbol{S}$ 之间的映射模型：

$$\boldsymbol{S}=g(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{w} \tag{9}$$

其中，$g(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}$ 表示拟合函数，$\boldsymbol{w}$ 为拟合误差。

测控资源分为不同的类型，按照建设与否，分为已建设的与规划中的；按照类型，分为天基和地基资源。各个测控资源的重要度可能也是不同的。为使配置客观、科学，应为不同的测控资源分配不同的权重，例如已建设的资源权重比规划中的权重要高。设权重对角矩阵为 $\boldsymbol{\lambda}_R$，构造如下稀疏表示模型：

$$J(\boldsymbol{y})=\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}\|_2^2+\|\boldsymbol{\lambda}_R\boldsymbol{\lambda}_M\boldsymbol{x}\|_k^k \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{\lambda}_M$ 为变正则参数对角阵。不同于传统稀疏表示模型，字典 $\boldsymbol{D}$ 为待估稀疏向量 $\boldsymbol{x}$ 的函数。

在构造优化配置的稀疏表示模型后，将面临模型的性质分析、求解算法设计与性能评估等问题。这些问题有待于在下一步研究中加以解决。

结束语 论文在分析现有稀疏表示理论局限性与待解决问题的基础上，建立了非线性稀疏表示理论框架来研究单目标与多目标非线性稀疏表示理论与方法。通过后续深入研

究，可对原有稀疏表示理论进一步深化、扩展，突破线性局限，有望扩大稀疏表示方法的应用范围，并解决稀疏表示模型最优性能求解以及模型的自适应求解问题。该问题的研究在理论与实际应用中均具有重要意义。

参 考 文 献

[1] Elad M. Sparse and Redundant Representations: From Theory to Applications in Signal and Image Processing[M]. Springer, 2010

[2] Gribonval R, Nielsen M. Sparse Approximations in Signal and Image Processing[J]. Signal Processing, 2006, 86: 514-416

[3] Donoho D L, Elad M, Temyakov V N. Stable Recovery of Sparse Overcomplete Representations in the Presence of Noise[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(1): 6-18

[4] Wipf D, Palmer J, Rao B, et al. Performance Evaluation of Latent Variable Models with Sparse Priors[C]// International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 2007, 2: 453-456

[5] Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, et al. Sparse Solution of Underdetermined Systems of Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(2): 1094-1121

[6] Mairal J, Bach F, Ponce J. Task-Driven Dictionary Learning[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(4): 791-804

[7] Guha T, Ward R K. Learning Sparse Representations for Human Action Recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(8): 1576-1588

[8] Eldar Y C, Kutyniok G. Compressed Sensing: Theory and Applications[M]. Cambridge Presss, 2012

[9] 宋明顺. 质量管理学[M]. 北京：科学出版社，2006

[10] Mallat S, Wang Z. Matching Pursuit with Time-frequency Dictionaries[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41: 3397-3415

[11] Xu Zong-ben, Chang Xiang-yu, Xu Feng-min, et al. L1/2 Regularization: A Theresholding Representation Theory and a Fast Solver[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2012, 23(7): 1013-1027

[12] 尹忠科，王建英，邵君. 基于原子库结构特性的信号稀疏分解[J]. 西南交通大学学报，2005，40(2)：173-178

[13] 何昭水，谢胜利，傅予力. 稀疏表示与病态混叠盲分离[J]. 中国科学 E 辑，2006，36(8)：864-879

[14] Wang Zheng-ming. Wang Wei-wei. A Fast and Adaptive Method for SAR Superresolution Imaging Based on Point Scattering Model and Optimal Basis Selection[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(7): 1471-1486

[15] 杜小勇，胡卫东，郁文贤. 基于稀疏分量分析的逆合成孔径雷达成像技术[J]. 电子学报，2006，34(3)：491-495

[16] Jung C, Jiao Li-cheng, Qi Hong-tao, et al. Image Deblocking via Spare Representation[J]. Signal Processing: Image Communication, 2012, 27: 663-677

[17] 杨荣根，任明武，杨静宇. 基于稀疏表示的人脸识别方法[J]. 计算机科学，2010，37(9)267-269

[18] 孙玉宝，韦志辉，吴敏，等. 稀疏性正则化的图像泊松去噪算法[J]. 电子学报，2011，39(2)：285-290

[19] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: An Algorithm for Designing Overcomplete Dictionaries for Sparse Representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322

[20] Yaghoobi M, Daudet L, Davies M E. Parametric Dictionary Design for Sparse Coding[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(12): 4800-4810

[21] He Yan-min, Gan Tao, Chen Wu-fan, et al. Multi-stage Image Denoising Based on Correlation Cofficient Matching and Sparse Dictionary Pruning[J]. Signal Processing, 2012, 92: 139-149

[22] Yang Jian-chao, Wright J, Huang T S, et al. Image Super-Resolution Via Sparse Representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(11): 2861-2873

[23] 浦剑，张军平. 基于字典学习和稀疏表示的超分辨率方法[J]. 模式识别与人工智能，2010，23(3)：336-341

[24] Samadi S, Cetin M, Masnadi-Shirazi M A. Spare Representation-based Synthetic Aperture Radar Imaging[J]. IET Radar Sonar Navig., 2011, 5(2): 182-193

[25] Adler A, Emiya V, Jafari M G, et al. Audio Inpainting[J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2012, 20(3): 922-932

[26] Wright J, Ma Yi, Mairal J, et al. Sparse Representation for Computer Vision and Pattern Recognition[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1031-1044

[27] Casanovas A L, Monaci G, Vandergheynst P, et al. Blind Audiovisual Source Separation Based on Sparse Redundant Representations[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2010, 12(5): 358-371

[28] Cho N, Kuo C-C J. Sparse Music Representation with Source-Specific Dictionaries and Its Application to Signal Separation[J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2011, 19(2): 337-348

[29] Wright J, Yang A Y, Ganesh A, et al. Robust Face Recognition via Sparse Representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(2): 210-227

[30] Zhao Ming, Li Shu-tao, Kwok J. Text Detection in Images Using Sparse Representation with Discriminative Dictionaries[J]. Image and Vision computing, 2010, 28: 1590-1599

[31] Schalck. Automating Satellite Range Scheduling[D]. Ohio: Air Force Institute of Technology, 1993

[32] 金光. 卫星地面站测控资源调度 CSP 模型[J]. 系统工程与电子技术，2007，29(7)：1117-1120

[33] 王远振，高卫斌，聂成. 多星地面站系统资源配置优化研究综述[J]. 系统工程与电子技术，2004，24(4)：437-439

[34] Marinelli F, Rossi F, Nocella S, et al. A Lagrangian Heuristic for Satellite Range Scheduling with Resource Constraints[R]. Dip. di Infomatica, Univercità L'Aquila, 2005

[35] 凌晓冬. 多星测控调度问题建模及算法研究[D]. 长沙：国防科技大学，2009