基于犹豫模糊可信度的知识推理

郑宏亮 侯雪辉 宋笑迎 庞 阔 邹 丽
(辽宁师范大学计算机与信息技术学院 辽宁 大连 116081)

摘 要 针对不确定性推理中的可信度估值不精确的问题,将犹豫模糊集引入可信度不确定性推理中。提出犹豫模糊可信度的定义,并基于可信度的知识表示给出犹豫模糊可信度的知识表示方式。为解决专家在推理过程中出现的信息缺失问题,提出求解平均值的信息补全方法。构建犹豫模糊可信度的单条规则和多条规则并行关系的运算法则,并给出基于犹豫模糊可信度的知识表示与推理的具体步骤。最后,运用实例验证了所提算法的可行性及有效性。

关键词 知识表示,不确定性推理,可信度,犹豫模糊集,犹豫模糊可信度元

中图法分类号 TP181 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2019.01.020

Approach for Knowledge Reasoning Based on Hesitate Fuzzy Credibility

ZHENG Hong-liang HOU Xue-hui SONG Xiao-ying PANG Kuo ZOU Li
(School of Computer and Information Technology,Liaoning Normal University,Dalian,Liaoning 116081,China)

Abstract In order to solve the problem of inaccurate estimation of credibility in uncertainty reasoning,hesitant fuzzy set was introduced into the reasoning of uncertainty in this paper. The concept of hesitant fuzzy credibility was given in this article. On the basis of the knowledge representation based on credibility,the method of knowledge representation of hesitant fuzzy credibility is defined. In order to solve the problem of missing information in the process of reasoning by experts,an information complement method for solving the average value was proposed. A single rule and multiple rules of parallel relationship of the hesitant fuzzy credibility were constructed,and the specific steps of knowledge representation and uncertainty reasoning based on the hesitant fuzzy credibility was given. Finally,an example was given to illustrate the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Keywords Knowledge representation,Uncertainty reasoning,Credibility,Hesitant fuzzy set,Hesitant fuzzy credibility element

知识推理是当前人工智能领域的一个重要研究方向。在推理过程中,根据知识是否具有确定性,可分为确定性推理和不确定性推理。传统的归纳推理和演绎推理都属于确定性推理,表示精确的"非此即彼"的概念。然而,现实世界中客观事物或现象的随机性和不确定性导致了在各认识领域中的知识大多是不确定的,许多知识带有不确定性、模糊性和随机性等性质。

1967年第一个专家系统出现,各种不确定性研究引起了各领域专家学者的广泛关注,如何表示和处理不确定性知识已经成为人工智能研究的重要课题之一。现今,主要有基于可信度、基于模糊和基于概率的3种不确定性知识表示和处理的方法[1-2]。其中,基于可信度的方法由于对不确定性的知识或现象引入了可信度,使原本模糊的知识或现象变得定量化、清晰化,得到了国内外专家的广泛关注与研究。Shortiliffe等[3]结合概率论提出了基于可信度的推理方法;Hao等[4]利用基于可信度的规则推理解决了不确定信息的推理;吴茂康[5]对模糊逻辑中的基本子句的归结式做了可信度估计;陈仪香等[6]分别在条件为精确的和模糊的两种情况下建立了两种包含单一结论、多个条件且具有可信度的推理机制;熊才权等[7]建立了基于可信度的辩论模型,该模型可以有效处理不确定信息条件下的辩论推理过程;Zou等[8]将语言值格蕴涵代数引入到可信度不确定性推理中,将可信度由精确的数值扩展为语言值,更加接近人类的思维方式。

另一方面,Zadeh[9]提出了模糊集理论,将现代社会各领域的研究范畴从精确化扩展到模糊化。该方法把待考察的对象及反映它们的模糊概念作为一个模糊集合,引入隶属度的概念,建立适当的隶属函数,用于刻画模糊集中元素的模糊性。自模糊集理论创立以来,国内外学者对其进行了多种形式的拓展,从不同的角度对模糊集进行推广,提出了区间值模糊集、直觉模糊集(或 Vague 集)、毕达哥拉斯模糊集以及模

到稿日期:2018-05-04 返修日期:2018-07-12 本文受国家自然科学基金项目(61772250,61673320,61672127),中央高校基本科研业务费项目(2682017ZT12),辽宁省自然科学基金项目(2015020059)资助。

郑宏亮(1970-),男,讲师,主要研究方向为智能信息处理、数据挖掘等;**侯雪辉**(1993-),女,硕士生,主要研究方向为智能信息处理;**宋笑迎**(1994-),女,硕士生,主要研究方向为智能信息处理;**庞 阔**(1994-),男,硕士生,主要研究方向为智能信息处理;**邹 丽**(1971-),女,教授,CCF会员,主要研究方向为智能信息处理,E-mail:zoulicn@163.com(通信作者)。

糊多集等广义模型。其中,区间值模糊集用区间表示隶属度;直觉模糊集[10]将其扩展为隶属度、非隶属度与犹豫度;毕达哥拉斯模糊集[11]使其能描述隶属度和非隶属度之和超过1,而其平方和不超过1的情况,从而推广了直觉模糊集;而模糊多集则允许元素重复出现多次。这些模型都得到了广泛的应用,但在实际决策问题中,我们经常会遇到这样的情况,决策者在做决策时往往是犹豫不决的,并且不同的决策者会有不同的决策结果,这类信息用上述模型难以全面描述。在此基础上,Torra 和 Narukawa[12-13]于2009年提出了一种新的扩展模糊集形式,即犹豫模糊集,用于管理专家在几个值之间的犹豫情况。犹豫模糊集[14-18]的隶属度不再是一个确定的值,而是一组可能的值,这更加贴近现实生活,且在处理不确定性推理时具有独特的优势,即尽可能地避免集结算子导致的信息丢失。Xu 等在文献[19]和文献[20]中分别提出了基于数值和语言值的犹豫模糊集的距离和相似度度量。犹豫模糊集理论提出的时间较短,且主要研究了聚合算子、距离测度、扩展形式等,相应的实际应用较少,具有很好的发展前景。

基于可信度的不确定性推理存在一些缺陷,如该方法要求解决问题的推理链不能过长,推理链越长,由可信度的不精确估计所产生的推理误差就越大。因此,本文在此基础上引入犹豫模糊集的概念,以尽量降低可信度估值的不精确性,进而提出基于犹豫模糊集的可信度不确定性知识表示与推理方法,同时定义犹豫模糊可信度的概念,并提出单条规则和多条并行关系规则的犹豫模糊可信度推理方法;利用犹豫模糊集实现基于可信度的不确定性表示和推理;最后,将此方法应用于评估驾驶员的驾驶状态给交通事故带来的影响的实例中。

1 预备知识

定义1[7] 可信度(简称CF)是指专家根据经验对一个事物和现象判断为真的程度,它包括证据可信度和规则可信度。可信度用可信度因子表示。

由领域专家直接给出证据和规则的可信度,再将可信度进行传递和合成,以此来完成不确定性推理,尽可能地避免对先验概率和条件概率的要求。不同系统有不同的可信度度量方法,主要包含数字尺度和语言法两种。数字尺度可以表示为0到10,−1到0,或−1到1等,而语言法可以表示为绝对确定、确定、可能、不确定、不太可能、绝对不可能等。

定义2[7] 设 h 为陈述,则 $CF(h)$ 为陈述 h 的可信度因子。若 h 肯定为真,则 $CF(h)=1$;若 h 肯定为假,则 $CF(h)=0$;若它以某种程度为真,则 $0\leqslant CF(h)\leqslant 1$。

若陈述 h 是多个单一语句的合取,即 $h=h_1\wedge h_2\wedge\cdots\wedge h_n$,则 $CF(h)=\min\{CF(h_1),CF(h_2),\cdots,CF(h_n)\}$;若陈述 h 是多个单一语句的析取,即 $h=h_1\vee h_2\vee\cdots\vee h_n$,则 $CF(h)=\max\{CF(h_1),CF(h_2),\cdots,CF(h_n)\}$。

定义3[21] 基于规则的可信度表示方法为:

IF E THEN $H(CF(H,E))$

其中,E 是一些前提的逻辑关系组合,H 是结论,$CF(H,E)$ 是可信度,$CF(H,E)\in[-1,1]$。

1)若可信度 $CF(H,E)>0$,则 E 的存在增加了 H 成立的可信度;若 $CF(H,E)<0$,则 E 的存在增加了 H 不成立的可信度。

2)若 $CF(H,E)=-1$,则 E 的存在令 H 一定不成立;若 $CF(H,E)=1$,则 E 的存在令 H 一定成立;若 $CF(H,E)=0$,则 E 的存在对结论是否成立没有任何影响。

定义4[22] 令 X 为固定集合,X 上的犹豫模糊集(HFS)是根据应用于 X 的函数返回[0,1]的子集,表示为:

$E=\{\langle x,h(x)\rangle\,|\,x\in X\}$

其中,$h(x)$ 是[0,1]中的一些值,表示元素 $x\in X$ 对集合 E 的可能隶属度,称 $h(x)$ 为犹豫模糊元素(HFE),H 为所有犹豫模糊元素的集合。

定义5[23] 对3个犹豫模糊数 h,h_1 和 h_2,定义以下运算。

1)下界:$h^-(x)=\min h(x)$;

2)上界:$h^+(x)=\max h(x)$;

3)补运算:$h^c=\bigcup\gamma\in h\{1-\gamma\}$;

4)并运算:$h_1\bigcup h_2=\{h\in h_1\bigcup h_2\,|\,h\geqslant\max(h_1,h_2)\}$;

5)交运算:$h_1\bigcap h_2=\{h\in h_1\bigcap h_2\,|\,h\leqslant\min(h_1,h_2)\}$。

2 基于犹豫模糊可信度的知识表示

基于可信度的不确定性知识表示随着可信度因子取不同的值,知识库中的规则数越来越多,推理的效率随之下降,且当推理链较长时,由于可信度的不精确估计所导致的推理误差就会越大。为了解决该问题,本文将犹豫模糊集引入可信度不确定性知识表示与推理中,将规则以及前提、结论的可信度都扩充为由多个隶属度的值组成的犹豫模糊集,并称其为犹豫模糊可信度(HCF)。

犹豫模糊可信度是指多位持不同意见且彼此不能说服的专家根据经验对一个事物和现象判断为真的程度。它包括前提可信度和规则可信度。犹豫模糊可信度用可信度因子表示,可以为数值,也可以为语言值。

定义6 设 $A=\{(a_1,A(a_1)),(a_2,A(a_2)),\cdots,(a_n,A(a_n))\,|\,a_i\in U,1\leqslant i\leqslant n\}$ 是有限的犹豫模糊集,定义 $HCF(A)=\{CF(A_1(a_1)),CF(A_1(a_2)),\cdots,CF(A_1(a_n))\,|\,a_i\in U,1\leqslant i\leqslant n\}$ 为前提 A 的犹豫模糊可信度集。

注:$HCF(A)$ 中元素的取值范围均为[0,1]。结论 H 以及规则 R 的犹豫模糊可信度同理可定义。

基于规则的犹豫模糊可信度可以表示为:

IF $A(a_i)$ THEN $H(h_s)$ $(HCF(H(h_s),A(a_i)))$

其中,$A(a_i)$ 是一些前提的逻辑关系组合,$H(h_s)$ 是结论,$HCF(H(h_s),A(a_i))$ 是规则成立的犹豫模糊可信度,$HCF(H(h_s),A(a_i))$ 中元素的取值范围均为[0,1]。

1)给定阈值 $\alpha\in[0,1]$,若犹豫模糊可信度 $HCF(H(h_s),A(a_i))>\alpha$,则 $A(a_i)$ 的存在增加了 $H(h_s)$ 成立的可信度;若 $HCF(H(h_s),A(a_i))<\alpha$,则 $A(a_i)$ 的存在增加了 $H(h_s)$ 不成立的可信度。为了方便计算,文中的 α 均取值0.5。

2)若 $HCF(H(h_s),A(a_i))=0$,则 $A(a_i)$ 的存在令 $H(h_s)$ 一定不成立;若 $HCF(H(h_s),A(a_i))=1$,则 $A(a_i)$ 的存在令 $H(h_s)$ 一定成立;若 $HCF(H(h_s),A(a_i))=\alpha$,则前提的存在对结论是否成立没有任何影响。

不仅规则的不确定性可以用犹豫模糊可信度表示,而且前提和结论的不确定性也可以用其表示。

规则 1　IF $HCF(A_1)=\{CF(A_1(a_1)),CF(A_1(a_2)),\cdots,CF(A_1(a_n))\}$ AND $HCF(A_2)=\{CF(A_2(a_1)),CF(A_2(a_2)),\cdots,CF(A_2(a_m))\}$ AND…AND $HCF(A_n)=\{CF(A_n(a_1)),CF(A_n(a_2)),\cdots,CF(A_n(a_p))\}$

THEN $HCF(H_k)=\{CF(H_k(h_1)),CF(H_k(h_2)),\cdots,CF(H_k(h_q))\}$

其中,$HCF(A_i(a_i))(i=1,2,\cdots,n)$表示前提为 A_i 时隶属度 a_i 的犹豫模糊可信度的值,$HCF(H_k(h_s))(s=1,2,\cdots,q)$表示结论 H_k 的隶属度 h_s 的犹豫模糊可信度值。整个规则表示当前提 A_i 的犹豫模糊可信度集为$\{CF(A_1(a_1)),CF(A_1(a_2)),\cdots,CF(A_1(a_n))\}$时,引发这些前提的结论 H_k 的犹豫模糊可信度集为$\{CF(H_k(h_1)),CF(H_k(h_2)),\cdots,CF(H_k(h_q))\}$。$HCF(A_i(a_i))$与 $HCF(H_k(h_s))$中元素的取值范围均为$[0,1]$。

以 $HCF(A_i(a_i))$为例,给定阈值 $\alpha\in[0,1]$:

1)若 $HCF(A_i(a_i))=1$,则 $A_i(a_i)$一定为真;若 $HCF(A_i(a_i))=0$,则 $A_i(a_i)$一定为假;若 $HCF(A_i(a_i))=\alpha$,则无法判断 $A_i(a_i)$的真假。

2)当 $0<HCF(A_i(a_i))<\alpha$ 时,$A_i(a_i)$以 $HCF(A_i(a_i))$的程度为假;相应地,当 $\alpha<HCF(A_i(a_i))<1$ 时,$A_i(a_i)$以 $HCF(A_i(a_i))$的程度为真。为了方便计算,本文中的 α 均取值 0.5。

结论的犹豫模糊可信度 $HCF(H_k(h_s))$的取值含义同理。

3　基于犹豫模糊可信度的不确定性推理

在日常生活中,人们获得的信息大多是不确定的,因此需要解决不确定性推理问题。

以下是一个医疗评价系统中的一条规则:

IF 医生有足够的医学知识和丰富的临床经验

THEN 该医生可以成为很优秀的主刀医生

该规则是一个启发式规则。设前提 P 为医生有足够的医学知识,Q 为医生有丰富的临床经验,结论 E 为该医生可成为很优秀的主刀医生,则有规则 $P(0.7)\wedge Q(0.8)\rightarrow E(0.7)$,即若 $P(0.7)\wedge Q(0.8)$为真,则 E 为真成立的可能性有 70%。

显然,前提 P 中"足够的"和前提 Q 中"丰富的"均为模糊的概念,由于不同专家的评价值影响规则的结果,导致聚合过程出现可信度估值不精确的情况,因此可分别用一组犹豫的值来表示前提的不同程度。前提程度不同,则结论的可信度也不同。同理,规则成立的可能性也可以由一组犹豫的值来表示。

3.1　犹豫模糊可信度及其推理法则

定义 7　设 $HCF(A)=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}$,$HCF(B)=\{CF(b_1),CF(b_2),\cdots,CF(b_n)\}$,定义犹豫模糊可信度中常用的运算如下:

1)$HCF(A)\vee HCF(B)=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}\vee\{CF(b_1),CF(b_2),\cdots,CF(b_n)\}=\{CF(a_1)\vee CF(b_1),CF(a_2)\vee CF(b_2),\cdots,CF(a_n)\vee CF(b_n)\}$

2)$HCF(A)\wedge HCF(B)=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}\wedge\{CF(b_1),CF(b_2),\cdots,CF(b_n)\}=\{CF(a_1)\wedge CF(b_1),CF(a_2)\wedge CF(b_2),\cdots,CF(a_n)\wedge CF(b_n)\}$

3)$HCF(A)'=1-HCF(A)$

$=\{1-CF(a_1),1-CF(a_2),\cdots,1-CF(a_n)\}$

犹豫模糊可信度的推理法则有单条规则支持结论和多条规则并行关系推出结论两种情况。

定义 8　当单条规则支持结论时,设 A 是状态空间(集合)上的一个犹豫模糊集,其为规则的前件,H 为一个命题的结论,$HCF(H(h_i),A(a_i))\in[0,1]$是推理规则的犹豫模糊可信度:

$A\rightarrow H\quad HCF(H(h_i),A(a_i))$

已知 A 是一个犹豫模糊集,则对象集 $a_i=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$,若 $A(a_i)=T$,则由 $A\rightarrow H\ HCF(H(h_i),A(a_i))$可知 H 在对象 a_i 上的可能性为 $H(a_i)$,它既依赖犹豫模糊隶属度 $A(a_i)$,又依赖推理的犹豫模糊可信度 $HCF(H(h_i),A(a_i))$,即 $H(a_i)$是 $A(a_i)$与 $HCF(H(h_i),A(a_i))$的函数,记该函数为 R,即 $H(a_i)=R(T,HCF(H(h_i),A(a_i)))$。$R$ 是$[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$的函数,称为 R 算子,其推理模型如下:

$$\frac{\begin{array}{l}A\rightarrow H\ HCF(H(h_i),A(a_i))\\ A(a_i)=T\end{array}}{H(a_i)=R(T,HCF(H(h_i),A(a_i)))}$$

其中,R 算子有两种计算方法。

1)$R_\times$:$H(a_i)=R(T,HCF(H(h_i),A(a_i)))=T\times HCF(H(h_i),A(a_i))$

2)$R_\wedge$:$H(a_i)=R(T,HCF(H(h_i),A(a_i)))=T\wedge HCF(H(h_i),A(a_i))$

定理 1　R 算子满足以下性质:

1)单位性:$R(1,HCF(H(h_i),A(a_i)))=HCF(H(h_i),A(a_i))$,$R(T,1)=T$。

2)零元性:$R(0,HCF(H(h_i),A(a_i)))=R(T,0)=0$。

3)单调性:若 $T_1\subseteq T_2\subseteq HCF(H(h_i),A(a_i))$,则 $R(T_1,HCF(H(h_i),A(a_i)))\subseteq R(T_2,HCF(H(h_i),A(a_i)))$;

若 $HCF(H(h_i),A(a_i))\subseteq HCF(H(h_i),B(b_i))\subseteq T$,则 $R(T,HCF(H(h_i),A(a_i)))\subseteq R(T,HCF(H(h_i),B(b_i)))$。

证明:

1)设 $HCF(H(h_i),A(a_i))=\{CF(h_1,a_1),CF(h_2,a_2),\cdots,CF(h_n,a_n)\}$,$T=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}$。

当 R 算子为 $R_\times$ 时,$R(1,HCF(H(h_i),A(a_i)))=1\times HCF(H(h_i),A(a_i))=1\times\{CF(h_1,a_1),CF(h_2,a_2),\cdots,CF(h_n,a_n)\}=\{1\times CF(h_1,a_1),1\times CF(h_2,a_2),\cdots,1\times CF(h_n,a_n)\}=\{CF(h_1,a_1),CF(h_2,a_2),\cdots,CF(h_n,a_n)\}=HCF(H(h_i),A(a_i))$。

同理,$R(T,1)=T\times1=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}\times1=\{CF(a_1)\times1,CF(a_2)\times1,\cdots,CF(a_n)\times1\}=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}=T$。

当 R 算子为 $R_\wedge$ 时,$R(1,HCF(H(h_i),A(a_i)))=1\wedge HCF(H(h_i),A(a_i))=1\wedge\{CF(h_1,a_1),CF(h_2,a_2),\cdots,CF(h_n,a_n)\}=\{1\wedge CF(h_1,a_1),1\wedge CF(h_2,a_2),\cdots,1\wedge CF(h_n,a_n)\}=\{CF(h_1,a_1),CF(h_2,a_2),\cdots,CF(h_n,a_n)\}=HCF(H(h_i),A(a_i))$。

同理，$R(T,1)=T\wedge 1=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}\wedge 1=\{CF(a_1)\wedge 1,CF(a_2)\wedge 1,\cdots,CF(a_n)\wedge 1\}=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}=T$。

2)设 $HCF(H(h_i),A(a_i))=\{CF(h_1,a_1),CF(h_2,a_2),\cdots,CF(h_n,a_n)\}$，$T=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}$。

当 R 算子为 $R_\times$ 时，$R(0,HCF(H(h_i),A(a_i)))=0\times HCF(H(h_i),A(a_i))=0\times\{CF(h_1,a_1),CF(h_2,a_2),\cdots,CF(h_n,a_n)\}=\{0\times CF(h_1,a_1),0\times CF(h_2,a_2),\cdots,0\times CF(h_n,a_n)\}=0$。

同理，$R(T,0)=T\times 0=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}\times 0=\{CF(a_1)\times 0,CF(a_2)\times 0,\cdots,CF(a_n)\times 0\}=0$。

当 R 算子为 $R_\wedge$ 时，$R(0,HCF(H(h_i),A(a_i)))=0\wedge HCF(H(h_i),A(a_i))=0\wedge\{CF(h_1,a_1),CF(h_2,a_2),\cdots,CF(h_n,a_n)\}=\{0\wedge CF(h_1,a_1),0\wedge CF(h_2,a_2),\cdots,0\wedge CF(h_n,a_n)\}=0$。

同理，$R(T,0)=T\wedge 0=\{CF(a_1),CF(a_2),\cdots,CF(a_n)\}\wedge 0=\{CF(a_1)\wedge 0,CF(a_2)\wedge 0,\cdots,CF(a_n)\wedge 0\}=0$。

综上，$R(0,HCF(H(h_i),A(a_i)))=R(T,0)=0$，$R$ 算子满足零元性。

3)当 R 算子为 $R_\times$ 时，$R(T_1,HCF(H(h_i),A(a_i)))=T_1\times HCF(H(h_i),A(a_i))$，$R(T_2,HCF(H(h_i),A(a_i)))=T_2\times HCF(H(h_i),A(a_i))$，因为 $T_1\subseteq T_2$，故 $T_1\times HCF(H(h_i),A(a_i))\leqslant T_2\times HCF(H(h_i),A(a_i))$，即 $R(T_1,HCF(H(h_i),A(a_i)))\subseteq R(T_2,HCF(H(h_i),A(a_i)))$。

当 R 算子为 $R_\wedge$ 时，因为 $T_1\subseteq T_2\subseteq HCF(H(h_i),A(a_i))$，所以 $R(T_1,HCF(H(h_i),A(a_i)))=T_1\wedge HCF(H(h_i),A(a_i))=T_1\leqslant R(T_2,HCF(H(h_i),A(a_i)))=T_2\wedge HCF(H(h_i),A(a_i))=T_2$，即 $R(T_1,HCF(H(h_i),A(a_i)))\subseteq R(T_2,HCF(H(h_i),A(a_i)))$。

同理可证，$HCF(H(h_i),A(a_i))\subseteq HCF(H(h_i),B(b_i))\subseteq T$ 时，$R(T,HCF(H(h_i),A(a_i)))\subseteq R(T,HCF(H(h_i),B(b_i)))$。

综上所述，R 算子满足单调性。

注：此处的 R 算子既不是三角模(也叫 t-范式)，也不是模糊蕴涵算子。

定义 9 有多条规则支持结论，且这多条规则间是并行关系时，设

$R_1: a\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}\to c,(HCF(c_i,a_i))$

$R_2: b\{b_1,b_2,\cdots,b_n\}\to c,(HCF(c_i,b_i))$

其中，i 表示前提 a 和 b 及结论 c 的犹豫模糊可信度值的个数，$1\leqslant i\leqslant n$。

定义

$$HCF_{a_ib_i}(c_i)=\begin{cases}HCF_{a_i}(c_i)\oplus^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)-HCF_{a_i}(c_i)\Theta HCF_{b_i}(c_i), & HCF_{a_i}(c_i)\geqslant 0.5\text{ 且 }HCF_{b_i}(c_i)\geqslant 0.5\\ \dfrac{|HCF_{a_i}(c_i)\Xi^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)|}{1-\frac{1}{2}\times\min(HCF_{a_i}(c_i),HCF_{b_i}(c_i))}, & HCF_{a_i}(c_i)<0.5\text{ 且 }HCF_{b_i}(c_i)>0.5,\text{ 或 }HCF_{a_i}(c_i)>0.5\text{ 且 }HCF_{b_i}(c_i)<0.5\\ |HCF_{a_i}(c_i)\Xi^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)|+HCF_{a_i}(c_i)\circledcirc HCF_{b_i}(c_i), & HCF_{a_i}(c_i)<0.5\text{ 且 }HCF_{b_i}(c_i)<0.5\end{cases}$$

其中：

1)“$\oplus^{\Delta}$”运算为：$HCF_{a_i}(c_i)\oplus^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)=HCF_{a_i}(c_i)+HCF_{b_i}(c_i)-\frac{1}{2}\times HCF_{a_i}(c_i)\times HCF_{b_i}(c_i)$；

2)“Θ”运算为：$HCF_{a_i}(c_i)\Theta HCF_{b_i}(c_i)=\frac{1}{2}\times HCF_{a_i}(c_i)\times HCF_{b_i}(c_i)$；

3)“$\circledcirc$”运算为：$HCF_{a_i}(c_i)\circledcirc HCF_{b_i}(c_i)=HCF_{a_i}(c_i)\times HCF_{b_i}(c_i)$；

4)“Ξ^{Δ}”运算为：$HCF_{a_i}(c_i)\Xi^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)=HCF_{a_i}(c_i)-HCF_{b_i}(c_i)+\frac{1}{2}\times HCF_{a_i}(c_i)\times HCF_{b_i}(c_i)$。

定理 2 设前提 a_i 与 b_i 是并行关系，共同推导出结论 c_i，则 c_i 的犹豫模糊可信度 $HCF_{a_ib_i}(c_i)$ 满足有界性，其取值范围为[0,1]，即 $0\leqslant HCF_{a_ib_i}(c_i)\leqslant 1$。

证明：

1)根据定义 9 中公式的第一项，$HCF_{a_i}(c_i)\oplus^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)-HCF_{a_i}(c_i)\Theta HCF_{b_i}(c_i)=HCF_{a_i}(c_i)+HCF_{b_i}(c_i)-\frac{1}{2}\times HCF_{a_i}(c_i)\times HCF_{b_i}(c_i)-\frac{1}{2}\times HCF_{a_i}(c_i)\times HCF_{b_i}(c_i)=HCF_{a_i}(c_i)+HCF_{b_i}(c_i)-HCF_{a_i}(c_i)\times HCF_{b_i}(c_i)$。

由定义 6 可知：

$0\leqslant HCF_{a_i}(c_i)\leqslant 1,0\leqslant HCF_{b_i}(c_i)\leqslant 1$

$\therefore 0\leqslant 1-HCF_{a_i}(c_i)\leqslant 1,0\leqslant 1-HCF_{b_i}(c_i)\leqslant 1$

$\therefore 0\leqslant(1-HCF_{a_i}(c_i))(1-HCF_{b_i}(c_i))\leqslant 1$

$\therefore 0\leqslant 1-(1-HCF_{a_i}(c_i))(1-HCF_{b_i}(c_i))\leqslant 1$

$\therefore 0\leqslant HCF_{a_i}(c_i)+HCF_{b_i}(c_i)-HCF_{a_i}(c_i)\times HCF_{b_i}(c_i)\leqslant 1$

$\therefore$ 在第一项内，$0\leqslant HCF_{a_ib_i}(c_i)\leqslant 1$。

2)由定义 6 及定义 9 可知，在定义 9 的第二项中：

当 $0\leqslant HCF_{a_i}(c_i)<0.5,0.5\leqslant HCF_{b_i}(c_i)\leqslant 1$ 时，$0\leqslant|HCF_{a_i}(c_i)\Xi^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)|<0.75,0\leqslant\frac{1}{2}\times\min(HCF_{a_i}(c_i),HCF_{b_i}(c_i))<0.25$。

$\therefore 0.75<1-\frac{1}{2}\times\min(HCF_{a_i}(c_i),HCF_{b_i}(c_i))\leqslant 1$

$\therefore|HCF_{a_i}(c_i)\Xi^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)|\leqslant 1-\frac{1}{2}\times\min(HCF_{a_i}(c_i),HCF_{b_i}(c_i))$

$$\therefore 0\leqslant\frac{|HCF_{a_i}(c_i)\Xi^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)|}{1-\frac{1}{2}\times\min(HCF_{a_i}(c_i),HCF_{b_i}(c_i))}\leqslant 1$$

$\therefore$ 在第二项内，$0\leqslant HCF_{a_ib_i}(c_i)\leqslant 1$。

3)由定义 6 及定义 9 可知，在定义 9 的第三项中：

$0\leqslant HCF_{a_i}(c_i)<0.5,0\leqslant HCF_{b_i}(c_i)<0.5$

$\therefore 0\leqslant|HCF_{a_i}(c_i)\Xi^{\Delta}HCF_{b_i}(c_i)|<0.5,0\leqslant HCF_{a_i}(c_i)\circledcirc HCF_{b_i}(c_i)<0.25$

$\therefore 0 \leqslant |HCF_{a_i}(c_i) \Xi^{\Delta} HCF_{b_i}(c_i)| + HCF_{a_i}(c_i) \circledcirc HCF_{b_i}(c_i) \leqslant 1$

∴在第三项内，$0 \leqslant HCF_{a_i b_i}(c_i) \leqslant 1$。

综上，$HCF_{a_i b_i}(c_i)$满足有界性，其取值范围为$[0,1]$。

每条规则的犹豫模糊可信度集的长度可能不一致，无法逐一进行计算。为解决该问题，先将犹豫模糊可信度集补充至等长。

定义 10　设 $H=\{h_1,h_2,\cdots,h_n\}$是一个非空的有限集，$HCF(A)=\{CF(A(h_1)),CF(A(h_2)),\cdots,CF(A(h_n))\}$为 H 上的一个犹豫模糊可信度集，$\{HCF(A(h_i))|h_i \in H\}$为犹豫模糊可信度集 $HCF(A)$上的所有犹豫模糊可信度元，$n^*=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n} n_H^{h_i}$，令 $CF(h_i^+)=\max\{CF(h)|CF(h)\in HCF(A(h_i))\}$，$CF(h_i^-)=\min\{CF(h)|CF(h)\in HCF(A(h_i))\}$，补充 $n^*-n_H^{h_i}$个$(CF(h_i^+)+CF(h_i^-))/2$ 到 $HCF(A(h_i))$中，得到新的犹豫模糊可信度元：

$$HCF'(A(h_i))=HCF(A(h_i))\cup\{\frac{1}{2}(CF(h_i^+)+CF(h_i^-)),\cdots,\frac{1}{2}(CF(h_i^+)+CF(h_i^-))\}$$

例 1　设对象集 $H=\{h_1,h_2,h_3,h_4\}$，$HCF(A)=\{\{0.3,0.5,0.7\},\{0.4,0.8\},\{0.7,0.6\},\{0.4,0.5,0.6,0.7\}\}$为 H 上的一个犹豫模糊可信度集。

因为 $n_H^{h_1}=3,n_H^{h_2}=2,n_H^{h_3}=2,n_H^{h_4}=4,n^*=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n} n_H^{h_i}=4$，所以 A 中的 4 个犹豫模糊可信度元非等长，需要补充第一至第三个犹豫模糊可信度元。其中 $n^*-n_H^{h_1}=1,n^*-n_H^{h_2}=n^*-n_H^{h_3}=2$，即需给第一个犹豫模糊可信度元补充一个值，给第二个和第三个犹豫模糊可信度元补充两个值。

$CF(h_1^+)=0.7,CF(h_1^-)=0.3$，依据定义 10 将 $\frac{1}{2}(CF(h_1^+)+CF(h_1^-))=\frac{1}{2}\times(0.7+0.3)=0.5$ 补充至第一个犹豫模糊可信度元，得到 $HCF(A(h_1))=\{0.3,0.5,0.5,0.7\}$。同理，可将第二个和第三个犹豫模糊可信度元分别补充为 $HCF(A(h_2))=\{0.4,0.6,0.6,0.8\}$，$HCF(A(h_3))=\{0.6,0.65,0.65,0.7\}$。

3.2　基于犹豫模糊可信度的推理步骤

基于犹豫模糊可信度，以下给出该方法的具体推理步骤。

Step1　根据生活中或已经给定的实际情景抽取出相应的推理规则；

Step2　将抽取出的推理规则符号化，用一阶谓词逻辑表示规则；

Step3　由 n 位专家对 m 个状态指标及 p 条推理规则的犹豫模糊可信度评价值建立评价矩阵；

Step4　根据规则 1 中的犹豫模糊可信度知识表示方法提取推理规则；

Step5　根据定义 10 将状态评价矩阵中缺失的评价信息补全，并建立推理模型；

Step6　判断每条推理规则是否为单条规则支持结论，若是，则根据定义 8 计算出结论的犹豫模糊可信度，然后跳转到 Step8；否则跳转到 Step7；

Step7　判断每条推理规则是否为多条规则并行关系支持结论，若是，则根据定义 9 计算出结论的犹豫模糊可信度；

Step8　根据犹豫模糊可信度的阈值判断推理结果。若犹豫模糊可信度 $HCF(H(h_s))>\alpha$，则结论为可信的；若 $HCF(H(h_s))<\alpha$，则结论是不可信的。

4　实例分析

某交通局为了评估驾驶员给交通事故带来的风险，特聘请 5 名专家对驾驶员的驾驶状态给交通事故带来的影响进行推断，从而达到规避交通风险的目的。现有 5 名专家共同作出如下推断：

一个中年或非常谨慎的人是很专注的。一个精力充沛并且很专注的人不会带来交通事故。驾驶技术非常好的人不会带来交通事故。Bob 先生是一名中年人，非常谨慎且很专注，并且很擅长驾驶。今天他有些累了。

Step1　根据专家的推断，我们可以抽象出如下规则。

R_1：IF 中年或非常谨慎，THEN 他很专注；

R_2：IF 精力充沛且很专注，THEN 他不会带来交通事故；

R_3：IF 驾驶技术非常好，THEN 他不会带来交通事故。

Step2　设 $A(x)$表示 x 是中年人；$B(x)$表示 x 是非常谨慎的人；$C(x)$表示 x 是很专注的；$D(x)$表示 x 的精力充沛；$E(x)$表示 x 不会带来交通事故；$F(x)$表示 x 的驾驶技术好；x 为 Bob。

将规则 R_1-R_3 符号化表示为：

R_1：$(A(x)\vee B(x))\rightarrow C(x)$；

R_2：$(C(x)\wedge D(x))\rightarrow E(x)$；

R_3：$F(x)\rightarrow E(x)$。

去量词得：

R_1：$(A(\text{Bob})\vee B(\text{Bob}))\rightarrow C(\text{Bob})$；

R_2：$(C(\text{Bob})\wedge D(\text{Bob}))\rightarrow E(\text{Bob})$；

R_3：$F(\text{Bob})\rightarrow E(\text{Bob})$。

Step3　5 位专家给出驾驶员驾驶状态的评价表和规则成立的可信度表，分别如表 1 和表 2 所列。

表 1　驾驶员驾驶状态的评价表

Table 1　Evaluation table of driver's driving status

attributes	experts				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
A(Bob)	0.8	0.7	0.8	0.9	0.7
B(Bob)	0.8		0.9	0.7	0.7
D(Bob)	0.3	0.35		0.25	0.5
F(Bob)	0.6	0.5	0.7	0.55	0.8

表 2　规则成立的可信度表

Table 2　Credibility table of establishment of rules

attributes	experts				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
R_1	0.75	0.65	0.6	0.8	0.7
R_2	0.8	0.7	0.8	0.9	0.75
R_3	0.5	0.6	0.7	0.4	0.6

Step4　根据规则 1，R_1-R_3 的犹豫模糊可信度知识表示为：

R_1:IF $HCF(A(\mathrm{Bob}))\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$ OR $HCF(B(\mathrm{Bob}))\{b_1,b_3,b_4,b_5\}$

THEN $HCF(C(\mathrm{Bob}))$,$(HCF_1=\{CF(c_1,a_1b_1),CF(c_2,a_2b_2),CF(c_3,a_3b_3),CF(c_4,a_4b_4),CF(c_5,a_5b_5)\})$

R_2:IF $HCF(C(\mathrm{Bob}))\{c_1,c_2,c_3,c_4,c_5\}$ AND $HCF(D(\mathrm{Bob}))\{d_1,d_2,d_4,d_5\}$

THEN $HCF(E_1(\mathrm{Bob}))$,$(HCF_2=\{CF(e_1,c_1d_1),CF(e_2,c_2d_2),CF(e_3,c_3d_3),CF(e_4,c_4d_4),CF(e_5,c_5d_5)\})$

R_3:IF $HCF(F(\mathrm{Bob}))\{f_1,f_2,f_3,f_4,f_5\}$

THEN $HCF(E_2(\mathrm{Bob}))$,$(HCF_3=\{CF(e_1,f_1),CF(e_2,f_2),CF(e_3,f_3),CF(e_4,f_4),CF(e_5,f_5)\})$

Step5 根据定义10,将表1中缺失的评价信息补全,并建立推理模型,如图1所示。

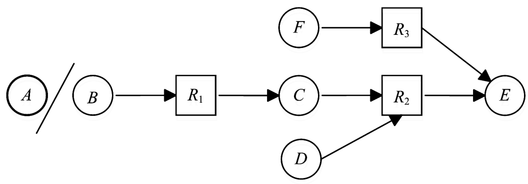

图1 基于犹豫模糊可信度的不确定性推理过程示意图

Fig.1 Diagram of uncertainty inference based on hesitation fuzzy credibility

Step6 通过计算在上述条件成立的情况下不会发生交通事故的犹豫模糊可信度,来判断结论成立的可能性。

表3为新的驾驶员驾驶状态的评价表。由表3可知,在R_1中:

$$HCF(A(\mathrm{Bob}))\ \mathrm{OR}\ HCF(B(\mathrm{Bob}))$$
$$=\{0.8,0.7,0.8,0.9,0.7\}\vee\{0.8,0.8,0.9,0.7,0.7\}$$
$$=\{0.8,0.8,0.9,0.9,0.7\}$$

表3 新驾驶员驾驶状态评价表

Table 3 New evaluation table of driver's driving status

attributes	experts				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
A(Bob)	0.8	0.7	0.8	0.9	0.7
B(Bob)	0.8	0.8	0.9	0.7	0.7
D(Bob)	0.3	0.35	0.375	0.25	0.5
F(Bob)	0.6	0.5	0.7	0.55	0.8

R_1满足单条规则支持结论,根据定义8,若R算子采用$R_\times$的计算方法,由表2可知$HCF_1=HCF(c_i,a_ib_i)=\{0.75,0.65,0.6,0.8,0.7\}$,则$CF(c_1)=0.8\times0.75=0.6$。同理可得$CF(c_2)$到$CF(c_5)$的值。因此,$HCF(C(\mathrm{Bob}))=\{0.6,0.52,0.54,0.72,0.49\}$。

根据表3,在R_2中:

$$HCF(C(\mathrm{Bob}))\ \mathrm{AND}\ HCF(D(\mathrm{Bob}))$$
$$=\{0.6,0.52,0.54,0.72,0.49\}\wedge\{0.3,0.35,0.375,0.25,0.5\}$$
$$=\{0.3,0.35,0.375,0.25,0.49\}$$

R_2满足单条规则支持结论,根据定义8,若R算子采用$R_\times$的计算方法,由表2可知$HCF_2=HCF(e_i,c_id_i)=\{0.8,0.7,0.8,0.9,0.75\}$,则$CF_1(e_1)=0.3\times0.8=0.24$。同理可得$CF_1(e_2)$到$CF_1(e_5)$的值。因此,$HCF(E_1(Bob))=\{0.24,0.245,0.3,0.225,0.3675\}$。

根据表3,$HCF(F(\mathrm{Bob}))=\{0.6,0.5,0.7,0.55,0.8\}$。$R_3$满足单条规则支持结论,根据定义8,若$R$算子采用$R_\times$的计算方法,由表2可知$HCF_3=HCF(e_i,f_i)=\{0.5,0.6,0.7,0.4,0.6\}$,则$CF_2(e_1)=0.6\times0.5=0.3$。同理可得$CF_2(e_2)$到$CF_2(e_5)$的值。因此,$HCF(E_2(\mathrm{Bob}))=\{0.3,0.3,0.49,0.22,0.48\}$。

由于R_2与R_3为并行规则,同时支持结论E,因此跳转到Step7。

Step7 由于规则R_2与R_3是并行关系,根据定义9求得结论E(Bob)的犹豫模糊可信度$HCF(E(\mathrm{Bob}))$:因为$CF_1(e_1)$与$CF_2(e_1)$的值均小于0.5,所以

$$CF(e_1)=|CF_1(e_1)\Xi^{\triangle}CF_2(e_1)|+CF_1(e_1)\circledcirc CF_2(e_1)$$
$$=|CF_1(e_1)-CF_2(e_1)+\frac{1}{2}\times CF_1(e_1)\times CF_2(e_1)|+CF_1(e_1)\times CF_2(e_1)$$
$$=|0.24-0.3+\frac{1}{2}\times0.24\times0.3|+0.24\times0.3$$
$$=0.096$$

由于$CF_1(e_2)$到$CF_1(e_5)$以及$CF_2(e_2)$到$CF_2(e_5)$的值均小于0.5,因此同理可求$CF(e_2)$到$CF(e_5)$的值:$CF(e_2)=0.092$;$CF(e_3)=0.264$;$CF(e_4)=0.079$;$CF(e_5)=0.201$,故$HCF(E(\mathrm{Bob}))=\{0.096,0.092,0.264,0.079,0.201\}$。

Step8 由Step7的结果可知,结论E(Bob)的犹豫模糊可信度集中所有元素的值均小于阈值0.5,且都很接近于0,表明如果Bob开车出门,今天不会带来交通事故是很不可信的。这与我们的常识一致,即如果一个人有些疲倦,即使他具有良好的驾驶技巧,甚至他非常谨慎,他也非常有可能带来交通事故。

结束语 基于可信度的不确定性推理方法虽然有很多优点,但是仍有一些局限性,如该方法推理链过长时,由可信度的不精确估计所带来的推理误差较大。因此,本文将犹豫模糊集与可信度方法结合起来,用一组犹豫模糊数来表示前提及规则的可信度,从而有效地解决了可信度估计不精确的问题。文中首先定义了犹豫模糊可信度,引入了犹豫模糊可信度的知识表示方法,将自然语言用符号化表示出来;然后提出了犹豫模糊可信度运算法则,主要包括单一规则和多条规则的并行关系两种法则,既简单又便于理解;最后通过具体实例表明了犹豫模糊可信度推理方法的合理性和有效性。

本文在一定程度上对基于犹豫模糊可信度的不确定性知识表示与推理方法进行了研究。但日常生活中人们在进行推理和评价时通常采用自然语言来描述,因此在未来的工作中可以将犹豫模糊可信度由数值扩展为语言值,以更加贴近人类的推理思维。

参考文献

[1] 谢季坚,刘承平.模糊数学方法及其应用(第4版)[M].武汉:华

中科技大学出版社,2013.

[2] 刘星成,汤庸. 专家系统原理与编程[M]. 北京:机械工业出版社,2000.

[3] SHORTILIFFE E H. Computer-based medical consultation: MYCIN[M]. New York: American Elsevier Publishing,1976.

[4] HAO Q,LU T. Context modeling and reasoning based on certainty factor[C]// Proceedings of 2009 Second Asia-Pacific Conference on Computational Intelligence and Industrial Applications. Wuhan,China: IEEE,2009:38-41.

[5] WU M K. The truth-value estimation in fuzzy reasoning[J]. Chinese Journal of Computers,1993,16(2):158-161. (in Chinese)
吴茂康. 关于 Fuzzy 推理式的可信度估计[J]. 计算机学报,1993,16(2):158-161.

[6] CHEN Y X,YIN Y. Two kinds of reasoning with credibility[J]. Fuzzy Systems and Mathematics,2005,19(3):6-13. (in Chinese)
陈仪香,尹艳. 两种含可信度的推理[J]. 模糊系统与数学,2005,19(3):6-13.

[7] XIONG C Q,OUYANG Y,MEI Q. Argumentation Model Based on Certainty-Factor and Algorithms of Argument Evaluation [J]. Journal of Software,2014,25(6):1225-1238. (in Chinese)
熊才权,欧阳勇,梅清. 基于可信度的辩论模型及争议评价算法[J]. 软件学报,2014,25(6):1225-1238.

[8] ZOU L,ZHANG Y X,LIU X. Linguistic-Valued approximate reasoning with lattice ordered linguistic-valued credibility[J]. International Journal of Computational Intelligence Systems,2015,8(1):53-61.

[9] ZADEH L A. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning-Part I[J]. Information Science,1975,8(3):199-249.

[10] FAN J P,XUE K,WU M Q. Cross evaluation method based on intuitionistic fuzzy entropy[J]. Computer Science,2018,45(2):280-286. (in Chinese)
范建平,薛坤,吴美琴. 基于直觉模糊熵的交叉评价方法[J]. 计算机科学,2018,45(2):280-286.

[11] YAGER R R,ABBASOV A M. Pythagorean membership grades in multicriteria decision making[J]. IEEE Transaction on Fuzzy Systems,2014,22(4):958-965.

[12] TORRA V,NARUKAWA Y. On hesitant fuzzy sets and decision[C]// IEEE International Conference on Fuzzy Systems. IEEE,2009:1378-1382.

[13] TORRA V. Hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems,2010,25(6):529-539.

[14] ZHANG Z. Deriving the priority weights from incomplete hesitant fuzzy preference relations based on multiplicative consistency[J]. Applied Soft Computing,2016,46:37-59.

[15] PUSHPINDER S. Distance and similarity measures for multiple-attribute decision making with dual hesitant fuzzy sets [J]. Computational & Applied Mathematics,2015,36(1):1-6.

[16] RODR'IGUEZ R M,MART'INEZ L,HERRERA F. Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets for Decision Making [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2012,20(1):109-119.

[17] GUO S,JIN F F,CHEN H Y. Hesitant fuzzy Einstein geometric aggregation operators and their application[J]. Computer Engineering and Applications,2015,51(17):53-58. (in Chinese)
郭甦,金飞飞,陈华友. 犹豫模糊 Einstein 几何算子及应用[J]. 计算机工程与应用,2015,51(17):53-58.

[18] LIU W F,HE X. Pythagorean Hesitant Fuzzy Set[J]. Fuzzy Systems and Mathematics,2016,30(4):107-115. (in Chinese)
刘卫锋,何霞. 毕达哥拉斯犹豫模糊集[J]. 模糊系统与数学,2016,30(4):107-115.

[19] XU Z S,ZHANG X L. Hesitant fuzzy multi-attribute decision making based on TOPSIS with incomplete weight information [J]. Knowledge-Based Systems,2013,52(6):53-64.

[20] LIAO H C,XU Z S,ZENG X J. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy linguistic term sets and their application in multi-criteria decision making[J]. Information Sciences,2014,271(3):125-142.

[21] BIAN S H. Research and application of uncertainty reasoning in expert system[D]. Anhui: Anhui University,2010. (in Chinese)
卞世晖. 专家系统中不确定性推理的研究与应用[D]. 安徽:安徽大学,2010.

[22] XIA M M,XU Z S,CHEN N. Some hesitant fuzzy aggregation operators with their application in group decision making [J]. Group Decis Negot,2013,234(10):259-279.

[23] TORRA V. Hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems,2010,25(6):529-539.